This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

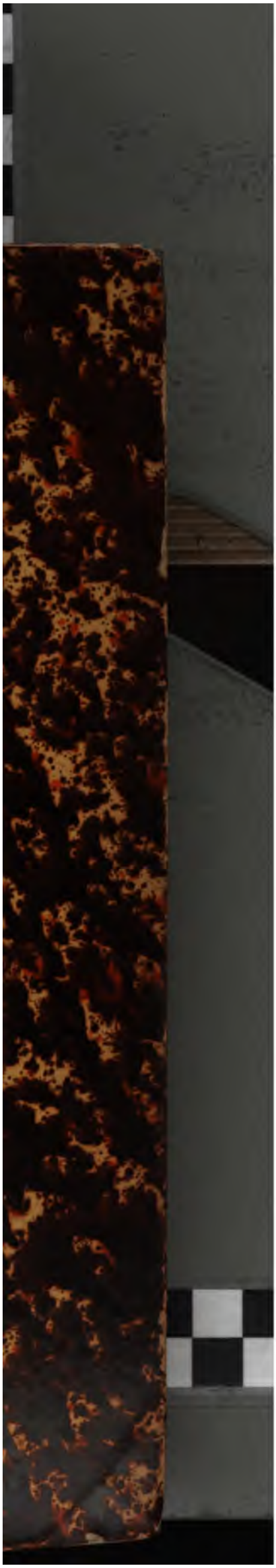
+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`



1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

QC
46
.B73

MÉMOIRES

DE LA SOCIÉTÉ DES

SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES

DE BORDEAUX

MÉMOIRES

DE LA SOCIÉTÉ

DES SCIENCES

PHYSIQUES ET NATURELLES

DE BORDEAUX

3e SÉRIE

TOME II

PARIS

GAUTHIER-VILLARS

IMPRIMEUR-LIBRAIRE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, DU BUREAU DES LONGITUDES, SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,

Quai des Augustins, 55.

A BORDEAUX

CHEZ DUTHU, LIBRAIRE

17, rue Sainte-Catherine, 17

1886

QC
46
.B73

MÉMOIRES

DE LA SOCIÉTÉ DES

SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES

DE BORDEAUX

MM. BRUNEL, professeur de mathématiques pures à la Faculté des Sciences.
CAGNIEUL, préparateur de Botanique à la Faculté des Sciences
CARLES, agrégé à la Faculté de Médecine.
CARMIGNAC-DESCOMBES, ingénieur.
CARON, professeur de Mathématiques au Lycée.
CASTET, chef d'institution.
CHADU, professeur de Mathématiques au Lycée.
CHAGNOLEAU, préparateur à la Faculté des Sciences.
CHASTELLIER, ingénieur des Ponts et Chaussées.
CHATARD, docteur en médecine.
CHENEVRIER, chimiste au Chemin de fer du Midi.
CLAVEL, ingénieur des Ponts et Chaussées.
COLOT, licencié ès sciences, professeur de Mathématiques.
COUPERIE, secrétaire général de la Société d'Agriculture.
DAGUILLON, professeur au Lycée.
DALMEYDA, professeur au Lycée.
DELMAS, ✻, docteur en médecine, direct. de l'hydrothérapie des Hôpitaux.
DEVULFF, colonel du génie.
DOUBLET, aide-astronome.
DROGUET, ✻, directeur ingénieur des Télégraphes, à Bordeaux.
DUBOURG, chimiste à la Douane.
DUPETIT, préparateur de Chimie à la Faculté des Sciences.
DUPUY, professeur de Mathématiques au Lycée.
DURÈGNE, sous-ingénieur au Télégraphe.
ELGOYHEN, élève à la Faculté des Sciences.
FALLOT, professeur à la Faculté des Sciences.
FIGUIER, ✻, professeur à la Faculté de Médecine.
FLAMME, aide-astronome.
FORQUIGNON, professeur à la Faculté des Sciences de Dijon.
FOUGEROUX, percepteur des Contributions directes.
*FOURNET, ✻ A., ancien fabricant de produits chimiques.
GADEN, négociant.
GARNAULT, préparateur de Zoologie à la Faculté des Sciences.
GAULNE (DE), propriétaire.
*GAYON, profr de Chimie à la Fac. des Sciences, chimiste en chef à la Douane.
GOUJON, ✻, vice-président du Conseil de préfecture de la Gironde.
GUESTIER (Daniel), négociant.
GUILLAUD, professeur à la Faculté de Médecine.
GYOUX, docteur en médecine.
HAUTREUX, ✻, lieutenant de vaisseau, directeur des mouvements du port de Bordeaux.
HUYARD, fabricant de produits chimiques.
JOANNIS, maître de Conférences à la Faculté des Sciences.
JOLYET, professeur à la Faculté de Médecine.
KOWALSKI, professeur de Mathématiques.
KÜNSTLER, professeur adjoint à la Faculté des Sciences.
LABAT, ✻, ingénieur de constructions maritimes.

MM. LACROIX, professeur de Mathématiques au Lycée.
LAGACHE, ingénieur des Arts et Manufactures.
LAGRANDVAL (DE), ✻, professeur de Mathématiques spéciales au Lycée, maître de conférences à la Faculté des Sciences.
LAGROLET, docteur en médecine.
LANDE, ✻, agrégé à la Faculté de Médecine, médecin adjoint des hôpitaux.
LARNAUDIE, pharmacien.
LAVAL, professeur de Physique et de Chimie aux Écoles communales.
LAVERGNE (comte DE), ✻, propriétaire.
*LESPIAULT, ✻, professeur de Mécanique rationnelle à la Faculté des Sciences.
MERGET, ✻, professeur de physique à la Faculté de Médecine.
MICÉ, ✻, recteur de l'Académie de Besançon.
MILLARDET, professeur de Botanique à la Faculté des Sciences.
MOMONT, étudiant à la Faculté des Sciences.
MONDIET, professeur de Mathématiques au Lycée.
MORISOT, professeur de Physique au Lycée.
PÉREZ, professeur de Zoologie à la Faculté des Sciences.
PERRIN, ingénieur des Ponts et Chaussées.
PIÉCHAUD, agrégé à la Faculté Médecine.
RAGAIN, licencié ès sciences, professeur de dessin graphique.
RAYET (G.), ✻, professeur d'Astronomie physique à la Faculté des Sciences, directeur de l'Observatoire de Bordeaux.
ROCH, chimiste.
RODIER, maître de Conférences à la Faculté des Sciences.
ROZIER, professeur de Sciences.
SCHUSTER, préparateur à la Station agronomique.
SELLERON, ✻, ingénieur des constructions navales.
SOULÉ, officier supérieur du génie en retraite.
SOUS, docteur en médecine, oculiste.
*TANNERY (P.), ingénieur des Manufactures de l'État, à Paris.
THOUVENEL, professeur au Lycée.
TRENQUELÉON (DE BATZ DE), professeur de Mathématiques au Lycée.
VERGELY, professeur à la Faculté de Médecine.
VIAULT, professeur à la Faculté de Médecine.
VOLONTAT (DE), ingénieur des Ponts et Chaussées.

Membres honoraires.

MM. BATTAGLINI (G.), professeur à l'Université de Rome, rédacteur du *Giornale di Matematiche*.
BERT (Paul), membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences de Paris.
BONCOMPAGNI (le prince D. Balthazar), à Rome.
DARBOUX (G.), ✻, membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences de Paris.
DE TILLY, major d'Artillerie, directeur de l'arsenal d'Anvers.

MM. FORTI (Angelo), ancien professeur de Mathématiques au Lycée Royal de Pise.
FRENET, ✻, professeur honoraire à la Faculté des Sciences de Lyon, à Périgueux.
KOWALSKI, directeur de l'Observatoire de l'Université impériale de Kazan (Russie).
LINDER, O. ✻, inspecteur général des Mines, à Paris.
RUBINI (R.), professeur à l'Université Royale de Naples.
WEYR (Em.), professeur à l'Université Impériale de Vienne.

Membres correspondants.

MM. ANDREEFF, professeur à l'Université de Kharkof.
ARDISSONE, professeur de Botanique à l'École Royale d'Agriculture de Milan.
ARIÈS, capitaine du Génie.
BJERKNES, professeur à l'Université de Christiania.
BOURGET, ✻, recteur de l'Académie de Clermont.
CURTZE (Max.), professeur au Gymnase de Thorn.
DILLNER (G.), professeur à l'Université d'Upsal.
ÉLIE, professeur au collège d'Abbeville.
ERNST (A.), professeur d'Histoire naturelle à l'Université de Caracas.
GARBIGLIETTI, docteur en médecine, à Turin.
GAUTHIER-VILLARS, O. ✻, ancien élève de l'École Polytechnique, libraire éditeur, à Paris.
GOMES TEIXEIRA (F.), professeur à l'Université de Coimbre.
GRAINDORGE, professeur à l'École des Mines, à Liège.
GÜNTHER (Dr. Sig.) professeur au Gymnase d'Ansbach.
HAILLECOURT, inspecteur d'Académie en retraite, à Périgueux.
HAYDEN, géologue du Gouvernement des États-Unis.
IMCHENETSKY, membre de l'Académie Impériale de Saint-Pétersbourg.
LAISANT, ✻, ancien officier du Génie, député de la Loire-Inférieure.
MUELLER (baron Ferd. von), membre de la Société Royale de Londres. directeur du Jardin Botanique de Melbourne (Australie).
PEAUCELLIER, O. ✻, général du génie.
PICART, professeur de Botanique en retraite, à Marmande (Lot-et-Garonne).
PONSOT (Mme), propriétaire aux Annereaux, près Libourne.
ROIG Y TORRES (D. Rafael), naturaliste à Barcelone, directeur de la *Crónica Científica*.
ROUMEGUÈRE, naturaliste, à Toulouse, rédacteur de la *Revue Mycologique*
ROUX, ✻, docteur en Médecine, à Paris.
TRÉVISAN DE SAINT-LÉON (comte DE), à Milan.
WEYR (Éd.), professeur à l'Université de Prague.

EXTRAITS

DES

PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES DE LA SOCIÉTÉ.

ANNÉE 1883-84.

Présidence de M. G. RAYET.

Séance du 15 novembre 1883. — La Société procède au renouvellement de son Bureau. Sont élus :

Président	M. RAYET.
Vice-Président	M. FOURNET.
Secrétaire général	M. ARRIA.
Archiviste	M. HOUEL.
Trésorier	M. FOUGEROUX.
Secrétaires	MM. FORQUIGNON ET CAGNIEUL.

— MM. LESPIAULT, HAUTREUX, MERGET et BAYSSELLANCE sont élus membres du Conseil d'administration, qui se trouve ainsi composé :

MM. KOWALSKI.	MM. AZAM.
GAYON.	JOLYET.
MILLARDET.	LESPIAULT.
DE LAGRANDVAL.	MERGET.
DE LACOLONGE.	HAUTREUX.
DUPUY.	BAYSSELLANCE.

— M. le Président fait part à la Société de la mort d'un de ses membres, M. RAVEZ. Il annonce que deux autres membres, MM. MICÉ et FOURNET, ont été récemment l'objet de distinctions honorifiques. M. le Dr Micé a été nommé chevalier de la Légion d'honneur et M. Fournet a reçu les palmes académiques.

Séance du 29 novembre 1883. — M. CARLES est élu membre titulaire.

— M. MERGET décrit un procédé pour la recherche du mercure dans les liquides et les tissus de l'économie. Après avoir détruit la matière organique par le chlore, ou plus simplement par l'acide nitrique, dans la liqueur ainsi obtenue, et qui renferme le méta à l'état de bichlorure ou d'azotate acide, on introduit l'extrémité,

bien décapée, d'un fil de cuivre qui réduit le mercure en s'amalgamant. On laisse séjourner ce fil pendant une douzaine d'heures au minimum dans la liqueur d'essai; on l'en retire alors, et, après l'avoir simplement essuyé, on l'introduit dans un pli formé avec du papier sensible à l'azotate d'argent ammoniacal, dont on le sépare par quelques doubles de papier de soie. La portion amalgamée donne sur chacun des feuillets du pli une empreinte, due à l'action réductrice des vapeurs mercurielles.

Ce procédé permet de reconnaître la présence de 1/80 de milligramme de mercure dans une solution, tandis que le plus sensible de ceux qui ont été proposés jusqu'à présent ne dépasse pas 1/10 de milligramme. A ces limites si reculées, il permet encore de faire de l'analyse quantitative, par l'emploi des liqueurs titrées comparatives.

M. Forquignon présente un travail de M. le Dr Quélet sur les qualités utiles et nuisibles des champignons. (Ce travail est publié dans le t. II, 3e série, des *Mémoires de la Société.*)

M. Hoüel offre à la Société un exemplaire de la nouvelle édition de son ouvrage intitulé : *Essai critique sur les principes fondamentaux de la géométrie élémentaire.*

M. Lespiault rappelle que les idées exposées dans ce travail ont exercé une très heureuse influence sur l'enseignement de la géométrie.

Séance du 13 décembre 1883. — M. le Président annonce que le Conseil général de la Gironde vient d'accorder à la Société une subvention de cinq cents francs.

M. Marty adresse à la Société une brochure dont il est l'auteur.

M. le Dr Quelet est nommé membre correspondant.

M. Costantin est nommé membre titulaire.

M. Roux remercie M. le Président et la Société de l'honneur qu'ils font à ses collègues, MM. Straus et Nocard, et à lui-même en l'appelant à exposer devant eux les recherches de la mission française sur le choléra en Égypte pendant l'épidémie de 1883.

Lorsqu'on apprit en France que le choléra avait éclaté en Égypte, le Comité consultatif d'hygiène, sur la proposition de M. Pasteur, demanda l'envoi d'une mission qui rechercherait la cause de la maladie. Les progrès qui ont été faits dans la connaissance des maladies contagieuses depuis la dernière apparition du choléra en Europe permettaient d'espérer que l'on pourrait aborder avec quelques chances de succè l'étude de l'étiologie de cette terrible

maladie. Le gouvernement décida d'envoyer en Égypte MM. Straus, Thuillier, Nocard et Roux.

La tâche de la mission était bien précisée; elle devait rechercher la cause du choléra; elle n'avait point à s'occuper du mode d'importation de la maladie en Égypte. Ce point devait être étudié par M. le Dr Mahé, dont la compétence en matière d'épidémiologie est bien connue du monde savant. Pour aborder, avec quelques chances de réussir, les recherches qui lui étaient confiées, la mission française devait se munir d'appareils nombreux et délicats; car aujourd'hui c'est autant par des expériences au laboratoire que par l'observation au lit des malades que l'on fait avancer nos connaissances sur les affections contagieuses. La libéralité du Parlement a permis à la mission française de se procurer tous les appareils nécessaires.

Lorsque la mission débarqua à Alexandrie, le 15 août, le choléra avait complètement cessé au Caire; il sévissait dans quelques villages de la Haute-Égypte et aussi à Alexandrie, où la mortalité atteignait son chiffre le plus élevé, quarante-cinq décès en vingt-quatre heures. L'obligeance des médecins de l'hôpital Européen, des Drs Ardoime-bey et Sierra, permit de se mettre à l'œuvre aussitôt. La nature de la maladie, pour des motifs qui tiennent plus à la politique qu'à la science, était discutée par quelques médecins égyptiens. Il suffisait de voir un des malades de l'hôpital Européen pour être assuré que l'on avait affaire au choléra asiatique le mieux caractérisé. Aucun doute n'était possible.

Dans l'état actuel de la science, rechercher la cause d'une maladie contagieuse c'est rechercher le « microbe » qui, par son développement dans l'organisme, produit cette maladie. On a réussi dans cette étude lorsqu'on a prouvé que chez tous les malades il existe un microbe spécial, lorsqu'on a cultivé ce microbe un grand nombre de fois, à l'état de pureté, dans des milieux appropriés et en dehors de l'organisme. L'inoculation de ces cultures doit reproduire la maladie. Lorsqu'il s'agit d'une maladie humaine, l'épreuve de l'inoculation n'est pas possible; mais on arrivera au même degré de certitude si, par l'inoculation du microbe de culture à un animal convenablement choisi, on arrive à donner à cet animal une maladie identique à celle qu'il éprouve lorsqu'il reçoit des produits morbides pris directement sur un homme malade. Tel est le cycle d'expériences à réaliser pour faire la preuve en cette matière.

Tout ce que l'on sait du choléra semble indiquer que c'est dans le tube digestif que se développe d'abord le virus cholérique. C'est donc par l'examen des selles et de l'intestin des cholériques que

l'on doit commencer les investigations. Les selles riziformes caractéristiques que rendent les malades atteints de choléra sont peuplées d'un grand nombre d'organismes microscopiques mobiles et immobiles. Les uns ont la forme de bâtonnets, les autres sont des micrococcus plus ou moins ténus, isolés ou réunis en chapelets. Parmi ces espèces variées, il n'en est aucune qui attire plus spécialement l'attention de l'observateur, soit par ses caractères ou par sa prédominance dans les selles de tous les cholériques. Entreprendre d'isoler le microbe du choléra de ceux qui pullulent dans les matières diarrhéiques lorsqu'on n'a aucune indication sur ses propriétés, serait s'aventurer dans un travail très long et plein des plus grandes difficultés. Il est préférable de rechercher si dans quelques points de l'organisme des cholériques on ne trouve pas un microbe à l'état de pureté.

Quand on ouvre la cavité abdominale d'une personne qui a succombé au choléra, on trouve le péritoine sec ou recouvert d'un enduit poisseux; l'intestin est rempli par un liquide très alcalin qui tient en suspension des grumeaux riziformes formés par la chute des cellules épithéliales de la muqueuse. Cette muqueuse est pâle et comme lavée dans les cas où la mort est survenue très rapidement. Lorsque la maladie a été plus prolongée, on trouve quelquefois de la congestion et de la psorentérie, surtout dans la dernière portion de l'iléon.

Lorsqu'on pratique des coupes des parois intestinales et qu'on les traite par des solutions de matières colorantes appropriées, pour rendre plus apparents, en les colorant, les microbes qu'elles pourraient contenir, on voit que dans beaucoup de cas des organismes microscopiques ont envahi les couches superficielles de la muqueuse. Parfois ils ont pénétré dans les glandes de l'intestin jusqu'au fond des culs-de-sac et obstruent les conduits glandulaires. Ils ne dépassent jamais la couche musculeuse. Ces microbes sont le plus souvent des bacilles; ils diffèrent les uns des autres par leur longueur et leur grosseur. Un de ceux que l'on rencontre le plus abondamment est un bacille assez semblable à celui de la tuberculose. C'est sans doute ce bacille que le chef de la mission allemande, le Dr Koch, regarde comme l'organisme du choléra dans le rapport qu'il vient de publier sur cette affection. En présence de la variété des microbes que l'on trouve dans les parois intestinales, on ne peut attribuer à l'un plutôt qu'à l'autre un rôle prépondérant dans la production de la maladie. De plus, les microbes sont d'autant plus nombreux dans le tissu de l'intestin des cholériques que la maladie a été plus prolongée ou que l'autopsie a été

pratiquée plus longtemps après la mort. Dans des cas de choléra foudroyant, où l'autopsie a été pratiquée *immédiatement* après la mort, les mêmes méthodes d'investigation n'ont montré que de très rares microbes dans les parois intestinales. Il a même été impossible d'en découvrir aucun dans plusieurs cas de choléra très rapide. Dans les ganglions mésentériques, la rate, le foie, les reins, on n'a pu trouver aucun organisme microscopique.

Lorsqu'on ouvre le corps d'une personne qui a succombé au choléra, on est frappé de la turgescence des veines profondes et de la coloration noire du sang. Le sang des cholériques a tous les caractères du sang asphyxique et infectieux. Souvent la coagulation ne se fait pas et les globules tombent sur le fond des vases où on a recueilli le sang, en laissant au-dessus d'eux un sérum très clair. D'autres fois la coagulation survient lentement, et le caillot, sans consistance, donne au sang l'aspect d'une gelée. Au microscope, on voit que les globules rouges s'étalent sous le couvre-objet sans s'agglutiner, comme dans le sang charbonneux. Les globules blancs, augmentés en nombre, forment des amas granuleux. Dans les espaces libres, entre les globules, on voit, à un fort grossissement, de très petits articles transparents paraissant étranglés dans leur milieu et assez semblables à ceux du ferment lactique, mais toutefois beaucoup plus petits. Ces petits articles sont parfois très nombreux dans le sang des cholériques, surtout dans les veines mésentérique et gastrique, même lorsque l'examen est fait presque aussitôt après la mort.

Si on aspire avec pureté dans des tubes effilés stérilisés du sang cholérique et qu'on le laisse à une température de 38°, dans la profondeur du tube, là où l'air ne peut pénétrer, le nombre des petits articles semble augmenter considérablement. Parfois ils sont réunis par deux ou trois en formant de petits chapelets. Il semble qu'il y ait culture d'un petit organisme microscopique. Au bout de quelques jours, on voit se former des chapelets de grains plus gros et irréguliers, qui paraissent provenir de la désintégration des globules. Comme les petits articles se sont rencontrés dans le sang de tous les cadavres de cholériques qui ont été examinés, on n'hésiterait pas à voir en eux un organisme microscopique spécial au choléra si leur culture avait pu être réalisée en dehors de l'organisme. Tous les efforts que l'on a faits dans cette direction ont échoué. On n'a obtenu aucune culture, soit à l'air, soit dans le vide, ni dans les bouillons ordinaires, ni dans le sang de lapin, ni dans le sérum de sang de bœuf, ni même dans le sérum de sang cholérique. En outre, les petits articles se colorent mal par les matières

colorantes d'aniline, et il est très difficile de faire des préparations démonstratives. On n'a donc point donné la preuve rigoureuse qu'il existe un organisme microscopique dans le sang des cholériques.

Si on examine la réaction du sérum limpide qui se sépare des globules lorsqu'on conserve avec pureté du sang de cholérique dans des tubes de verre, on voit qu'elle est acide dans beaucoup de cas et quelquefois neutre. Cette réaction légèrement acide du sang et du liquide péricardique a pu, dans deux cas, être constatée aussitôt après la mort. Cette altération rend compte de ce fait que le sang noir foncé des cholériques prend mal l'oxygène et ne devient pas rutilant à l'air. Il semble que les lésions du sang, bien plus que celles de l'intestin, expliquent le symptôme dominant du choléra : l'asphyxie.

Dans l'étude d'une maladie contagieuse on doit surtout s'efforcer de trouver une espèce animale qui prenne cette maladie; et l'on peut dire que nous n'avons de connaissances certaines que sur celles des maladies contagieuses qui ont pu être communiquées aux animaux. On a tenté vainement de donner le choléra à une espèce animale. On a fait ingérer à des lapins, à des cobayes, à des chiens, à des porcs, à des poules, à des souris, à des rats, à un singe, etc., de grandes quantités de selles cholériques fraîches ou conservées soit à l'air, soit dans l'acide carbonique, sans provoquer chez eux autre chose qu'un malaise passager. Les mêmes animaux ont reçu, sans éprouver aucune indisposition, de grandes quantités de sang de cholérique sous la peau et dans les veines. Pour mettre les animaux dans un état de réceptivité plus favorable, on les a purgés avant de leur faire ingérer les matières contaminantes; le résultat n'a pas été meilleur; aucun d'eux n'a pris le choléra. Dans toutes ces expériences, une seule poule succomba avec de la diarrhée; on voyait dans son sang de petits articles analogues à ceux que l'on voit dans le sang cholérique; mais l'expérience ne put être reproduite, et des poules saines mangèrent sans inconvénient l'intestin de celle qui était morte.

Cette difficulté de contaminer les animaux est un des plus grands obstacles de l'étude du choléra. Il faudra, dans les recherches à venir, faire tous les efforts pour trouver un mode d'inoculation ou des conditions de virulence telles que cette transmission devienne possible.

On voit donc que les recherches de la mission française ne donnent pas le secret du choléra; cependant, elles rendent plus faciles les travaux ultérieurs. D'ailleurs, on se montrera indulgent si l'on

pense qu'arrivée à Alexandrie le 15 août, la mission ne trouvait plus de cadavres cholériques dès les premiers jours de septembre, c'est-à-dire au moment où elle allait soumettre à l'expérimentation les idées qu'avaient fait naître les études des premiers jours.

M. Roux termine en disant que l'accueil qui lui est fait par la Société est un hommage à M. Pasteur, qui a eu l'idée d'envoyer une mission française en Égypte, et aussi à la mémoire de Louis Thuillier, qui a trouvé la mort dans ces recherches.

La communication de M. Roux est accueillie par des applaudissements unanimes.

— M. Micé demande si le petit organisme signalé dans le sang a été également trouvé dans les matières intestinales.

— M. Roux répond qu'il était pour ainsi dire impossible de le rechercher au milieu de tous les microbes divers qui pullulent dans l'intestin.

— M. Morisot demande si le sang a été observé dans le vide.

— M. Roux dit que le petit organisme paraît se développer à l'abri de l'air un peu mieux qu'à l'air libre. Quand on observe le sang au moment même où la mort vient d'avoir lieu, on lui trouve d'ordinaire une réaction manifestement acide. Quelquefois cependant cette réaction est neutre, mais *jamais* elle n'est alcaline.

Snr la demande de M. Dupetit, M. Roux ajoute que la réaction constatée quelques instants avant la mort était alcaline. L'acidité du sang des cadavres cholériques est peut-être due à l'acide lactique développé, comme on sait, sous l'influence des contractions musculaires intenses qui précèdent la mort.

Sur la demande de M. Jolyet, M. Roux dit que l'organisme du sang a été trouvé dans tous les cas sans exception, tandis que le microbe de M. Koch manquait dans quelques cas même foudroyants.

— M. Gayon demande quelles précautions hygiéniques ont été prises par les membres de la mission française au cours de leur travail.

— M. Roux répond qu'aucune précaution spéciale n'a été prise et qu'il était d'ailleurs à peu près impossible d'en prendre aucune.

— M. le Président remercie M. Roux de son intéressante communication et propose à la Société de lui décerner, séance tenante le titre de membre correspondant.

Cette proposition est adoptée à l'unanimité.

Séance du 27 décembre 1883. — M. Rayet communique à la Société quelques remarques sur la comète de 1812, comète de Pons, actuellement visible le soir dans la partie nord-ouest du ciel.

La révolution actuelle sera de 72,37 ans, durée intermédiaire entre celle calculée par Encke et celle déterminée par MM. Schulhof et Bossert.

Il résulte des observations faites dans un grand nombre d'observatoires de l'Europe et aussi à Bordeaux que les variations d'éclat du noyau ont été tout à fait irrégulières; il y a eu par exemple une augmentation brusque d'éclat le 22 septembre. Le 21 septembre, le noyau était de 11^{me} grandeur, le 22 de 8^{me}; à la fin de septembre le noyau, diminuant toujours d'éclat, était redevenu de 11^{me} grandeur. Il y a donc eu à la date du 22 septembre une sorte de combustion spontanée de la masse centrale de la comète, combustion qu'on ne saurait comparer qu'à celle qui produit les étoiles temporaires.

Un autre phénomène singulier offert par la comète est le changement de couleur du noyau; ce noyau, d'un blanc bleuâtre jusqu'au 12 décembre, est devenu orangé le 16, blanchâtre le 20 et de nouveau orangé le 24.

Les panaches ont commencé à se former le 22 décembre.

Séance du 10 janvier 1884. — MM. SCHUSTER et GUILHAUMON sont nommés membres titulaires.

— M. HAILLECOURT, membre titulaire, est nommé sur sa demande membre correspondant de la Société.

— M. IMCHENETZKI adresse à la Société un exemplaire de son mémoire sur la *Généralisation des fonctions de Jacques Bernouilli*.

— M. HOÜEL présente en même temps, au nom de M. Andréieff, professeur à l'Université de Kharkof, un mémoire sur une *Relation entre les intégrales définies des produits de fonctions*. Le mémoire de M. Andréieff est publié dans le t. II, 3^{e} série, des *Mémoires de la Société*.

— M. ANDRÉIEFF est nommé membre correspondant.

Séance du 24 janvier 1884. — M. RAYET, en son nom et au nom de M. SALATS, fait la communication suivante au sujet de la détermination de la différence de longitude entre Paris et l'Observatoire de Bordeaux (Floirac).

Les observations astronomiques nécessaires à la détermination de la différence de longitude entre Paris et l'Observatoire de Bordeaux (Floirac) ont été faites en octobre et novembre 1881. La station de Paris avait été placée dans le pavillon méridien de la marine à l'Observatoire de Montsouris; la station de Bordeaux était établie à 26^{m}10, dans l'est du cercle méridien de l'Observatoire de Bordeaux, et se trouvait pourvue d'un cercle méridien de Rigaud,

très obligeamment prêté par M. l'amiral Mouchez, et d'un chronographe de Bréguet, appartenant au Bureau des longitudes.

Les observateurs ont été : M. le lieutenant de vaisseau Salats, au nom de l'Observatoire de Montsouris; M. G. Rayet, pour l'Observatoire de Bordeaux.

La méthode suivie pour les observations et pour la discussion des résultats individuels est, dans ses principes essentiels, analogue à celle employée par M. Lœwy dans son mémoire sur les longitudes de Berlin et de Bonn.

L'équation personnelle relative des observateurs a été déterminée deux fois, au commencement et à la fin des observations, et les observateurs ont été intervertis. Dans chaque soirée les pendules ont été comparées deux fois.

Le tableau suivant renferme les diverses valeurs de la longitude (non corrigée de l'équation personnelle) obtenues dans les diverses soirées.

1re Série: M. Rayet à Paris; M. Salats à Bordeaux.

Date	Longitude	Erreur moyenne	Poids
	m s	s	
1881 Octobre 16	11 26,316	± 0,025	1,6
— — 17	11 26,223	± 0,024	1,7
— — 18	11 26,264	± 0,025	1,6
— — 29	11 26,296	± 0,024	1,7
— — 30	11 26,279	± 0,028	1,3
Moyenne pondérée. . . .	11 26,275		

2me Série: M. Salats à Paris; M. Rayet à Bordeaux.

	m s	s	
1881 Novembre 6	11 26,014	± 0,040	0,6
— — 7	11 25,973	± 0,042	0,5
— — 8	11 25,939	± 0,029	1,2
— — 9	11 25,975	± 0,029	1,2
— — 11	11 26,033	± 0,030	1,1
— — 22	11 25,907	± 0,029	1,2
— — 19	11 26,008	± 0,025	1,6
Moyenne pondérée.	11 25,977		

Les deux séries de longitudes présentent une différence de $0^s,298$ dont la moitié $0^s,149$ devrait être égale à la différence d'équation personnelle des observateurs. En réalité cette équation personnelle (Salats-Rayet) a varié de $+0^s,158$ à $+0^s,098$ entre le commencement d'octobre et la fin de novembre.

Les valeurs individuelles de la longitude doivent donc être combinées à l'aide de deux hypothèses différentes.

On peut d'abord supposer que les séries d'observations antérieures au 16 octobre ont définitivement fixé la manière d'observer

des observateurs; la première série des longitudes doit alors être diminuée de 0ˢ,149 (valeur de l'équation personnelle révélée par la longitude elle-même) et la seconde augmentée de la même quantité. Les longitudes individuelles sont alors.

			m s
1881	Octobre	16	11 26,167
—	—	17	11 26,074
—	—	18	11 26,115
—	—	29	11 26,145
—	—	30	11 26,130
—	Novembre	6	11 26,163
—	—	7	11 26,122
—	—	8	11 26,088
—	—	9	11 26,124
—	—	11	11 26,182
—	—	12	11 26,056
—	—	19	11 26,157
Moyenne pondérée.			11 26,126
Erreur moyenne de la moyenne.			± 0,008

Ces nombres ne montrent pas de marche sensible, en sorte que l'hypothèse de la constance de l'équation personnelle paraît très probable.

Si l'on suppose, au contraire, que l'équation personnelle a varié proportionnellement au temps, et c'est la seule hypothèse mathématique susceptible d'être traduite en chiffres certains, puisque l'on ne dispose que de deux déterminations directes de cet élément, il faut appliquer aux longitudes individuelles une correction proportionnelle à la date de la longitude considérée et variant de 0ˢ,158 (4 octobre) à 0ˢ,098 (30 novembre).

Les valeurs individuelles de la longitude sont alors les suivantes :

			m s
1881	Octobre	16	11 26,170
—	—	17	11 26,078
—	—	18	11 26,120
—	—	29	11 26,163
—	—	30	11 26,147 (1)
—	Novembre	6	11 26,139
—	—	7	11 26,097
—	—	8	11 26,062
—	—	9	11 26,097
—	—	11	11 26,153
—	—	12	11 26,026
—	—	19	11 26,120 (2)
Moyenne pondérée.			11 26,116
Erreur moyenne de la moyenne. .			± 0,108

(1) Moyenne pondérée de la première série, 11ᵐ26ˢ,135.
(2) Moyenne pondérée de la seconde série, 11ᵐ26ˢ,097.

L'erreur probable de ce second mode de combinaison est identique à celle du précédent, le mode de correction de l'erreur systématique d'équation personnelle n'intervenant pas dans le calcul.

Cette seconde valeur de la longitude diffère de la première de $0^s,010$ seulement, mais elle ne nous paraît pas devoir être adoptée.

En effet, dans cette seconde hypothèse :

1° La moyenne des longitudes d'octobre est $11^m26^s,135$, et la moyenne de celles de novembre, $11^m26^s,097$, inférieure de $0^s,038$ à la précédente, ce qui ne devrait pas se produire dans le cas où la correction de l'équation personnelle aurait été faite correctement.

2° Les longitudes de chaque série sont concordantes entre elles, et ne montrent pas de variation systématique analogue à celle que donnerait un changement progressif dans l'équation personnelle.

3° Si l'on considère les diverses déterminations individuelles de la longitude comme des mesures indépendantes et de même poids, d'une quantité constante, l'erreur moyenne de la valeur de la longitude est, dans la première hypothèse, de $\pm 0^s,011$, et dans la seconde hypothèse, de $\pm 0^s,013$; l'accroissement de l'erreur moyenne dans la seconde hypothèse semble prouver qu'elle comporte une correction inexacte de l'équation personnelle (1).

4° Enfin tout concourt à faire penser que les conditions physiologiques dans lesquelles se fait la détermination directe de l'équation personnelle sont assez différentes des conditions des observations elles-mêmes pour pouvoir conduire à une valeur inexacte de l'équation personnelle.

Pour ces diverses raisons, nous croyons qu'il faut adopter le mode de combinaison qui suppose l'équation personnelle constante et adopter comme différence de longitude des piliers de Montsouris et de Bordeaux.

$$11^m26^s,126 \pm 0^s,008$$

Le pilier de Montsouris est de $0^s,238$ à l'ouest du méridien de Cassini; le cercle méridien de l'Observatoire de Bordeaux est à $0^s,080$ à l'ouest du pilier de la longitude.

La longitude du cercle méridien de l'Observatoire de Bordeaux est donc de :

$$11^m26^s,444 \pm 0^s,008$$

à l'ouest du méridien de l'Observatoire de Paris.

(1) La moyenne arithmétique des longitudes individuelles calculées dans la première hypothèse est $11^m26^s,124 \pm 0^s,011$; la moyenne des longitudes individuelles calculées dans la seconde hypothèse est $11^m26^s,114 \pm 0^s,013$.

— M. HAUTREUX fait une communication sur les sondages du *Talisman* dans l'Atlantique en 1883. La campagne a compris l'étude des fonds depuis Cadix jusqu'au Cap-Vert, dans la mer de Sargasses, et des Açores en France.

Les sondes ont été prises avec un fil d'acier de 0^m001 de diamètre; le dragage, avec un *chalut* traîné par un câble en acier de 0^m01 de diamètre et pouvant supporter une charge de 4000 kilos.

Avec ces appareils il a été donné 212 coups de sonde, et l'on a fait 156 dragages; le fond a été amené par le chalut à 5000 mètres de profondeur et l'on a trouvé par 3060 mètres des échantillons nombreux de poissons, crustacés et mollusques.

Température de la mer. — Ces observations confirment les faits signalés par les données provenant des paquebots des Messageries; la constatation d'un minimum thermal aux environs du banc d'Arguin, inférieur de 2° à 2°,5 aux températures observées dans le même temps plus au nord aux Iles Canaries.

Les températures sous-marines de la région montrent l'isotherme de 8° à 800 mètres de profondeur, tandis que plus au nord dans les Canaries, et plus au large dans la mer de Sargasses et aux Açores, cette isotherme est à 1400 mètres de profondeur; l'horizontalité des couches d'égale température est détruite et cette isotherme remonte vers la surface de 600 mètres. La densité observée aux diverses profondeurs suit une loi contraire à celle qui existe dans toutes les régions alisées; elle est beaucoup plus faible à la surface que dans les eaux profondes; elle n'est que de 21°,8, tandis qu'en plein alisé elle devrait être de 27°,5.

La couleur de l'eau est changée; elle devient vert bouteille comme le sont les eaux arctiques. Ces faits tendent à démontrer l'hypothèse de la circulation sous-marine des eaux arctiques venant surgir à la surface dans les régions océaniques où les divergences des vents tendent à diviser la surface. — Les températures de fond montrent ainsi l'Océan divisé en deux bassins par une arête sous-marine allant de l'Islande aux Açores et au Tropique. — Chaque bassin alimenté dans ses fonds par des eaux de température différente et provenant de la région Islando-Norwégienne pour la vallée Européo-Africaine et de la région Groënlandaise pour la vallée Américaine. Cette campagne confirme les éléments fournis par le *Challenger* et par la *Gazelle* sur les profondeurs de l'Atlantique.

— M. HAUTREUX communique quelques observations sur le climat de Kita (Haut-Sénégal).

Kita est dans l'intérieur de l'Afrique, à peu près au centre de l'arc

de cercle formé par les côtes d'Afrique : à 150 lieues de Saint-Louis et à 200 lieues de la côte de Guinée, par 13° lat. Nord. Le baromètre y oscille peu ; ramené au niveau de la mer, il varie entre 755 et 765 millimètres, plus bas pendant la saison sèche, plus élevé pendant l'hivernage, lequel dure de mai à novembre.

La température moyenne atteint 33° dans la saison sèche et tombe à 25° pendant l'hivernage.

Dans cette saison on a observé 98 jours de pluie sur 180 et la quantité d'eau recueillie a été de 1274 millimètres. Le maximum des pluies a lieu en août et septembre, c'est la saison la plus malsaine.

Les vents régnants pendant la saison sèche sont franchement Est, ceux de l'hivernage soufient de l'Ouest ou du Sud-Ouest.

Les orages sont très fréquents en hivernage : on a observé 102 orages dans ces six mois et 74 tornados ; le sens de rotation des tornados est celui des cyclones de l'Atlantique nord, mais la translation se fait tantôt du Sud vers le Nord [c'est le cas le plus fréquent], tantôt du Nord vers le Sud. Les variations de direction à la surface dépendent de la situation de Kita, soit dans l'est, soit dans l'ouest du trajet. Les orages et tornados amènent une hausse du baromètre d'environ 5 millimètres et une baisse du thermomètre d'environ 5°.

Le ciel est presque constamment couvert en juin, juillet et août ; on a observé deux fois de la grêle.

L'influence de la mousson de Guinée est donc excessivement marquée, quoique Kita soit à 150 lieues de la côte et à une altitude de 250 mètres. Ce qui est très remarquable, c'est la quantité de phénomènes électriques concordant avec les vents océaniens et les tourbillons s'accusant par de la hausse barométrique.

Séance du 7 février 1884. — M. Momont est nommé membre titulaire.

— MM. Gayon, Hautreux et Lespiault sont nommés membres de la Commission des finances.

— MM. Abria, de Lacolonge et Coupérie sont nommés membres de la Commission des archives.

— M. Bouchard fait une communication sur le larynx des mammifères aquatiques. Il décrit les particularités que présentent, chez certains de ces animaux, l'épiglotte et les cartilages aryténoïdes.

— M. Rayet fait une communication sur les changements de forme de la comète de Pons, 1812, au voisinage de son passage au périhélie.

La comète de Pons a, comme toutes les comètes, présenté, en approchant de son périhélie, des changements de forme rapides, qui sont l'indice des modifications profondes que le voisinage du soleil produit dans la distribution de la matière de ces astres. Quoique, dans le cas actuel, ces modifications aient été moins intenses que celles que l'on a reconnues dans la plupart des grandes comètes, elles m'ont cependant semblé dignes d'être notées, et je vais essayer de les décrire à l'aide des observations faites à l'équatorial de 14 pouces de l'Observatoire de Bordeaux.

Jusqu'au 26 octobre 1883, la masse nébuleuse centrale de la comète a conservé une forme sensiblement circulaire avec un noyau central assez brillant, mais d'un éclat variable. Ce noyau avait, à la fin d'octobre, l'éclat d'une étoile de dixième à onzième grandeur et la nébulosité un diamètre d'environ 3′ à 4′ d'arc.

La première trace de queue a été notée le 27 octobre.

Jusqu'au 21 novembre 1883, les observations physiques ont été contrariées par la présence de la lune; mais dans cet intervalle la physionomie de l'astre ne paraît pas s'être modifiée.

Le 22 novembre 1883, la nébulosité cométaire est ronde, avec une légère trace de queue, et un noyau très marqué ayant l'éclat d'une huitième.

Le 24 novembre, le noyau brille comme une huitième grandeur, et derrière la nébulosité, dont le diamètre est d'environ 6′, il y a à la naissance de la chevelure un étranglement qui donne à l'ensemble de l'astre une ressemblance marquée avec la forme des courbes de niveau de M. Roche.

Le 29 novembre 1883, le diamètre de la nébulosité est d'environ 7′, et le noyau diffus, un peu estompé, paraît avoir une tendance à émettre des panaches dans la direction du soleil.

Le 16 décembre 1883, le diamètre de la nébulosité s'est un peu augmenté. Le noyau brille comme une belle huitième et a un diamètre sensible; sa lumière, blanche jusqu'alors, est devenue orangée et tranche sur la masse bleuâtre de l'astre; au contact immédiat du noyau on remarque une augmentation d'éclat brusque et très sensible.

Le 20 décembre 1883, le noyau brille comme une septième et sa couleur est redevenue blanche. La nébulosité, dont le diamètre est d'environ 8′, présente une condensation de lumière très marquée en avant. La comète est visible à l'œil nu.

Le 22 décembre 1883, la teinte du noyau est très légèrement orangée et l'existence des panaches est certaine.

Le 24 décembre 1883, les premiers panaches se montrent avec

leur forme; la coloration jaunâtre du noyau est bien visible par contraste avec la teinte bleuâtre de la chevelure.

Le 2 janvier 1884, l'équatorial de 14 pouces montre deux panaches dissymétriques très marqués. Celui du premier bord (bord Ouest) naît dans une direction presque perpendiculaire à l'axe de la queue et présente une courbure très marquée; celui du second bord, plus faible, est presque dans la direction de l'axe de la queue.

Le 11 janvier 1884, un éventail de lumière, à éclat presque uniforme, remplit l'intervalle des deux panaches, ainsi reliés entre eux d'une manière continue.

Le 12 janvier, un éventail de lumière très net se montre en avant de la comète. La branche de l'éventail la première en ascension droite se recourbe vers la chevelure et est la plus lumineuse; le deuxième bord de l'éventail est presque dans la direction de la queue. L'ouverture totale de l'éventail est d'environ 90°. Le noyau, orangé, paraît très net vers la chevelure et estompé vers la tête. Le diamètre de la nébulosité est d'environ 9′.

Le 13 janvier 1884, la forme de la comète a complètement changé et est devenue très singulière. Autour du noyau, d'un éclat très vif, comparable à celui d'une cinquième, il existe une zone circulaire continue d'environ 30″ de diamètre et d'une lumière très vive; cette zone est enveloppée dans une seconde zone moins lumineuse, comprise elle-même dans l'ensemble de la nébulosité. La zone lumineuse centrale est traversée par deux rayons très lumineux dirigés vers la queue. L'éclat du noyau central est tel qu'il paraît s'élever au-dessus de la masse cométaire comme certains pics lunaires font saillie au-dessus des plaines du centre des cratères.

Cette même apparence se montre dans les deux équatoriaux de 8 et 14 pouces; elle paraît donc réelle.

Le 16 janvier 1884, la comète a repris l'apparence connue de ces astres. Un éventail de lumière d'une ouverture d'environ 100° se montre en avant et la majeure partie de la lumière se déverse vers le deuxième bord de la queue (bord Est), qui est ainsi sensiblement plus intense que l'autre. Deux sillons de lumière se montrent dans cet éventail. Le noyau est sensiblement blanc et d'un éclat très vif.

Le 17 janvier 1884, le noyau de la comète est blanc, extrêmement lumineux, visible sur le champ, très brillamment éclairé de l'équatorial. A partir du noyau et dirigé en avant existe un éventail de lumière intense de 30″ de diamètre environ et d'une ouverture de 200°; l'axe en est incliné de 45° sur la direction de la queue.

De la partie antérieure de l'éventail part un rayon de lumière diffus dont l'épanouissement se relie avec une couche lumineuse parabolique, distante du centre d'environ 1' d'arc. Les bords de la queue sont plus brillants que le centre et donnent ainsi la sensation d'un cône creux.

Le 24 janvier 1884, la comète n'a pu être observée que dans la brume, et la nébulosité centrale ne paraît plus caractérisée que par un éventail de lumière projeté en avant et à peu près symétrique.

Toutes ces apparences sont assez difficiles à décrire; je me suis efforcé de les reproduire dans des dessins qui seront conservés à l'Observatoire.

Quant au spectre de la comète, il est toujours resté composé des trois bandes ordinaires des hydrogènes carbonés : bande jaune verdâtre, bande verte et bande bleue. La bande centrale était extrêmement lumineuse. Le noyau donnait un spectre continu très faible.

Le ciel s'est du reste montré défavorable aux études sur la comète; plusieurs des observations précédentes ont été faites dans des éclaircies de peu de durée ou à travers des brumes légères.

— M. Lespiault aborde aujourd'hui une nouvelle série de considérations météorologiques, qu'il se réserve de développer ultérieurement.

Voici les faits sur lesquels il appelle pour le moment l'attention de la Société :

I. Le service météorologique de Washington publie, depuis quelques années, dans un recueil spécial intitulé : *Monthly Weather Review,* des cartes qui montrent la marche des centres de dépression sur tout l'hémisphère Nord. Un examen, même sommaire, de ces cartes montre :

1° Que ces centres de dépression suivent, sur les divers points de l'hémisphère, des arcs de trajectoire dirigés *constamment* de l'Ouest à l'Est, avec des inclinaisons *variables* quelquefois vers le Sud, plus souvent vers le Nord;

2° Qu'un grand nombre de bourrasques passent d'Amérique en Europe, en conservant évidemment leur individualité; d'autres se déforment ou se subdivisent pendant le trajet. A certaines époques, elles se dirigent du Saint-Laurent aux rives occidentales de l'Europe; à d'autres moments, elles traversent l'Atlantique, du Sud-Ouest au Nord-Est, en marchant de la Floride ou des Carolines vers la Norwège et l'Angleterre, ou mieux vers le Portugal, l'Espagne et la Méditerranée.

Les grandes tempêtes du 2 septembre 1883 et du 24 janvier 1884 ont été précédées, à dix ou douze jours de distance, de tornados terribles sur le Minnesota et sur le Canada. Le tornado du 16 janvier 1884 au Canada paraît, d'autre part, dépendre d'une série de bourrasques, qui ont amené, du commencement au milieu de février, les inondations désastreuses de l'Ohio et du Mississipi. L'examen des tempêtes qui ont assailli l'Europe depuis le mois de mai 1883 (époque à laquelle s'arrêtent les publications de M. Lespiault) semble montrer que ces tempêtes correspondent à des mauvais temps antérieurs aux États-Unis.

— M. GARNAULT fait une communication sur la glande à concrétions du *Cyclostoma elegans*.

Le *Cyclostoma elegans* présente dans la région dorsale une glande blanche plus ou moins volumineuse, suivant l'époque et les individus, disposée entre les circonvolutions de l'intestin. Cette glande est composée de follicules à dimensions variables, dans l'intervalle desquels le microscope montre de nombreux vaisseaux. Les follicules sont revêtus d'une membrane anhiste, tapissée de cellules dans l'intérieur desquelles se développent des concrétions blanches et opaques qui donnent à la glande son aspect particulier; elles sont de dimensions très variables; traitées par les acides forts, elles se dissolvent avec effervescence; les alcalis les dissolvent en laissant un squelette fort intéressant à étudier. Le squelette des plus grosses concrétions est formé de couches concentriques plus ou moins nombreuses qui occupent la périphérie et renferment plusieurs centres de formation, entourés eux-mêmes d'un certain nombre de couches concentriques. Les concrétions plus jeunes traitées par les mêmes réactifs ne présentent que des centres de formation plus ou moins nombreux, mais qui ne sont pas encore entourés d'une enveloppe commune. Les noyaux des cellules tapissant la paroi se sont segmentés, et autour de chaque noyau des couches concentriques se sont formées. Les couches qui forment l'enveloppe commune à toutes ces petites concrétions se sont déposées dans le corps de la cellule.

A cette époque de l'année, la glande, chez la plupart des animaux recueillis, est peu développée et n'a plus son aspect éclatant; ceci tient à ce que les concrétions sont en voie de résorption. On trouve en effet en ce moment, dans les follicules, de grandes vésicules claires de même volume que les concrétions et qui crèvent au contact de l'eau; ces vésicules sont formées, à l'état de régression le plus avancé, de deux sphères emboîtées l'une dans l'autre : la sphère extérieure correspond au système de stries unissantes; elle

est parfaitement hyaline; la sphère intérieure contient de petits amas granuleux, débris des centres de formation. D'ailleurs, j'ai pu suivre toutes les phases de la régression. La cavité du follicule est remplie en tout temps de microbes extrêmement nombreux qui occupent tout l'espace qui reste entre les cellules tapissant la paroi et les concrétions; ce sont des bactéries immobiles longues de $0^{mm},003$.

J'ai recherché, avec l'aide de M. Dupetit, préparateur à la station agronomique, la nature des substances qui composent les concrétions; nous avons trouvé de la chaux, de l'acide phosphorique; elles dégagent, par l'action des acides forts, de l'acide carbonique. La plus grande partie de la concrétion se dissout dans l'eau chaude et on recueille à froid une poudre blanche dont nous ignorons la nature; nous savons seulement que c'est une matière organique contenant de l'azote.

J'ai voulu seulement décrire la glande, le développement histologique et la régression des concrétions. N'ayant pas la compétence nécessaire pour étudier cet organe au point de vue physiologique, je me borne à indiquer la résorption des concrétions, ainsi que la présence constante d'une quantité énorme de microbes dans l'intérieur de follicules dont je n'ai pu voir, malgré de longues recherches, la communication avec l'extérieur; un illustre anatomiste, Claparède, n'avait pas été plus heureux.

Séance du 21 février 1884. — M. le Président prononce le discours suivant :

« Celles de vos commissions qui ont vérifié la comptabilité de notre Trésorier et l'état de nos archives témoignent que pendant l'année 1883 l'administration de la Société a été régulière et que notre bibliothèque a continué à s'enrichir de nombreuses publications étrangères, toutes obtenues par voie d'échange.

» Il ne reste donc à votre Président qu'un devoir à accomplir, celui de constater l'état de nos publications et celui de résumer très brièvement la situation de nos finances.

» Il y a quelques jours, vous avez reçu le troisième et dernier fascicule du tome V de la 2e série de nos mémoires; ce fascicule contient nos procès-verbaux de 1882-1883, et des mémoires de MM. Vachtchenko-Zakhartchenko, Dillner, P. Tannery, général Peaucellier, Bonnel, Jolyet, Lespiault et Claverie.

» Le premier fascicule du tome I de la 3e série de nos mémoires doit contenir la traduction de la *Vie d'Abel* par M. Hoüel (onze feuilles sont déjà tirées), et un mémoire de M. Quélet sur les champignons

du Sud-Ouest (deux feuilles sont déjà composées); il sera publié dans quelques mois.

» Nos recettes de 1883 ont été de 3,090 fr. 20; les dépenses se sont élevées à 3,538 fr. 90. L'équilibre n'a pu être établi que par un prélèvement sur nos fonds de réserve.

» Pour l'année 1884, la Commission des finances prévoit une recette de 2,900 fr.; en présence des mémoires qui nous sont annoncés ou qui sont déjà à l'impression, votre Bureau vous propose de fixer comme suit le budget des dépenses de 1884 :

Entretien de la bibliothèque.....	500 fr.
Convocations.....	300
Frais de recouvrement.....	100
Frais de correspondance.....	100
Impression des mémoires.....	2,500
	3,500

» Le budget que nous vous présentons se solde donc par un déficit de 600 fr.; nous espérons que l'équilibre pourra être établi par une subvention spéciale du ministère de l'instruction publique; mais il est rigoureusement indispensable, pour que la Société ne soit pas obligée de ralentir l'activité de ses publications, que nous ne soyons abandonnés d'aucun de nos protecteurs. La continuation de notre activité est à ce prix. »

— M. DE LACOLONGE donne lecture d'un mémoire sur la *Théorie du parallélogramme de Watt.*

Il rappelle que, le 5 juillet dernier, il avait indiqué le résultat de ses premières recherches sur ce sujet. En les continuant, il s'est aperçu que le hasard l'avait fait tomber sur un cas particulier plus facile à traiter que le cas général. Les conclusions posées à cette époque ne s'appliquent qu'au premier.

L'équation qu'il avait donnée alors et qui a été reproduite tome V, 3e cahier, est :

$$\rho^2 = r\left(r + \sqrt{r^2 - h^2}\right)\sin^2\omega \pm r\cos\omega\sqrt{r^2 - \left(r^2 - \sqrt{r^2 - h^2}\right)^2\sin^2\omega}.$$

Celle relative au cas général a la même forme. Mais la longueur de la bride reste arbitraire dans certaines limites, tandis que dans le cas particulier traité en 1883 elle était fonction des données de la question.

— M. GAYON donne le tableau comparatif des températures observées dans un mètre cube de fumier placé soit dans une caisse ouverte, soit dans une caisse fermée. Dans le premier cas, la température monte jusqu'à 72 et même 74°; dans le second cas, après

s'être élevée de quelques degrés, elle s'abaisse rapidement et reprend sa valeur primitive.

Quel que soit le mode de fermentation du fumier, on constate toujours la présence d'organismes variés, aérobies au contact de l'air, anaérobies dans les parties soustraites à son action.

M. Gayon montre ensuite un flacon contenant des tiges et racines de monocotylédones, à moitié rempli d'eau et ensemencé avec de la houille. Ce flacon dégage d'une manière continue un mélange d'acide carbonique et de formène, pendant que les matières végétales baignées par l'eau se carbonisent et prennent l'aspect de la tourbe.

— M. Abria met sous les yeux de la Société la feuille du baromètre enregistreur Rédier, qui se rapporte à l'oscillation produite par l'explosion du volcan le Krakatoa le 27 août dernier. Le phénomène est arrivé à Bordeaux à la même heure sensiblement qu'à Toulouse ; seulement, l'oscillation du 28 août, trois heures du matin, est beaucoup plus marquée que celle du 27, une heure.

A cette occasion, M. Abria met aussi sous les yeux de la Société la feuille du 20 août 1877, sept heures soir. L'oscillation du baromètre fut extrêmement marquée. On se rappelle qu'un ouragan terrible arriva à la même heure.

Séance du 6 mars. — Sur la proposition de M. Hoüel, la Société adresse un télégramme à M. Darboux, membre correspondant, pour le féliciter de son élection récente à l'Académie des Sciences.

— M. Gayon annonce qu'il a constaté la présence de microbes dans le tabac à priser, dans toutes les phases de sa fabrication, aussi bien dans la fermentation en masses que dans la fermentation en cases. Leur véritable nature et leurs fonctions restent à déterminer.

— M. Lespiault met sous les yeux de ses collègues un grand nombre de cartes de diverses natures, publiées par le service météorologique des États-Unis. L'examen détaillé de ces cartes apportera probablement quelques modifications aux idées les plus généralement admises aujourd'hui sur la circulation atmosphérique de l'hémisphère Nord. Mais une inspection, même sommaire, suffit pour démontrer que toutes les grandes tempêtes qui éclatent en Europe proviennent de dépressions, généralement assez profondes, qui ont précédemment traversé, sur une plus ou moins grande étendue, le continent américain. Il y a donc un rapport nécessaire d'énergie entre les tempêtes d'Amérique et celles d'Europe. M. Lespiault se propose de développer plus tard cette partie de sa communication.

Il revient aujourd'hui spécialement sur les particularités très curieuses qu'a présentées la tempête du 26 janvier 1884 dont il a déjà entretenu la société, il y a un mois.

Cette tempête, qui ne s'est manifestée à Bordeaux que par un vent d'une extrême violence, est due, d'après l'ensemble des documents recueillis et publiés par le *Génie civil*, au cyclone le plus important, le plus étendu dont on ait jamais enregistré les effets.

Le vent, qui a été assez violent à Paris pour renverser nombre de cheminées, de murs, de réverbères, etc., a dépassé toutes les vitesses précédemment cataloguées. Pendant plus d'une heure, l'enregistreur Bourdon, de l'Observatoire, est resté à bout de course, indiquant une vitesse d'au moins 40 mètres par seconde, vitesse qu'Arago croyait bien voisine de la limite maximum, bien qu'elle soit très inférieure à celle qu'on observe dans les tornados américains. La force du vent paraît avoir été bien supérieure encore en Écosse, car on y a enregistré, à l'aide, il est vrai, d'appareils assez peu précis, la pression de 317 kilog. par mètre carré, tandis que la plus forte pression admise par Fresnel n'est que de 275 kilog.

Mais ce qui donne à cette tempête un caractère tout à fait nouveau et inattendu, c'est la baisse absolument extraordinaire du baromètre.

Voici les chiffres des pressions minima, *ramenées au niveau de la mer*, qui ont été observées en Écosse. Ces chiffres sont, pour la plupart, empruntés au *Génie civil* (n° du 9 février 1884). L'un d'eux (celui d'Aberdeen) a été pris dans le *Bulletin international* (revue de janvier).

A Craigard, le mercure baisse de $40^{mm}6$, entre 10 heures du matin et 7 heures 30 du soir, atteignant à ce moment 701 millimètres. (C'est à peu près la différence entre la plus grande et la plus petite hauteur barométrique observées à Alais par M. d'Hombres-Firmas, dans un espace de trois ans.)

A Edimburg, à 10 heures du soir, on constatait $697^{mm}7$.

A Glasgow, à 9 heures du soir, le professeur Grant constatait une hauteur de $696^{mm}7$. La chute de pression, dans les quinze heures qui précédaient, était de $39^{mm}2$.

A Aberdeen, à minuit, le baromètre marquait 696^{mm}.

A Compar-Angus, on observait $680^{mm}7$.

A Pénicuick, enfin, le baromètre s'abaissait à $678^{mm}3$, près de 30 millimètres au-dessous de la plus basse pression connue.

— M. Lespiault rappelle, à cette occasion, le tableau qu'il a donné, dans sa communication du 10 mai 1883, des plus basses

pressions enregistrées, depuis vingt ans, dans les diverses stations météorologiques de l'Europe. Voici ce tableau :

	mm		mm		mm
14 janv. 1865	719	16 janv. 1871	719,9	1er mars 1880	718,3
16 — 1866	719,2	18 — 1872	714,0 (Thurso).	19 — 1881	714,8 (Ulcaborg).
6 févr. 1867	719,7	24 — 1872	718,3 (Scarboro).		711,5 (Arkangel).
1er — 1868	720,0	22 — 1873	713,8 (Thurso).		713,9 (Dunroness)
4 nov. 1868	719,3		717,1 (Scarboro).	27 nov. 1881	711,9 (Mullaghm).
12 déc. 1868	721	9 mars 1876	714,2		708,9 (Stornoway).
2 févr. 1869	719	12 nov. 1877	719,8	21 févr. 1882	720,4 (Arkangel).

Il y a lieu de remarquer ici que ces chiffres sont exclusivement empruntés aux stations météorologiques qui concourent à la construction des cartes du *Bulletin international*. Il ne serait pas impossible qu'on eût obtenu ailleurs des pressions plus basses; c'est ainsi que le *Génie civil* donne comme le chiffre le plus bas connu jusqu'ici celui de 704mm8 observé dans un phare situé à l'ouest, dans les Hébrides, à Monach, près Worth-Wist; on voit combien ce chiffre a été dépassé, le 26 janvier dernier.

Il faut ajouter que la dépression du 26 janvier succédait, à vingt-quatre heures de distance, à deux autres dépressions, déjà très profondes, qui venaient de passer sur l'Écosse. Il paraît s'être produit ici, mais en sens contraire, un mouvement atmosphérique analogue au mouvement marin qui est la cause probable du mascaret.

Dans sa communication du 10 mai 1883, qu'il vient de rappeler, M. Lespiault faisait observer que si, par suite des déboisements américains, les dépressions cycloniques prennent, comme il le croit, une énergie croissante, il doit s'en présenter, de temps à autre, quelques-unes d'une profondeur exceptionnelle; mais il était loin de s'attendre à des chiffres aussi extraordinaires que ceux qu'il a cités plus haut.

Paris, protégé, comme on sait, par les Pyrénées, le massif central et les Alpes, n'a enregistré que 737 millimètres. A Londres, plus éloigné des grands massifs, le baromètre est descendu à 723. Entre Paris et Pénicuick, il y avait 60 millimètres de différence, pour une distance de 900 kil.; ce qui constitue un *gradient* inconnu jusqu'ici. La bourrasque avait donc une forme plus *cyclonique* qu'aucune de celles qui l'ont précédée. M. Lespiault en conclut que les effets du déboisement de l'Amérique du Nord se font sentir plus rapidement et plus énergiquement qu'il ne le supposait lui-même.

Séance du 20 mars 1884. — M. Selleron, ingénieur de la marine, est nommé membre titulaire.

— M. Dupetit confirme les conclusions de ses premières recher-

ches sur les poisons des champignons et expose les résultats de nouvelles expériences relatives à l'action comparée des sucs de divers champignons sur les grenouilles. Ces animaux meurent rapidement à la suite d'une injection sous-cutanée de suc d'*Amanita rubescens*, tandis que les sucs du *Boletus edulis*, de l'*Amanita vaginata*, de l'*Amanita cæsarea*, etc., n'ont qu'une action à peu près nulle dans les mêmes conditions. L'activité des amanites vénéneuses *A. phalloïdes*, *A. mappa*, *A. pantherina*, *A. muscaria*, etc., est tout aussi peu marquée que celle du *Boletus edulis*. M. Dupetit fait remarquer en terminant qu'il y a de grandes analogies entre les ferments solubles qu'il a extraits des champignons et le principe toxique des venins des serpents.

— M. Cagnieul a observé la division du noyau cellulaire dans un certain nombre de *Characées* et notamment dans le *Nitella intricata* et le *N. opaca*; il est arrivé aux résultats suivants :

1° Contrairement à ce qu'a dit M. Johow, la division du noyau cellulaire dans les Characées se fait suivant la marche ordinaire et non par simple étranglement toutes les fois que cette division est suivie de la bipartition de la cellule. Dans les cellules-mères des anthérozoïdes, la plaque nucléaire et le fuseau achromatique dont la présence chez ces plantes est niée par M. Johow, se montrent avec la plus grande netteté.

2° Dans les rhizoïdes et dans les grandes cellules des entre-nœuds le noyau se fragmente un certain nombre de fois, il est vrai, par suite d'un simple étranglement, mais ces sortes de division du noyau ne sont jamais suivies d'une division correspondante de la cellule.

En résumé la division du noyau cellulaire des Characées ne constitue pas un cas spécial, ainsi qu'on l'admet, mais rentre au contraire dans le type général de la karyokinèse.

Séance du 3 avril 1884. — M. Claverie a déterminé les différences de potentiel qui existent entre deux fils de cuivre qui plongent dans deux dissolutions en contact inégalement saturées de sulfate de cuivre. Tantôt ces dissolutions étaient superposées dans un même vase où elles restaient séparées par la différence des densités, tantôt elles étaient dans deux vases voisins et communiquaient par un siphon. — Les fils de cuivre sortant d'un bain galvanique, puis lavés, étaient plongés dans les dissolutions et communiquaient avec les bornes de l'électromètre capillaire de Lippmann. Dans chaque dissolution plongeaient deux fils dont l'un permettait de reconnaître à chaque instant l'absence de toute polarisation sur l'autre, polarisation qui se produisait fréquemment

même dans une solution cuivrique, mais disparaissait bientôt quand on réunissait les deux fils d'une même dissolution. Un des liquides avait pour densité constante 1,002 et ne contenait de sulfate cuivrique que ce qu'il fallait pour empêcher une polarisation durable des fils, l'autre avait une densité variant de 1,002 à 1,100.

Le fil qui plonge dans la dissolution la plus étendue est toujours négatif par rapport à l'autre. On peut représenter les résultats obtenus par une courbe dont les abscisses sont les différences de densité des liquides, et les ordonnées les différences de potentiels exprimés en $\frac{1}{1000}$ de volts. Cette courbe a la forme d'une parabole ayant pour axe principal l'axe des densités; mais devient bientôt à peu près rectiligne. — Si on fait communiquer les fils avec les bornes d'un galvanomètre sensible, on observe un courant continu qui est accompagné d'un transport de cuivre du fil de la dissolution la plus étendue sur l'autre; le dépôt galvanique qui se fait sur ce dernier est brillant et homogène. Un transport analogue a lieu si l'on remplace les deux solutions cuivriques par des solutions de chlorure de zinc dans lesquelles plongent les extrémités d'un fil de zinc; le fil de zinc de la dissolution étendue s'est même coupé en moins de huit jours, mais sur l'autre fil le dépôt était pulvérulent. L'énergie dépensée par le courant observé ne semble pouvoir être produite que par la diffusion du sel dissous.

— MM. Gayon et Dupetit présentent un appareil destiné à rendre plus facile et plus précis le dosage du sulfure de carbone dans les sulfo-carbonates. Lorsque, selon le procédé ordinaire, on reçoit les vapeurs de sulfure de carbone dans du pétrole contenu dans une simple éprouvette graduée, on peut commettre une erreur de lecture assez importante. Le nouvel appareil, destiné à remplacer l'éprouvette graduée, est construit de façon à supprimer cet inconvénient; il permet de plus de faire écouler au dehors l'eau qui se condense en même temps que le sulfure de carbone à la fin de l'opération.

— M. Figuier communique à la Société un grand nombre de synthèses chimiques qu'il a effectuées, soit par la pile à gaz, soit par des décharges électriques plus particulièrement sous forme d'effluve. Le mémoire de M. Figuier est inséré dans le t. II, 3e série, des *Mémoires de la Société*.

— M. Rayet communique une note sur la position géographique de la flèche Ouest de Saint-André. La note de M. Rayet est publiée dans le t. II, 3e série, des *Mémoires de la Société*.

Séance du 1er mai 1884. — M. Malinouski est nommé membre titulaire.

— M. le Président annonce qu'une subvention de trois cents francs a été accordée à la Société par le ministère de l'instruction publique.

— M. CLAVERIE présente un appareil de construction très simple qui permet de répéter aisément les expériences classiques sur la loi de Mariotte dans le cas des pressions supérieures ou inférieures à la pression atmosphérique. Le même appareil se prête également très bien, sans modification aucune, à la vérification de la loi du mélange des gaz et des vapeurs.

— M. FIGUIER fait les observations suivantes sur la pile zinc-charbon.

La production du courant secondaire dans le voltamètre, amorcé avec de l'eau, implique la décomposition préalable de cette eau.

Becquerel a montré que l'électricité statique pouvait remplacer à cet effet l'électricité dynamique. Il a pu apprécier, à l'aide d'un galvanomètre très sensible, un courant secondaire provoqué dans un voltamètre, après avoir touché l'une des lames avec un bâton de gomme laque, électrisé par frottement.

Becquerel en conclut à la décomposition de l'eau par l'électricité statique, même de très faible tension.

J'ajouterai l'expérience suivante : Deux lames de platine préalablement flamblées et ne donnant aucun indice de courant, après avoir été plongées dans de l'eau très faiblement acidulée contenue dans une éprouvette, ont été mises séparément en relation avec les pôles d'un de mes couples à un seul liquide, zinc et charbon platiné. Ce couple est incapable de décomposer l'eau, comme l'indique du reste la théorie. Après avoir supprimé le couple, les deux lames de platine se trouvaient fortement polarisées; l'aiguille d'un galvanomètre introduit dans leur circuit était violemment déviée. L'effet est plus énergique lorsqu'on remplace les lames de platine par des cylindres pleins ou des lames de graphite imprégnées de mousse de platine. Il faut attendre au préalable qu'à la suite d'une immersion prolongée tout courant propre à l'imbibition ait disparu. La charge peut atteindre un degré plus élevé; elle se maintient fort longtemps, après suppression de la pile inductrice, si le circuit secondaire reste ouvert; le courant qui en résulte peut avoir une assez grande durée.

Il est difficile d'admettre pour ces cas particuliers qu'il y ait eu accumulation pure et simple de mouvement électrique; mais on peut imaginer qu'une décharge d'électricité statique ou l'action inductive d'une pile à un seul liquide soit suffisante pour orienter la file de molécules liquides interposées entre les lames du voltamètre. Les atomes d'hydrogène et d'oxygène isolés à chaque extré-

mité de la chaîne, suivant la théorie de Grotthus, se trouveraient absorbés consécutivement, au fur et à mesure, par les lames poreuses, en vertu de cette force puissante qui spécifie *l'occlusion*. En réalité, l'eau serait décomposée, sans que le phénomène puisse se traduire au dehors, par l'action combinée de l'électricité et de l'attraction capillaire. La décomposition prendrait fin seulement dès que l'une des deux lames se trouverait saturée du gaz qu'elle a occlu.

A priori, ce n'est là qu'une hypothèse; mais on peut vérifier si elle est fondée en exposant dans une cloche contenant de l'oxygène, suivant le procédé employé déjà par Mateucci dans ses recherches sur la polarisation des électrodes, la lame supposée contenir de l'hydrogène; la diminution du volume gazeux serait l'indice qu'elle en contient.

L'expérience directe a justifié ces prévisions :

Deux lames de platine de deux centimètres de largeur pour un décimètre de longueur environ ont été mises en relation avec les pôles d'un couple à un seul liquide, zinc et charbon, excité avec de l'acide sulfurique étendu.

Ces lames plongeaient dans de l'eau distillée, à peine aiguisée par de l'acide sulfurique pur. L'action de la pile ayant été maintenue plus d'une heure, la lame négative a été retirée du vase et introduite brusquement dans une cloche graduée contenant de l'oxygène et disposée sur la cuve à mercure. Tout à côté se trouvait, comme témoin, une deuxième cloche graduée contenant la même quantité de gaz et qui permettait d'apprécier les modifications possibles du volume gazeux, par suite de causes extérieures.

Au contact de la lame de platine, l'oxygène a perdu deux dixièmes de centimètre cube de son volume, mais assez lentement pour écarter la cause d'erreur qui aurait pu être attribuée à l'échauffement préalable du gaz pendant cette rapide manœuvre.

L'expérience, refaite à trois reprises, a donné très sensiblement les mêmes résultats. On peut en induire qu'une faible quantité d'hydrogène avait été occlue par les lames de platine.

Cette démonstration est rendue plus précise de la manière suivante, qui permet d'éviter la saturation de la lame négative, en la débarrassant, au fur et à mesure, de l'hydrogène qu'elle absorbe.

Il suffit, à cet effet, de la laisser partiellement en contact permanent avec de l'air confiné, dont la diminution de volume donnera la mesure du phénomène.

Un couple à un seul liquide, zinc et charbon, a été mis en relation avec une auge en verre contenant de l'eau distillée additionnée de quelques gouttes d'acide sulfurique pur. Les réophores se terminaient par deux lames de platine platinisées dont l'une, la lame négative, était renfermée dans une cloche graduée contenant de l'air et plongeant en partie dans le liquide, dont les niveaux intérieur et extérieur coïncidaient. La lame affleurant le bord de la cloche se trouvait en contact à la fois avec le liquide et avec l'air confiné.

La lame positive pénétrait dans le liquide en dehors et à une faible distance de la cloche graduée.

Enfin, dans une auge voisine, remplie aussi d'eau acidulée, était disposée de la même façon, et comme témoin, une deuxième cloche ne contenant que de l'air.

Une heure après la fermeture du circuit, l'ascension du liquide dans la cloche contenant la lame de platine était devenue appréciable; le troisième jour, le volume de l'air disparu a été évalué à $1^{cc}7$, ce qui correspond à un volume double d'hydrogène. Ce phénomène n'est pas en contradiction avec l'ensemble des effets connus, dont l'explication découle de la théorie thermique de la pile. Un coupe à un seul liquide est impuissant, il est vrai, à décomposer l'eau, puisque la dissolution d'un équivalent de zinc dans l'acide sulfurique dilué ne produit pas la quantité de chaleur nécessaire pour décomposer un équivalent d'eau; mais on comprend très bien que l'occlusion puisse parfaire la différence. Deux forces de même direction agissant successivement sur le même obstacle peuvent, dans certains cas, accomplir intégralement un travail qu'elles ne pourraient produire isolément.

Séance du 15 mai 1884. — M. DUPETIT présente à la Société un nouveau régulateur de température, dont il donne la description suivante :

Un réservoir fermé contient de l'huile de pétrole et un peu de mercure qui le remplissent complètement. Un tube droit soudé au réservoir pénètre jusqu'à une petite distance du fond et plonge par son extrémité inférieure dans le mercure; ce dernier liquide monte même jusqu'à une certaine hauteur dans l'intérieur du tube droit, où sa surface libre porte un flotteur. Lorsqu'on échauffe le réservoir, le pétrole, qui est un liquide très dilatable, chasse dans le tube droit une plus grande quantité du mercure qui est au fond du vase et élève par conséquent le flotteur. A ce flotteur est fixée une petite spirale de platine formant ressort, surmontée elle-

pressions enregistrées, depuis vingt ans, dans les diverses stations météorologiques de l'Europe. Voici ce tableau :

		mm			mm			mm
14 janv.	1865	719	16 janv.	1871	719,9	1er mars	1880	718,3
16 —	1866	719,2	18 —	1872	714.0 (Thursö).	19 —	1881	714,8 (Ulcaborg).
6 févr.	1867	719,7	24 —	1872	718,3 (Scarboro).			711,5 (Arkangel).
1er —	1868	720,0	22 —	1873	713,8 (Thursö).			713,9 (Dunroness)
4 nov.	1868	719,3			717,1 (Scarboro).	27 nov.	1881	711,9 (Mullaghm).
12 déc.	1868	721	9 mars	1876	714,2			708,9 (Stornoway).
2 févr.	1869	719	12 nov.	1877	719,8	21 févr.	1882	720,4 (Arkangel).

Il y a lieu de remarquer ici que ces chiffres sont exclusivement empruntés aux stations météorologiques qui concourent à la construction des cartes du *Bulletin international*. Il ne serait pas impossible qu'on eût obtenu ailleurs des pressions plus basses; c'est ainsi que le *Génie civil* donne comme le chiffre le plus bas connu jusqu'ici celui de 704mm8 observé dans un phare situé à l'ouest, dans les Hébrides, à Monach, près Worth-Wist; on voit combien ce chiffre a été dépassé, le 26 janvier dernier.

Il faut ajouter que la dépression du 26 janvier succédait, à vingt-quatre heures de distance, à deux autres dépressions, déjà très profondes, qui venaient de passer sur l'Écosse. Il paraît s'être produit ici, mais en sens contraire, un mouvement atmosphérique analogue au mouvement marin qui est la cause probable du mascaret.

Dans sa communication du 10 mai 1883, qu'il vient de rappeler, M. Lespiault faisait observer que si, par suite des déboisements américains, les dépressions cycloniques prennent, comme il le croit, une énergie croissante, il doit s'en présenter, de temps à autre, quelques-unes d'une profondeur exceptionnelle; mais il était loin de s'attendre à des chiffres aussi extraordinaires que ceux qu'il a cités plus haut.

Paris, protégé, comme on sait, par les Pyrénées, le massif central et les Alpes, n'a enregistré que 737 millimètres. A Londres, plus éloigné des grands massifs, le baromètre est descendu à 723. Entre Paris et Pénicuick, il y avait 60 millimètres de différence, pour une distance de 900 kil.; ce qui constitue un *gradient* inconnu jusqu'ici. La bourrasque avait donc une forme plus *cyclonique* qu'aucune de celles qui l'ont précédée. M. Lespiault en conclut que les effets du déboisement de l'Amérique du Nord se font sentir plus rapidement et plus énergiquement qu'il ne le supposait lui-même.

Séance du 20 mars 1884. — M. Selleron, ingénieur de la marine, est nommé membre titulaire.

— M. Dupetit confirme les conclusions de ses premières recher-

ches sur les poisons des champignons et expose les résultats de nouvelles expériences relatives à l'action comparée des sucs de divers champignons sur les grenouilles. Ces animaux meurent rapidement à la suite d'une injection sous-cutanée de suc d'*Amanita rubescens*, tandis que les sucs du *Boletus edulis*, de l'*Amanita vaginata*, de l'*Amanita cæsarea*, etc., n'ont qu'une action à peu près nulle dans les mêmes conditions. L'activité des amanites vénéneuses *A. phalloïdes*, *A. mappa*, *A. pantherina*, *A. muscaria*, etc., est tout aussi peu marquée que celle du *Boletus edulis*. M. Dupetit fait remarquer en terminant qu'il y a de grandes analogies entre les ferments solubles qu'il a extraits des champignons et le principe toxique des venins des serpents.

— M. Cagnieul a observé la division du noyau cellulaire dans un certain nombre de *Characées* et notamment dans le *Nitella intricata* et le *N. opaca*; il est arrivé aux résultats suivants :

1° Contrairement à ce qu'a dit M. Johow, la division du noyau cellulaire dans les Characées se fait suivant la marche ordinaire et non par simple étranglement toutes les fois que cette division est suivie de la bipartition de la cellule. Dans les cellules-mères des anthérozoïdes, la plaque nucléaire et le fuseau achromatique dont la présence chez ces plantes est niée par M. Johow, se montrent avec la plus grande netteté.

2° Dans les rhizoïdes et dans les grandes cellules des entre-nœuds le noyau se fragmente un certain nombre de fois, il est vrai, par suite d'un simple étranglement, mais ces sortes de division du noyau ne sont jamais suivies d'une division correspondante de la cellule.

En résumé la division du noyau cellulaire des Characées ne constitue pas un cas spécial, ainsi qu'on l'admet, mais rentre au contraire dans le type général de la karyokinèse.

Séance du 3 avril 1884. — M. Claverie a déterminé les différences de potentiel qui existent entre deux fils de cuivre qui plongent dans deux dissolutions en contact inégalement saturées de sulfate de cuivre. Tantôt ces dissolutions étaient superposées dans un même vase où elles restaient séparées par la différence des densités, tantôt elles étaient dans deux vases voisins et communiquaient par un siphon. — Les fils de cuivre sortant d'un bain galvanique, puis lavés, étaient plongés dans les dissolutions et communiquaient avec les bornes de l'électromètre capillaire de Lippmann. Dans chaque dissolution plongeaient deux fils dont l'un permettait de reconnaître à chaque instant l'absence de toute polarisation sur l'autre, polarisation qui se produisait fréquemment

même dans une solution cuivrique, mais disparaissait bientôt quand on réunissait les deux fils d'une même dissolution. Un des liquides avait pour densité constante 1,002 et ne contenait de sulfate cuivrique que ce qu'il fallait pour empêcher une polarisation durable des fils, l'autre avait une densité variant de 1,002 à 1,100.

Le fil qui plonge dans la dissolution la plus étendue est toujours négatif par rapport à l'autre. On peut représenter les résultats obtenus par une courbe dont les abscisses sont les différences de densité des liquides, et les ordonnées les différences de potentiels exprimés en $\frac{1}{1000}$ de volts. Cette courbe a la forme d'une parabole ayant pour axe principal l'axe des densités; mais devient bientôt à peu près rectiligne. — Si on fait communiquer les fils avec les bornes d'un galvanomètre sensible, on observe un courant continu qui est accompagné d'un transport de cuivre du fil de la dissolution la plus étendue sur l'autre; le dépôt galvanique qui se fait sur ce dernier est brillant et homogène. Un transport analogue a lieu si l'on remplace les deux solutions cuivriques par des solutions de chlorure de zinc dans lesquelles plongent les extrémités d'un fil de zinc; le fil de zinc de la dissolution étendue s'est même coupé en moins de huit jours, mais sur l'autre fil le dépôt était pulvérulent. L'énergie dépensée par le courant observé ne semble pouvoir être produite que par la diffusion du sel dissous.

— MM. Gayon et Dupetit présentent un appareil destiné à rendre plus facile et plus précis le dosage du sulfure de carbone dans les sulfo-carbonates. Lorsque, selon le procédé ordinaire, on reçoit les vapeurs de sulfure de carbone dans du pétrole contenu dans une simple éprouvette graduée, on peut commettre une erreur de lecture assez importante. Le nouvel appareil, destiné à remplacer l'éprouvette graduée, est construit de façon à supprimer cet inconvénient; il permet de plus de faire écouler au dehors l'eau qui se condense en même temps que le sulfure de carbone à la fin de l'opération.

— M. Figuier communique à la Société un grand nombre de synthèses chimiques qu'il a effectuées, soit par la pile à gaz, soit par des décharges électriques plus particulièrement sous forme d'effluve. Le mémoire de M. Figuier est inséré dans le t. II, 3e série, des *Mémoires de la Société*.

— M. Rayet communique une note sur la position géographique de la flèche Ouest de Saint-André. La note de M. Rayet est publiée dans le t. II, 3e série, des *Mémoires de la Société*.

Séance du 1er mai 1884. — M. Malinouski est nommé membre titulaire.

— M. le Président annonce qu'une subvention de trois cents francs a été accordée à la Société par le ministère de l'instruction publique.

— M. CLAVERIE présente un appareil de construction très simple qui permet de répéter aisément les expériences classiques sur la loi de Mariotte dans le cas des pressions supérieures ou inférieures à la pression atmosphérique. Le même appareil se prête également très bien, sans modification aucune, à la vérification de la loi du mélange des gaz et des vapeurs.

— M. FIGUIER fait les observations suivantes sur la pile zinc-charbon.

La production du courant secondaire dans le voltamètre, amorcé avec de l'eau, implique la décomposition préalable de cette eau.

Becquerel a montré que l'électricité statique pouvait remplacer à cet effet l'électricité dynamique. Il a pu apprécier, à l'aide d'un galvanomètre très sensible, un courant secondaire provoqué dans un voltamètre, après avoir touché l'une des lames avec un bâton de gomme laque, électrisé par frottement.

Becquerel en conclut à la décomposition de l'eau par l'électricité statique, même de très faible tension.

J'ajouterai l'expérience suivante : Deux lames de platine préalablement flamblées et ne donnant aucun indice de courant, après avoir été plongées dans de l'eau très faiblement acidulée contenue dans une éprouvette, ont été mises séparément en relation avec les pôles d'un de mes couples à un seul liquide, zinc et charbon platiné. Ce couple est incapable de décomposer l'eau, comme l'indique du reste la théorie. Après avoir supprimé le couple, les deux lames de platine se trouvaient fortement polarisées; l'aiguille d'un galvanomètre introduit dans leur circuit était violemment déviée. L'effet est plus énergique lorsqu'on remplace les lames de platine par des cylindres pleins ou des lames de graphite imprégnées de mousse de platine. Il faut attendre au préalable qu'à la suite d'une immersion prolongée tout courant propre à l'imbibition ait disparu. La charge peut atteindre un degré plus élevé; elle se maintient fort longtemps, après suppression de la pile inductrice, si le circuit secondaire reste ouvert; le courant qui en résulte peut avoir une assez grande durée.

Il est difficile d'admettre pour ces cas particuliers qu'il y ait eu accumulation pure et simple de mouvement électrique; mais on peut imaginer qu'une décharge d'électricité statique ou l'action inductive d'une pile à un seul liquide soit suffisante pour orienter la file de molécules liquides interposées entre les lames du voltamètre. Les atomes d'hydrogène et d'oxygène isolés à chaque extré-

mité de la chaîne, suivant la théorie de Grotthus, se trouveraient absorbés consécutivement, au fur et à mesure, par les lames poreuses, en vertu de cette force puissante qui spécifie *l'occlusion*. En réalité, l'eau serait décomposée, sans que le phénomène puisse se traduire au dehors, par l'action combinée de l'électricité et de l'attraction capillaire. La décomposition prendrait fin seulement dès que l'une des deux lames se trouverait saturée du gaz qu'elle a occlu.

A priori, ce n'est là qu'une hypothèse; mais on peut vérifier si elle est fondée en exposant dans une cloche contenant de l'oxygène, suivant le procédé employé déjà par Mateucci dans ses recherches sur la polarisation des électrodes, la lame supposée contenir de l'hydrogène; la diminution du volume gazeux serait l'indice qu'elle en contient.

L'expérience directe a justifié ces prévisions :

Deux lames de platine de deux centimètres de largeur pour un décimètre de longueur environ ont été mises en relation avec les pôles d'un couple à un seul liquide, zinc et charbon, excité avec de l'acide sulfurique étendu.

Ces lames plongeaient dans de l'eau distillée, à peine aiguisée par de l'acide sulfurique pur. L'action de la pile ayant été maintenue plus d'une heure, la lame négative a été retirée du vase et introduite brusquement dans une cloche graduée contenant de l'oxygène et disposée sur la cuve à mercure. Tout à côté se trouvait, comme témoin, une deuxième cloche graduée contenant la même quantité de gaz et qui permettait d'apprécier les modifications possibles du volume gazeux, par suite de causes extérieures.

Au contact de la lame de platine, l'oxygène a perdu deux dixièmes de centimètre cube de son volume, mais assez lentement pour écarter la cause d'erreur qui aurait pu être attribuée à l'échauffement préalable du gaz pendant cette rapide manœuvre.

L'expérience, refaite à trois reprises, a donné très sensiblement les mêmes résultats. On peut en induire qu'une faible quantité d'hydrogène avait été occlue par les lames de platine.

Cette démonstration est rendue plus précise de la manière suivante, qui permet d'éviter la saturation de la lame négative, en la débarrassant, au fur et à mesure, de l'hydrogène qu'elle absorbe.

Il suffit, à cet effet, de la laisser partiellement en contact permanent avec de l'air confiné, dont la diminution de volume donnera la mesure du phénomène.

Un couple à un seul liquide, zinc et charbon, a été mis en relation avec une auge en verre contenant de l'eau distillée additionnée de quelques gouttes d'acide sulfurique pur. Les réophores se terminaient par deux lames de platine platinisées dont l'une, la lame négative, était renfermée dans une cloche graduée contenant de l'air et plongeant en partie dans le liquide, dont les niveaux intérieur et extérieur coïncidaient. La lame affleurant le bord de la cloche se trouvait en contact à la fois avec le liquide et avec l'air confiné.

La lame positive pénétrait dans le liquide en dehors et à une faible distance de la cloche graduée.

Enfin, dans une auge voisine, remplie aussi d'eau acidulée, était disposée de la même façon, et comme témoin, une deuxième cloche ne contenant que de l'air.

Une heure après la fermeture du circuit, l'ascension du liquide dans la cloche contenant la lame de platine était devenue appréciable; le troisième jour, le volume de l'air disparu a été évalué à $1^{cc}7$, ce qui correspond à un volume double d'hydrogène. Ce phénomène n'est pas en contradiction avec l'ensemble des effets connus, dont l'explication découle de la théorie thermique de la pile. Un coupe à un seul liquide est impuissant, il est vrai, à décomposer l'eau, puisque la dissolution d'un équivalent de zinc dans l'acide sulfurique dilué ne produit pas la quantité de chaleur nécessaire pour décomposer un équivalent d'eau; mais on comprend très bien que l'occlusion puisse parfaire la différence. Deux forces de même direction agissant successivement sur le même obstacle peuvent, dans certains cas, accomplir intégralement un travail qu'elles ne pourraient produire isolément.

Séance du 15 mai 1884. — M. DUPETIT présente à la Société un nouveau régulateur de température, dont il donne la description suivante :

Un réservoir fermé contient de l'huile de pétrole et un peu de mercure qui le remplissent complètement. Un tube droit soudé au réservoir pénètre jusqu'à une petite distance du fond et plonge par son extrémité inférieure dans le mercure; ce dernier liquide monte même jusqu'à une certaine hauteur dans l'intérieur du tube droit, où sa surface libre porte un flotteur. Lorsqu'on échauffe le réservoir, le pétrole, qui est un liquide très dilatable, chasse dans le tube droit une plus grande quantité du mercure qui est au fond du vase et élève par conséquent le flotteur. A ce flotteur est fixée une petite spirale de platine formant ressort, surmontée elle-

même d'un disque de verre usé à l'émeri. Au-dessus de ce disque de verre, qui monte ou descend, suivant que la température s'élève ou s'abaisse, se trouve le tube d'admission du gaz, placé dans l'axe du premier tube, de telle sorte que le disque de verre vient s'appliquer sur l'orifice d'entrée du gaz si la température atteint un degré trop élevé. On peut élever ou abaisser le tube qui donne admission au gaz suivant le degré que l'on veut obtenir constant. Une disposition spéciale empêche l'obturateur de fermer complètement l'orifice de ce tube, afin qu'il passe toujours une certaine quantité de gaz qui, sortant par une tubulure latérale, maintient le brûleur constamment allumé. Cet appareil est susceptible d'être gradué; il maintient la température constante, avec des variations moindres que un quart de degré.

Séance du 29 mai 1884. — M. le Président annonce à la Société la mort de M. VANDERCRUYCE.

— M. MERGET expose le résultat de ses recherches sur l'action toxique des vapeurs mercurielles.

Les recherches antérieures avaient porté sur des cas complexes où il y avait eu simultanément inhalation de mercure en vapeurs, introduction de ce métal en gouttelettes fines dans les voies respiratoires, ingestion par les voies digestives, et on ne s'était pas préoccupé de séparer les effets de ces causes diverses d'intoxication.

Pour mettre les vapeurs seules en jeu, des animaux d'espèces variées ont été confinés dans des cages largement ouvertes à la circulation de l'air et dont les parois étaient tapissées de toiles qu'on recouvrait de mercure réduit, en les immergeant successivement dans deux solutions, l'une d'azotate, acide de protoxyde de mercure, l'autre d'ammoniaque. L'interposition d'un grillage en fil de fer empêchait tout contact direct entre le mercure et le sujet, et celui-ci vivait dans une atmosphère constamment saturée de vapeurs de mercure émises à la température de l'air ambiant, ce qui rendait leur condensation impossible dans les organismes à température plus élevée où elles pénétraient.

Dans ces conditions, les animaux qui les inhalent sont bien intoxiqués par elles, mais seulement lorsque l'inhalation est continue, et non lorsqu'elle est intermittente.

Des lapins et des pigeons soumis à leur action, chaque jour pendant douze heures, et soustraits à cette action pendant le reste de la journée, n'ont nullement souffert de ce régime, quoiqu'ils l'aient subi pendant plus d'une année; ils se sont engraissés, au contraire,

et ils ont accusé un surcroît marqué de vigueur, alors qu'il suffisait de quelques jours d'inhalation continue pour les tuer.

Quand la mort arrive, elle est précédée seulement d'accidents nerveux, tremblements, paralysies et convulsions; la stomatite, la salivation et les troubles gastro-intestinaux, qu'on attribuait aussi à l'action des vapeurs mercurielles, font absolument défaut.

Pour l'homme, à défaut d'expériences impossibles, des observations nombreuses prouvent aussi qu'il ne ressent aucun effet nuisible de l'action des vapeurs de mercure quand il les respire par intermittence, et elles peuvent alors devenir pour lui des agents curatifs d'une incontestable valeur.

Les frictions, en particulier, n'ont d'efficacité contre la syphilis que par les vapeurs qu'elles émettent; aussi peut-on avantageusement les remplacer par le port de plastrons de flanelle mercurisés.

Séance du 12 juin 1884. — M. le Président fait part à la Société de la mort de M. GLOTIN.

M. le Président annonce également que trois membres de la Société, MM. MILLARDET, GAYON et DUPETIT, ont été l'objet de distinctions honorifiques.

— M. BONEL adresse à la Société un mémoire sur les réseaux téléphoniques de Bordeaux. Le mémoire de M. Bonel est imprimé dans le t. II, 3e série, des *Mémoires de la Société.*

— M. GAYON donne lecture, au nom des auteurs, MM. E. DOUMER et D. THIBAUD, de la communication suivante sur les spectres d'absorption des huiles :

Spectres d'absorption des huiles. — 1. Lorsque l'on place une huile devant la fente du spectroscope, on constate que le spectre est plus ou moins altéré suivant la nature de l'huile. Cette altération est due à l'absorption de certaines radiations. Il nous a paru intéressant d'étudier ce phénomène, à cause de l'importance pratique qu'il peut présenter dans l'analyse des huiles, généralement si laborieuse.

2. Tous les échantillons d'huiles que nous avons examinés, sauf l'huile d'olives, ont été obtenus dans nos laboratoires soit par pression à froid, soit par pression à chaud, mais la température n'a jamais dépassé 60°.

3. Les huiles, au point de vue spectroscopique, se comportent de trois façons différentes : les unes ne modifient presque en rien le spectre; d'autres présentent d'une manière fort nette les bandes d'absorption de la chlorophylle; d'autres enfin absorbent toute la moitié la plus réfrangible du spectre, laissant l'autre moitié absolument intacte.

4. Le type de la première catégorie est l'huile de Ricin. On ne constate dans son spectre *aucune bande,* même sous une épaisseur de 3 centimètres. Vers le rouge le spectre reste normal, mais vers l'autre extrémité les rayons les plus réfrangibles sont absorbés. La photographie montre que cette absorption porte également sur les rayons chimiques ultra-violets. *Jamais toutefois,* sous les épaisseurs employées, *le violet n'a été absorbé en totalité.*

Les huiles d'œillette et d'amandes douces se comportent de la même manière.

Le caractère du spectre de ces huiles est donc *l'absence complète de bandes d'absorption, l'intégrité de l'extrémité rouge, l'absorption plus ou moins grande de rayons chimiques lumineux ou non lumineux.*

5. Le type de la seconde catégorie est l'huile d'olives. L'examen sommaire, dont cette huile a été l'objet, a permis de constater la présence de la large bande rouge de la chlorophylle. La région violette du spectre est absorbée et cette absorption s'étend sur presque tous les rayons chimiques : un examen attentif et surtout la photographie du spectre permettent de voir des bandes dans le vert, le bleu et le violet coïncidant avec les bandes de la chlorophylle. Nous n'avons pas encore étudié avec soin le spectre de cette huile, n'ayant pu la préparer nous-mêmes. Tout ce que pour le moment nous tenons à indiquer, c'est la *présence d'une large bande dans le rouge.*

6. Le type de la troisième catégorie est l'huile de lin. Le spectre de cette huile est fort intéressant : même sous une faible épaisseur (2^{mm}), il est caractérisé par une *absorption complète de tous les rayons chimiques.* On constate un arrêt subit du spectre en plein vert, la portion la plus extrême de cette couleur, tout le bleu, tout l'indigo et tout le violet sont *absolument absorbés.* Par contre, le rouge, l'oranger, le jaune sont intacts. La limite rouge est la même que celle du spectre normal, et la large bande rouge, si nette dans les huiles de la seconde catégorie, fait ici entièrement défaut.

7. Ces faits ont une certaine importance, car ils peuvent dans certains cas offrir un procédé aussi sûr que précis de reconnaître la pureté d'une huile.

8. Comme exemple, nous nous contenterons de citer le mélange frauduleux de l'huile de lin avec l'huile d'œillette. L'analyse spectrale permettra de reconnaître d'une manière certaine le mélange de 10 litres d'huile de lin et de 90 litres d'huile d'œillette. Lorsque la dilution devient plus forte, lorsque le mélange d'huile de lin et d'huile d'œillette est fait dans les proportions de 5 p. 100 et même

de 2 p. 100, le spectre dévoilera encore la fraude. Il présente en effet des bandes dans le vert, dans le bleu et dans le violet, qu'un œil exercé à ce genre de recherches pourra facilement apercevoir. La photographie, du reste, permettra bien plus sûrement de les déceler.

9. Cette note résume les premiers résultats obtenus. Nous continuons cette étude et nous espérons pouvoir soumettre sous peu, à la Société, l'examen de toutes ou presque toutes les huiles commerciales, avec des photographies à l'appui.

Séance du 26 juin 1884. — M. MILLARDET communique à la Société une analyse du mémoire de M. GŒTHE sur la maladie du pommier causée par le *Nectria ditissima*.

M. Millardet fait ensuite connaître les résultats de ses observations personnelles sur ce sujet. La communication de M. Millardet est insérée *in extenso* dans le t. II, 3e série, des *Mémoires de la Société*.

— M. BAYSSELLANCE rappelle que, d'après M. Lespiault, la grêle tombe rarement dans la région d'un orage où se font entendre les plus violents coups de tonnerre. Il y a deux ans, près de Bergerac, et tout récemment à Mende, il a vu se produire une confirmation très nette de cette théorie.

— M. LESPIAULT répond que le fait auquel M. Bayssellance vient de faire allusion n'est peut-être pas d'une généralité absolue, mais qu'il paraît cependant très net dans la majeure partie des cas.

— M. HAUTREUX présente les observations suivantes sur la région équatoriale et les perturbations qu'éprouve la surface de la mer à la naissance du grand courant qui alimente le Gulf-Stream.

1° Limite nord des eaux chaudes.

Dans le mois de septembre, où la pénétration des eaux chaudes est la plus considérable dans l'hémisphère Nord, on a rencontré, près du Cap-Vert, les eaux à 25° :

en septembre	1882	par	20° 30'	lat. Nord.
—	1881	—	20° 30'	—
—	1883	—	19° 30'	—
—	1879	—	18° 45'	—
—	1880	—	18° 45'	—

L'oscillation paraît bien marquée.

Ces mouvements ont-ils une influence sur le climat de notre région ?

En prenant pour base d'appréciation la quantité de pluie recueillie

à Bordeaux, dans la période automne-hiver, suivant le mois de septembre, on trouve :

	Quantité d'eau recueillie :	
1882	656mm	Humidité.
1881	278mm	Sécheresse.
1879	241mm	Sécheresse.
1880	451mm	Moyenne.

On ne voit aucune induction à tirer de ces résultats.

2° Pénétration Nord des alisés du S.-E. On a rassemblé près de 600 observations pour les périodes comprises entre 1873 et 1884. Il existe des écarts considérables, à des intervalles très courts, dans les limites Nord des vents du S.-E., — on la trouve quelquefois de 200 lieues dans le même mois. On peut dire qu'en général, en février, mars, avril et mai, cette limite oscille entre l'équateur et le 2e ou le 3e parallèle Nord, et que du mois de juin au mois de décembre elle oscille entre le 4e et le 6e parallèle Nord, mais toujours avec des écarts considérables dans des observations très rapprochées.

En 1878, en juin, juillet et août, ces vents n'ont pas dépassé le 3e parallèle Nord, le courant du Gulf-Stream a été moins alimenté; les conséquences, au point de vue de notre région, semblent nulles.

En 1875, en février, mars et avril et mai, ces vents se maintiennent au-dessous de l'équateur; cette année est très caractérisée, l'automne suivant est humide dans notre région; il avait été ordinaire pour 1878. On ne voit encore dans cet ordre d'observations aucun lien avec le climat de notre pays.

Ces résultats négatifs n'ont d'autre importance que de montrer que nos climats n'éprouvent pas le contre-coup de modifications aussi lointaines, bien qu'elles affectent le Gulf-Stream.

Séance du 17 juillet 1884. — M. le Président annonce à la Société que des démarches ont été faites auprès de l'Administration supérieure par l'intermédiaire de M. le Recteur de l'Académie de Bordeaux dans le but d'obtenir un local pour la *Société des Sciences physiques* dans la nouvelle Faculté des sciences. Ces démarches ont été couronnées de succès : une salle sera mise à la disposition de la Société pour y tenir ses séances et un local séparé sera réservé pour sa Bibliothèque, sous la seule condition que les ouvrages qui la composent pourront être consultés par les lecteurs ordinaires de la Bibliothèque universitaire.

— M. Garnault communique sur la spermatogénèse du *Cyclostoma elegans* les observations suivantes :

Les follicules testiculaires sont limités extérieurement par une membrane anhiste sous laquelle se trouvent des cellules à granulations jaunes, ressemblant aux granulations deutolécithiques de l'œuf femelle; au-dessous une couche de cellules indifférentes (couche germinative), qui donne naissance d'un côté aux cellules granuleuses, de l'autre aux œufs mâles ou spermatogènes, qui se transforment après de nombreuses segmentations du noyau en spermatogemmes ou amas de spermatocytes. Le cytophore très rudimentaire ne contient aucun corps que l'on puisse considérer comme le reste d'un noyau-mère; souvent même il n'existe pas et les spermatozoïdes évoluent séparément dans la cavité du testicule. Le cytophore n'a donc pas la valeur qui lui a été attribuée par plusieurs auteurs : Mekel, Duval, Sabatier; il ne représente jamais le noyau-mère qui aurait donné naissance par bourgeonnement aux spermatocytes; il n'y a donc pas lieu de considérer ces derniers comme homologues des globules polaires (Sabatier, Van Beneden), mais on doit regarder le spermatogemme comme un embryon mâle formé par la segmentation répétée de l'œuf mâle, les spermatocytes sont homologues des sphères de segmentation.

Le noyau du spermatocyte très granuleux se fragmente en deux parties: l'une d'elles se met en rapport avec la queue et s'allonge, elle forme la tête du spermatozoïde tête cylindrique et très longue; l'autre débris du noyau reste dans le protoplasma et est résorbé ensuite avec lui, c'est peut-être ce corps qui a été considéré par divers auteurs comme étant le véritable noyau destiné à disparaître tandis qu'un corps particulier corpuscule spermatogène se transformait en la tête du spermatozoïde.

On trouve à la fin de l'hiver dans les organes génitaux de femelles enterrées des spermatozoïdes en parfait état qui proviennent d'un accouplement remontant à cinq mois environ.

— MM. Gayon et Dupetit indiquent un mode de dosage des produits réducteurs qui se trouvent d'ordinaire dans les alcools commerciaux. Une dissolution de permanganate de potasse, légèrement alcaline, ajoutée à un alcool étendu de son volume d'eau se décolore plus ou moins vite. Par des expériences comparatives ils ont trouvé que la durée de la réaction est sensiblement en raison inverse de la quantité d'impuretés réductrices. L'observation acquiert un grand degré de précision, si l'on suit les changements de couleur par réflexion à travers les liquides essayés, lesquels sont contenus dans de petites auges cylindriques à fond transparent. Un appareil très simple permet de faire six dosages simultanés. Des tracés graphiques sont aussi placés sous les yeux des membres de la Société.

MM. Gayon et Dupetit présentent ensuite un appareil à distillation fractionné plus propre que le tube d'Henninger et Lebel et autres tubes semblables à réaliser la séparation des liquides volatils. Cet appareil est essentiellement formé de plateaux métalliques percés de trous et portant de petits siphons renversés et séparés les uns des autres par des manchons en verre. La vapeur, en sortant de l'appareil, met en ébullition un liquide choisi convenablement et placé dans un réservoir en verre autour duquel elle circule de façon que la distillation s'opère à une température toujours constante.

En faisant varier la nature du liquide et en maintenant constante sa composition par l'emploi d'un réfrigérant, l'opérateur recueille à volonté des produits d'ébullition à points déterminés et fixes.

— MM. Gayon et Dupetit signalent à l'attention de la Société les propriétés antiseptiques des sels de bismuth. Ces sels peuvent être rendus solubles soit par les acides, soit par la glycérine, soit par la formation de sels doubles, tels que l'iodure double de bismuth et de potassium. Ces derniers procédés ont l'avantage de permettre la neutralisation du liquide, tout en maintenant dissoute une partie du sel. L'addition de l'un de ces corps à des milieux propres à la putréfaction, ensemencés avec des microbes vivants, empêche à de faibles doses le développement des infiniment petits et l'altération corrélative des liquides. La dose minima est variable d'un sel à l'autre, mais elle est toujours inférieure aux doses antiseptiques admises pour l'acide borique, l'acide phénique, le salicylate de soude, le chlorure de zinc et même le sulfate de cuivre. Les sels de bismuth ont sur quelques-unes de ces dernières substances, notamment le salicylate de soude, l'avantage de ne pas empêcher les réactions dues aux ferments solubles. Les observations qui précèdent ont une grande importance en thérapeutique, car elles peuvent dans une certaine mesure expliquer les effets et justifier l'emploi des sels de bismuth dans certaines affections.

— M. Millardet rappelle à la Société que M. Brefeld a indiqué que les acides minéraux et organiques jouissent de propriétés antiseptiques très énergiques. A la dose de 1/2000 les acides sulfurique, chlorhydrique et azotique empêchent le développement du *Bacillus subtilis;* il en est de même de quelques acides organiques, comme l'acide citrique et l'acide tartrique. Les acides qui doivent leur origine aux excrétions de microbes, comme l'acide butyrique et l'acide lactique, sont moins énergiques, ils ne deviennent antiseptiques qu'à la dose de 1/500. Enfin l'acide acétique se montre encore plus faible puisqu'il n'agit qu'à la dose de 1/300. Les acides miné-

raux et les acides tartrique et citrique peuvent donc pren re rang parmi les antiseptiques les plus énergiques.

— M. Gayon répond qu'il y aurait peut-être des inconvénients à introduire des acides dans l'organisme; il s'est d'ailleurs proposé de signaler de nouveaux antiseptiques très puissants, sans vouloir exclure de la pratique ceux qui sont déjà employés.

— M. Jolyet pense que le sous-nitrate de bismuth, dans le traitement de la diarrhée, fonctionne d'abord comme substance antiseptique, bien qu'il agisse encore probablement en ralentissant la circulation du sang et en modérant les sécrétions de la muqueuse intestinale.

— M. Gayon a observé qu'au moment du passage du train rapide la pression atmosphérique s'élève rapidement de $0^{mm}5$ pour revenir ensuite lentement à son point de départ.

EXTRAITS

DES

PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES DE LA SOCIÉTÉ.

ANNÉE 1884-85.

Présidence de M. G. RAYET.

Séance du 13 novembre 1884. — M. le Président prend la parole et s'exprime en ces termes :

« MES CHERS COLLÈGUES,

» Avant de procéder à l'élection d'un nouveau Bureau pour l'année 1884 85, permettez à votre Président de vous rendre compte de l'état actuel de la Société et des changements survenus dans le personnel de ses Membres depuis sa dernière réunion.

» Plusieurs de nos collègues ont quitté Bordeaux, après avoir fait parmi nous un séjour plus ou moins long. Ce sont : M. Micé, membre fondateur de la Société, nommé recteur de l'académie de Besançon; M. Forquignon, qui a été chargé d'un cours de métallurgie à la Faculté des sciences de Dijon; M. Costantin, appelé aux fonctions d'aide-naturaliste au Museum; enfin, M. Claverie, nommé professeur de physique au lycée de Vanves.

» Pendant le cours des vacances, le Bureau a pris soin d'activer les publications de la Société. J'ai la bonne fortune de vous annoncer que la traduction de la *Vie d'Abel* vous sera distribuée avant le 1er janvier, et je me permets d'arrêter votre attention sur la somme considérable de travail que M. Hoüel a dû déployer pour mener cet ouvrage à bonne fin. Notre collègue a eu pour lui seul la presque totalité de la besogne, tous ses collaborateurs lui ayant successivement fait défaut, sauf un seul qui désire garder l'anonyme.

» Le premier fascicule du t. Ier de la 3e série des *Mémoires* vous sera remis très prochainement, ainsi que le recueil des procès-verbaux de nos séances pour les deux années 1882-83 et 1883-84. »

M. le Président donne ensuite lecture d'une lettre qui lui a été

adressée par M. Hoüel, pour lui demander que la Société voulût bien le relever des pénibles fonctions d'archiviste, que l'état de sa santé ne lui permet plus de remplir.

M. le Président pense que la Société doit déférer à ce désir, quelque regret qu'elle puisse en éprouver. Si la Société l'y autorise, M. le Président se fera, près de M. Hoüel, l'interprète de ses regrets, en lui exprimant la gratitude qu'a inspirée à tous ses collègues un dévouement dont la maladie seule a pu suspendre les effets. Vous n'oublierez certainement pas, ajoute M. le Président, l'impulsion que M. Hoüel a su donner à vos travaux. L'extension que prennent chaque jour vos relations avec les diverses Sociétés savantes est due à son activité. Grâce à lui, chacun de vous peut aujourd'hui trouver dans notre bibliothèque un grand nombre de publications des plus importantes qui ont été obtenues par voie d'échange.

La Société décide par acclamation qu'une lettre sera écrite à M. Hoüel dans le sens qui vient d'être indiqué; elle y joint, en outre, tous ses vœux pour le prompt rétablissement de sa santé.

— M. Picard est nommé, sur sa demande, membre correspondant.

— M. Brunel est élu membre titulaire.

La Société procède au renouvellement de son Bureau. Sont élus :

Président.....	M. G. RAYET.
Vice-Président.....	M. FOURNET.
Secrétaire général.....	M. ABRIA
Secrétaires adjoints.....	MM. CAGNIEUL ET GARNAULT.
Archiviste.....	M. BRUNEL.
Trésorier.....	M. FOUGEROUX.

— MM. Gayon, Millardet, de Lagrandval et Bouchard sont élus membres du Conseil d'administration, qui se trouve composé de :

MM. DE LACOLONGE.	MM. HAUTREUX.
DUPUY.	BAYSSELLANCE.
AZAM.	GAYON.
JOLYET.	MILLARDET.
LESPIAULT.	DE LAGRANDVAL.
MERGET.	BOUCHARD.

— M. de Lacolonge annonce qu'un industriel de Pons a préco-

nisé une machine pour l'élévation des eaux destinées à la submersion des vignes; cette machine, déjà connue, ne peut être employée que dans les cours d'eau à niveau extrêmement peu variable.

M. de Lacolonge a remarqué, dans une ferme, que des canes ont cessé de donner des œufs féconds après que le canard d'Inde, avec lequel on les faisait accoupler, eut reçu un compagnon de son espèce et de son sexe. Ces deux animaux se livraient entre eux à des simulacres d'accouplement; peut-être doit-on attribuer à cette cause d'affaiblissement chez les mâles la stérilité des femelles.

Séance du 27 novembre 1884. — M. GAYON dépose une communication de M. DOUMERC qui est renvoyée à la Commission d'impression.

— M. MILLARDET présente à la Société des échantillons de souches de vignes atteintes du pourridié, et des photographies faites sur nature, représentant diverses phases de la même maladie et s'exprime ainsi :

Dans le travail intitulé : *Pourridié et Phylloxera,* qui a été publié dans le t. IV de la 2e série des *Mémoires de la Société des Sciences physiques,* j'ai donné le résumé de mes recherches sur le Pourridié de la vigne. Je concluais à l'existence de deux sortes de Pourridié : l'un, Pourridié observé chez M. Lacomme, à Lavardac (Lot-et-Garonne), causé par le Rhizomorpha de l'*Agaricus melleus;* l'autre, Pourridié du Médoc, Pourridié des mortaouses, observé chez M. Johnston, causé par un *mycélium* qui paraît à la surface des souches atteintes, sous forme de cordons blancs semblables à de la laine à tricoter, ou de nappes arachnoïdes (voir t. IV, p. 215, note).

Deux ans environ après la publication de mon mémoire je reçus de M. Robert Hartig, professeur à l'Université de Munich, un travail sur le même sujet (1). Dans ce travail, qui fait le plus grand honneur à son auteur, M. Hartig, s'appuyant sur ce fait que jusqu'ici on n'a pas constaté d'une façon certaine la présence de l'*Agaricus melleus* sur les souches pourridiées atteintes du rhizomorpha, arrive à ces conclusions : 1° que le Rhizomorpha du Pourridié de Lavardac n'est pas celui de l'*Agaricus melleus;* 2° que ce rhizomorpha est identique à celui qu'il a étudié sur des souches de

(1) *Rhizomorpha necatrix* dans *Untersuchungen aus dem forstbotanischen Institut zu Munchen; herausgegeben* Dr Robert Hartig, Heft III, 1883.

vignes pourridiées provenant des bords du lac de Constance ; 3° que le Pourridié du Médoc est identique aux deux autres.

Malgré que l'opinion de M. Hartig me semblât inconciliable avec les descriptions et les analyses que nous donnions, chacun de notre côté, des cordons rhizomorphiques qui, soit à Lavardac, soit dans le Médoc, soit enfin sur les bords du lac de Constance, sont la cause du Pourridié, je résolus de reprendre ce travail.

Au mois de mai 1883 j'allai chercher moi-même trois souches pourridiées à Lavardac. L'une fut mise en culture dans un grand cylindre de verre fermé en haut par un morceau de vitre, dans le fond duquel j'eus soin de conserver constamment quelques centimètres d'eau. Ce vase est resté jusqu'à ce jour dans une orangerie, enveloppé d'une feuille de papier noir qui en maintenait le contenu à l'obscurité. La seconde souche fut placée dans un vase semblable que je remplis ensuite de la terre sableuse du jardin. Ce vase, couvert également d'une plaque de verre, fut placé au pied d'un mur humide au nord. J'eus soin d'en arroser légèrement la terre, de temps en temps, afin de la maintenir humide. Enfin, la troisième souche fut enfoncée dans le sol du jardin dans un lieu frais.

En même temps que j'installais ces cultures du Pourridié de Lavardac, je recevais du Médoc, grâce à l'obligeance de M. David, régisseur de M. Johnston, des souches atteintes de l'autre variété du Pourridié. Je fis de celles-ci un second lot de cultures identiques à celles du Pourridié de Lavardac.

Voici le résumé des observations que j'ai faites sur ces cultures :

A. Pourridié de Lavardac.

Aujourd'hui les deux souches mises en terre, soit au jardin, soit dans un vase, n'ont rien produit de particulier. Il n'en est pas de même de la première souche placée à l'orangerie, dans le vase fermé, où régnait une température plus douce et une humidité constante. Après être restée sans changements pendant près d'une année, j'ai vu se produire à sa surface des filaments rhizomorphiques d'une très grande longueur et d'une ramification extrêmement riche, remarquables par leur grande ténuité, puisque chez la plupart la grosseur ne dépasse pas celle d'un crin de cheval. A peu près en même temps apparaissaient sur l'écorce une grande quantité d'appareils fructifères produisant des conidies, sur lesquels je me propose de revenir, ainsi que sur le système de Rhizomorpha capillaires dont il vient d'être question. Enfin, il y a une vingtaine de jours je vis apparaître, par groupes de deux à cinq, des agarics. Le groupe le plus élevé, constitué par deux individus, se trouvait

complètement développé il y a huit jours. Je l'ai fait photographier avec la souche.

Voici la photographie et la souche elle-même avec les restes des deux agarics les plus développés, et ceux des divers autres groupes plus jeunes. Vous les voyez sortir de l'écorce, et sur deux très jeunes individus hauts de trois millimètres seulement, j'ai pu m'assurer par des coupes convenables, à l'aide du microscope, que la base de l'agaric est formée d'hyphes qui sortent d'un cordon de *Rhizomorpha subcorticalis,* rampant sous l'écorce à un demi-millimètre de profondeur.

Quant au nom spécifique de cet agaric, il n'y a aucun doute que ce soit l'*Agaricus melleus* de Fries. Je l'ai comparé à la diagnose de cet auteur et à des *Agaricus melleus* pris dans la forêt où ils sont abondants en cette saison. Le doute n'est pas possible.

J'ajouterai que la base de la souche, au point où elle était en contact avec l'eau, porte une trentaine de filaments de rhizomorpha, longs de un à trois centimètres sur un millimètre environ d'épaisseur, qui sont sortis récemment de l'écorce. Leur coloration brune à la base, jaunâtre au sommet, comme leur forme et leur aspect général, sont une preuve certaine que c'est bien là la forme *fragilis* ou *subterranea* du rhizomorpha du même *Agaricus melleus.*

B. Pourridié du Médoc.

Les trois cultures de ce Pourridié ont donné des résultats identiques, mais c'est dans le vase où il n'y avait que de l'air et de l'eau, que le développement a été le plus facile à suivre.

Je dirai tout d'abord que ce Pourridié est exactement celui que M. Hartig a observé et si bien décrit, ce qui me dispense d'en donner une description. Dès le mois de juin de l'année dernière j'ai pu observer la formation des cordons blancs et des nappes arachnoïdes à la surface des souches, leur brunissement graduel au contact de l'air, et la formation des appareils conidifères découverts et représentés par M. Hartig. La comparaison seule des photographies que j'ai fait faire en juin ou juillet dernier, avec les figures du mémoire de M. Hartig, suffirait à nous convaincre que c'est bien le même organisme. La démonstration devient complète par l'identité des appareils conidifères des deux Rhizomorpha, celui du Médoc et celui du lac de Constance.

En résumé : 1° Le Pourridié de Lavardac est bien causé, comme je l'avais dit, par le parasitisme du Rhizomorpha de l'*Agaricus melleus;*

2° Le Pourridié du Médoc est causé par un parasite différent de

ce dernier, ainsi que je l'avais dit également, mais sans préciser davantage. M. R. Hartig, qui a étudié cette seconde espèce de Pourridié, a donné à ce parasite le nom de *Rhizomorpha necatrix*.

— M. Gayon présente à la Société un filtre inventé par M. Chamberland, et servant à débarrasser les eaux destinées à la consommation, des germes morbides qu'elles peuvent contenir.

— M. de Lacolonge a constaté que les tubes manométriques en verre se brisaient fréquemment quand on avait introduit dans leur intérieur une baguette de métal; on éviterait ces accidents en les nettoyant avec une baguette de saule.

Séance du 18 décembre 1884. — MM. Joannis et Martinet sont nommés membres titulaires.

— M. Cagnieul donne sa démission de secrétaire adjoint.

— M. Brunel fait une communication sur l'application de la géométrie à n dimensions à la théorie des nombres.

La théorie des nombres peut être considérée comme ayant pour but la recherche des points rationnels ou entiers (c'est-à-dire à coordonnées rationnelles ou entières) appartenant à un espace gauche situé dans un espace à n dimensions.

Un exemple simple auquel s'applique facilement la considération de géométrie à n dimensions est fourni par l'équation :

$$X_1^n + X_2^n = \begin{vmatrix} y^1\, y^2 \ldots\ldots y^{n-1}\, 0, \\ 0\, y^1 \ldots\ldots y^{n-2}\, y^{n-1}, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y^2\, y^3 \ldots\ldots\ldots 0\, y^1. \end{vmatrix}$$

La méthode qui permet de résoudre cette équation en nombres entiers ou rationnels étant l'extension de celle employée par M. Hermite pour l'équation :

$$X_1^3 + X_2^3 = y^3 + y_1^3.$$

La considération des coordonnées homogènes de la droite dans l'espace ordinaire, et dans l'espace à quatre dimensions, fournissent deux autres exemples, le dernier surtout étant intéressant en ce qu'il s'y présente un espace gauche de 5e ordre à six dimensions, situé dans l'espace linéaire à neuf dimensions et défini par cinq équations du second degré.

Le mémoire de M. Brunel est inséré dans le t. II de la 3e série des *Mémoires de la Société*.

Séance du 8 janvier 1885. — M. CLAVEL est nommé membre titulaire.

— M. JOANNIS est nommé secrétaire adjoint en remplacement de M. CAGNIEUL démissionnaire.

— M. PÉREZ critique quelques points des théories de M. Fabre, sur l'infaillibilité de l'instinct chez les insectes.

Séance du 22 janvier 1885. — M. FLAMME est nommé membre titulaire.

— M. PÉREZ fait une communication sur les mœurs des insectes dont le résumé sera renvoyé à la Commission d'impression.

Séance du 5 février 1885. — M. le Président présente les comptes du trésorier.

— MM. LAVAL, MORISOT et RODIER sont nommés membres d'une Commission chargée de vérifier ces comptes.

— MM. AZAM, HAUTREUX et LESPIAULT sont désignés pour examiner l'état des archives de la Société.

— M. le Président annonce à la Société que le t. I de la 3e série de ses *Mémoires*, contenant la traduction de la *Vie de N.-H. Abel* par M. C.-A. Bjerkness, est en distribution. Cette traduction est, comme tous les membres de la Société le savent, presque entièrement due à M. Hoüel.

— M. BJERKNESS (1), en accusant réception à M. HOÜEL du premier exemplaire de cet ouvrage, écrit d'ailleurs :

« Christiania, le 30 janvier 1885.

» MONSIEUR ET CHER COLLÈGUE,

» Je viens de recevoir de vous le livre qui, pendant ces deux » dernières années, nous a à tous deux coûté tant d'efforts. En le » voyant ainsi terminé, presque comme une œuvre de grande » étendue, l'importance et la grandeur du travail que vous avez » accompli est devenue encore plus évidente pour moi, et je sens » davantage encore combien je dois vous être reconnaissant. Le » vif intérêt que vous avez porté à cette entreprise a seul pu vous » rendre capable de vaincre les difficultés qui si souvent ont paru » devoir être insurmontables.

» Et après cela, Monsieur, votre nom comme collaborateur est » omis! quand sans vous ce livre n'aurait jamais existé, en fran-

(1) Professeur à l'Université de Christiania, et notre correspondant.

» çais tout au moins, avec cette étendue narrative et explicative. » Cet oubli de votre part de votre personne, après une si longue » confraternité en de si durs travaux, je la regarde avec respect, » mais elle me cause de la douleur.

» Permettez au moins, Monsieur, en adressant l'expression de ma » reconnaissance à la Société des Sciences physiques, d'y com- » prendre aussi le savant dont le précieux travail m'a été si indis- » pensable pour l'accomplissement de cette œuvre. »

Tous les membres de la Société, ajoute M. le Président, voudront adresser à M. Bjerkness l'expression de leur reconnaissance pour l'importante et magistrale analyse des œuvres d'Abel dont il a bien voulu nous confier la publication; tous aussi regretteront que les plus affectueuses insistances de ses amis les plus intimes n'aient pu décider M. Hoüel à associer son nom à celui de notre savant correspondant.

La Société vote d'unanimes remercîments à MM. Bjerkness et Hoüel pour leur publication en français de la *Vie d'Abel.*

Séance du 19 février 1885. — M. le Président communique la lettre suivante :

« Christiania, 2 février 1885.

» *A Monsieur le Président de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux.*

» MONSIEUR,

» La biographie d'Abel étant maintenant publiée dans les *Mémoires* de votre Société, je considère comme un devoir pour moi de présenter mes remercîments à la Société, et aussi au savant qui, pendant ce travail de deux années, m'a prêté une assistance si zélée et si précieuse.

» J'ai reconnu à chaque instant les efforts personnels qu'a faits M. Hoüel pour la bonne réussite de cette entreprise. Les preuves ne m'ont pas manqué. Laissant de côté ses propres travaux, il a persévéré jusqu'à la fin, en dépit de l'insuffisance des moyens mis à sa disposition, en dépit de sa santé vacillante. Je crois que je ne suis point le seul à lui devoir de la reconnaissance pour tout le travail dépensé à faire connaître cette histoire d'Abel. Mais dans ce volume qui nous a occupés tous deux pendant ce long intervalle,

le nom de mon collaborateur n'apparaît pas; je pense que ce ne sera qu'un acte de justice de reconnaître que, sans l'active assistance de M. Hoüel, cet essai sur une époque importante dans l'histoire des progrès de la science n'aurait guère existé en français, ou, tout au moins, jamais dans son développement actuel.

» Ce n'est pas seulement à un membre honoré de votre Société que je dois exprimer ainsi mes sentiments de gratitude, c'est aussi à votre généreuse Société.

» On le sait, il se présente, à chaque époque et dans tous les pays, des hommes qui ne sont point compris de leur temps. Dans un champ de recherches jusqu'alors inculte, les hommes d'élite qui vivent à ses côtés, n'ont pas même le privilège de suivre les traces d'un penseur profond. Il reste solitaire, et plus ses conceptions sont différentes des idées reçues, plus on met de temps à les comprendre. Il est donc bien facile, dans la suite, d'être injuste; et si l'on ne s'efforce, lorsqu'il est temps encore, de réparer cette injustice, il pourra arriver deux choses : l'histoire de la science sera faussée, on sera exposé à perdre la connaissance importante de l'origine des idées nouvelles.

» Le petit pays auquel appartenait cet homme supérieur a eu, dans le sort inique qui lui a été fait, une trop grande part; on a maintenant commencé à le comprendre, et aux frais de l'État, avec de grandes dépenses, on a publié à nouveau ses œuvres complètes, alors que de son vivant on lui niait le nécessaire.

» La France a eu aussi, à son égard, quelque chose à se reprocher, elle répare maintenant d'une façon bien noble et bien généreuse les torts qu'elle a pu avoir. En ce cas, et sur l'initiative de M. Hoüel, votre Société des Sciences de Bordeaux marche en tête. Elle a offert avec une large libéralité une place dans ses écrits à un étranger qui s'est fait de ces anciens événements un sujet d'étude; elle m'a fourni, en outre, le concours efficace d'un de ses membres savants.

» Agréez, Monsieur, l'assurance de mes sentiments dévoués et de ma haute considération.

» C.-A. Bjerkness. »

La Société décide que cette lettre sera imprimée et glissée dans le volume de la *Vie d'Abel.*

— M. de Lacolonge rappelle qu'en 1863 il a traité des vins par l'électricité sans obtenir d'autre résultat que d'affaiblir le vin.

— M. le Président lit le compte-rendu suivant de la Commission des archives et des finances :

« En exécution de l'article X de nos statuts, les Commissions nommées par vous pour la vérification des comptes de notre trésorier et l'examen de l'état de nos archives, se sont réunies jeudi dernier, et j'ai le devoir de vous faire part du résultat de leurs délibérations.

» Nos archives et notre bibliothèque, confiées à M. Brunel, depuis notre première réunion de novembre, ont été trouvées dans un ordre parfait. Notre bibliothèque a continué à s'enrichir de publications précieuses au moyen de l'échange de nos publications. Les Sociétés savantes de France et de l'étranger, avec lesquelles nous sommes en relations suivies, pensent donc que nous n'avons pas démérité et que nos travaux offrent toujours de l'intérêt.

» Dans la dernière séance j'ai eu la satisfaction de vous annoncer la distribution du t. I^er^ de la 3^e^ série de nos *Mémoires*, contenant la traduction, par notre collègue, M. Hoüel, de l'importante *Vie d'Abel* par M. Bjerkness.

» Nous avons, en outre, fait imprimer nos procès-verbaux de nos séances de 1883-84, et j'espère que le 1^er^ fascicule du t. I^er^ de la 3^e^ série de nos *Mémoires* sera distribué au printemps.

» Les comptes de notre Trésorier ont été trouvés d'une régularité parfaite et approuvés par votre Commission.

» Ces comptes constatent que les recettes de 1884 se sont élevées à 3,861 fr. 30, non compris la subvention du Conseil général qui doit nous être versée dans quelques jours. Les dépenses se sont élevées à 2,226 fr. 05 et laissent ainsi un boni apparent de 1,635 fr. 25; mais ce boni n'est réellement qu'apparent, car nous devons à M. Gounouilhou, pour impression du volume de la *Vie d'Abel*, 2,053 fr. La Société s'est donc en réalité appauvrie de 417 fr. 75, somme presque égale à celle qui doit nous rentrer du Conseil général.

» Pour l'année 1884, la Commission des finances prévoit une recette de 2,800 fr., et elle vous propose de régler comme suit le budget des dépenses de 1884 :

Entretien de la bibliothèque ..... F.	500
Convocations	300
Frais de recouvrements	100
Frais de correspondance	100
Impression des *Mémoires*	1,800
F.	2,800

» Le budget que votre Commission vous présente est juste en équilibre. Nous espérons que cet équilibre ne sera pas trop ébranlé par les dépenses nécessaires au transport de notre bibliothèque dans la salle qui doit nous être consacrée dans la nouvelle Faculté des sciences et des lettres. »

Séance du 5 mars 1885. — M. le Président communique à la Société une note de M. BAULE, capitaine du *Niger*, sur un résultat magnétique obtenu à bord de ce paquebot. Cette note est insérée dans le t. II de la 3e série des *Mémoires de la Société.*

— M. BRUNEL fait une communication sur quelques théorèmes d'*Analysis situs*, dans laquelle il expose l'historique de la question et donne quelques propriétés des nœuds et des surfaces à un seul côté. Un modèle simple d'une telle surface est présenté à la Société.

Séance du 19 mars 1885. — M. le colonel DEWULF est nommé membre titulaire.

— M. JOANNIS fait sur les oxydes de cuivre une communication qui est insérée dans le t. II de la 3e série des *Mémoires de la Société.*

— MM. GAYON et DUPETIT, continuant leurs recherches sur la réduction des nitrates par les microbes purs, sont arrivés à produire du protoxyde d'azote avec le microbe qui leur donne de l'azote pur dans le bouillon, en faisant simplement varier la nature et la composition du milieu nitraté. Il n'est donc point besoin pour expliquer la présence de ce gaz dans les expériences de Schlœsing et de Deherain de faire intervenir un microbe spécial.

— M. RAYET fait une communication sur les erreurs accidentelles dans les observations de passage par la méthode de l'œil et de l'oreille.

Séance du 21 avril 1885. — M. DOUBLET est nommé membre titulaire.

— M. MILLARDET fait une communication sur le greffage de la vigne.

De toutes les greffes employées à la reconstitution des vignobles détruits par le phylloxera, celle qui d'après lui donne les meilleurs résultats est la greffe en fente simple sur plant américain raciné en place. C'est cette greffe qui a prévalu dans le Midi où elle donne des résultats qui varient entre 80 et 95 p. 100 en grande culture.

M. Millardet présente à la Société deux instruments de son invention destinés à faire la greffe dont il vient de parler.

L'un est un couteau muni sur le dos de la lame d'un arrêt qui limite la profondeur de la fente faite au sujet. Comme la largeur de la lame augmente du sommet à la base du couteau, on peut graduer à volonté la profondeur de la fente du sujet, selon l'âge et le développement en épaisseur de ce dernier. La lame est terminée par une courte serpette avec laquelle on peut très bien tailler le greffon.

Le second instrument est une pince qui sert à poser la ligature. On coupe dans un tube en caoutchouc, aux ciseaux, des anneaux de 2 à 3 millimètres de hauteur. A l'aide de la pince on les saisit d'abord puis on les élargit et on en entoure l'extrémité du sujet dès que la fente est faite. Le greffon préalablement taillé en coin est enfoncé jusqu'au fond de la fente après seulement que la bague de caoutchouc a été placée.

Cette ligature a l'avantage de se faire sans peine et très rapidement. M. Millardet a vu chez M. de Grasset, grand propriétaire de Pézénas (Hérault), plus de cent cinquante mille greffes de un à cinq ans d'âge, faites et liées par ce procédé qui ne laisse rien à désirer.

Séance du 7 mai 1885. — M. le Président lit une lettre de la Société des Sciences de Christiania exprimant à M. Hoüel et à la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux toute sa gratitude pour la publication de la *Vie d'Abel*.

— Le général PEAUCELLIER est nommé, sur sa demande, membre correspondant.

— M. HAUTREUX fait une communication sur les températures de la mer et coups de vent de Bordeaux à New-York.

Les paquebots de la Compagnie Bordelaise font route à travers l'Atlantique 100 lieues plus au Sud que leurs concurrents qui partent de la Manche ; ils traversent le Gulf-Stream moins obliquement que les autres paquebots. Partant de Bordeaux, ils suivent à peu près l'arc de grand cercle jusqu'au sud du banc de Terre-Neuve par 43° Nord et 52° Ouest. L'examen des journaux du bord depuis trois années fait ressortir les faits suivants.

Températures de la mer. De Bordeaux jusqu'au 40e méridien les températures restent très uniformes; du 42e au 48e méridien se rencontrent des eaux chaudes; du 50e au 55e des eaux froides, à température très basse, et du mois de février au mois de juin, des

glaces; du 55° au 66° méridien, des eaux chaudes; du 66° au 75° (New-York), des eaux froides, depuis le mois d'octobre jusqu'au mois de juillet.

La région des eaux froides du grand banc est la mieux accusée et la mieux limitée; elle se déplace un peu vers l'Est, poussée par le Gulf-Stream pendant les mois d'été.

Les glaces flottantes signalées en avril 1885 ont une limite sud orientée O.-S.-O. — E.-N.-E — de 44° lat. N et 52° long. W à 48° lat. N. et 42°30 long. W.

Les coups de vent violents modifient passagèrement la température de la surface, surtout dans les points où les eaux froides sont très rapprochées des eaux chaudes, vers les bancs de Terre-Neuve et du Nouctoillet.

Coups de vent. La route des paquebots de Bordeaux passe généralement au sud du trajet ordinaire des cyclones qui atteignent l'Europe. On a relevé dans le *Bulletin international* que le nombre des jours où le vent a été supérieur à la force 6 pendant les trois périodes hivernales 1882-83-84-85 a été :

Entrée de la Manche..... ...	170
Embouchure de la Gironde.....	61

Les paquebots de Bordeaux, supportent donc le tiers des coups de vent qui, au départ ou à l'arrivée, atteignent leurs concurrents. Pendant les traversées de l'Atlantique durant la mauvaise saison sur 21 parcours, ces navires ont éprouvé 34 coups de vent, répartis à peu près également sur la surface de l'Océan. — Un tiers à peine de ces tourbillons a pu se relier aux coups de vent qui ont assailli l'Europe à la même époque. Les deux autres tiers ont dû passer entre le Groënland et l'Islande ou se dissiper en route.

Parmi les 34 bourrasques essuyées en mer, trois seulement ont passé au sud de la route des navires, toutes trois l'ont atteinte, entre les méridiens 42 et 48 Ouest dans la région des eaux chaudes.

De ces observations, résulte le conseil aux navires qui vont de Bordeaux à New-York de se rapprocher de la route loxodromique, depuis le mois d'octobre jusqu'au mois de février et, pendant le printemps et l'été, de se diriger par arc de grand cercle de manière à croiser le méridien de 52° Ouest par 42° ou même 41° de latitude Nord.

— M. Rayet fait une communication sur « les températures minima observées dans le département de la Gironde du 15 au

31 mars 1885 : époque à laquelle se sont produites dans la Gironde des gelées désastreuses pour les arbres fruitiers. »

Les minima de température observés ont été :

Mars.	LE PORGE.	ARÈS.	SAINTE-HÉLÈNE.	Floirac-Observatoire.	ARCACHON.
	o	o	o	o	o
15	0,5	1,4	3,5	1,3	2,3
16	— 1,6	— 0,6	3,6	2,2	1,9
17	— 1,0	0,4	5,7	3,8	2,3
18	5,4	6,9	6,8	6,3	8,5
19	1,4	2,2	5,8	4,1	4,2
20	— 0,7	0,2	4,2	0,5	1,8
21	— 2,1	— 0,1	1,7	0,6	0,0
22	4,7	5,6	1,9	3,7	5,8
23	2,3	2,6	2,7	1,1	2,8
24	— 1,2	0,2	— 1,2	— 0,2	0,2
25	— 5,3	— 4,0	— 1,1	— 1,0	— 1,0
26	— 5,1	— 3,8	1,8	— 1,4	0,1
27	— 2,7	— 1,0	2,5	1,1	0,2
28	0,6	3,1	3,4	2,4	3,7
29	— 4,6	— 3,2	3,8	0,0	— 1,0
30	0,9	1,8	2,9	2,5	3,2
31	— 0,3	0,6	2,9	3,2	3,2

C'est donc sur les plateaux des Landes que ce froid a été le plus vif. Quoique le froid n'ait pas été très considérable à Floirac, il a cependant été capable de geler, sur les abricotiers en particulier, les branches d'un an qui étaient couvertes de fleurs.

Séance du 21 mai 1885. — M. Hautreux présente à la Société une carte où sont indiquées les différentes températures observées entre Bordeaux et New-York et revient sur quelques points de sa communication précédente.

Le mémoire de M. Hautreux est inséré dans le t. II de la 3e série des *Mémoires de la Société.*

Séance du 4 juin 1885. — La Société s'est réunie sur l'invitation de son Président à l'observatoire de Floirac. M. le Président a montré les divers instruments de l'observatoire et en a expliqué le fonctionnement.

Séance du 18 juin 1885. — M. Dupetit, continuant l'étude du principe toxique qu'il a retiré d'un champignon, le *bolet comestible,* a constaté que ce principe jouit de la propriété de dédoubler l'amygdaline. Se basant sur ce fait et sur les résultats des diverses expériences communiquées antérieurement à la Société, M. Dupetit conclut que le poison du *bolet* est un véritable ferment soluble et

propose de le désigner, ainsi que les substances analogues existant dans les autres champignons, sous le nom de *mycozymase.*

La mycozymase de l'*Amanita rubescens* agit sur l'amygdaline comme celle du *bolet,* mais l'amidon et la saccharose ne sont nullement modifiés par les diastases de ces deux champignons.

L'action toxique spéciale de l'*Amanita rubescens* sur les grenouilles est due à un corps soluble dans l'alcool et non à la mycozymase.

M. Brunel fait la communication suivante à propos des systèmes articulés. Soit ABCD un quadrilatère articulé. Si l'on fixe les points A et B et si l'on prend sur les côtés BC et AD deux points C_1 et D_1 que l'on relie par une tige de longueur invariable, le système articulé est en général rendu fixe. Il arrivera cependant en certains cas où le système, en raison du jeu qui existe aux différentes articulations et de la flexibilité des lames qui le constituent, admet pour des positions déterminées des déplacements considérables. C'est ce qui se présente dans les systèmes de MM. Hart et Darboux. Les déplacements sont surtout considérables si le quadrilatère ABCD est dans une position telle que la distance des points C_1 D_1 pris sur les deux côtés opposés passe par un maximum. Dans le cas des systèmes de MM. Hart et Darboux, cela a lieu lorsque le quadrilatère est un trapèze. En général le même fait se présente lorsque les droites AB, CD et C_1 D_1 passent par un même point. Dans les applications il faudrait donc s'arranger en sorte que le quadrilatère ne se trouve pas dans le voisinage d'une position où il y a maximum.

Séance du 2 juillet 1885. — M. Durègne est nommé membre titulaire.

— M. Millardet fait hommage à la Société de son ouvrage sur les vignes américaines.

— M. Lespiault rend compte d'un orage qu'il a observé à Nérac, le 28 juin 1885, orage exceptionnel par la violence et surtout par la quantité d'eau qu'il a déversée sur la ville.

La matinée avait été très chaude. A 1 heure de l'après-midi, une masse profonde de nuages noirs, accumulée au S. et au S.-E, voilait déjà l'horizon comme une muraille opaque, tandis que la partie nord du ciel demeurait lumineuse et découverte. Tout à coup un vent impétueux s'élève, poussant devant lui de véritables nappes d'eau qui frappent horizontalement les façades des maisons, pénétrant par toutes les ouvertures, et inondent en quelques instants un

grand nombre d'appartements. Ce déluge dure une heure et demie environ, avec la même violence. Les trombes d'eau ont une telle épaisseur qu'elles masquent complètement des édifices situés à moins de cent mètres. Les rues sont converties en torrents. Les parties basses de la ville sont entièrement noyées.

Cet orage s'étend sur toute la partie de la vallée de la Baïse, située entre le village de Lasserre et l'embouchure, sur une longueur d'une trentaine de kilomètres (il est à remarquer que cette vallée court presque exactement du Sud au Nord). La rivière a instantanément débordé; mais c'est sur les petits affluents de droite et de gauche que la crue s'est surtout manifestée d'une manière inattendue. Tous, jusqu'au moindre ruisseau, sont sortis de leur lit, ont franchi les lignes de faîte, et, dès que la diminution de la pluie a permis d'apercevoir la campagne, on a vu les pentes environnantes partout sillonnées de torrents d'une eau blanchâtre et boueuse. L'un d'eux, le *ruisseau de Malle,* petit cours d'eau insignifiant qui ne s'élève jamais que de 2 ou 3 mètres dans son lit encaissé, a entièrement rempli son étroit bassin, et, suivant la route d'Agen à Nérac, il s'est précipité sur la partie haute de la ville éloignée de plus d'un kilomètre. En même temps il couvrait d'un mètre et demi d'eau les champs qui s'étendaient entre cette route et son embouchure, sur une surface d'une centaine d'hectares, enlevant les foins coupés, couvrant les blés et les vignes, renversant les clôtures, défonçant les maisons, entraînant les animaux domestiques. D'autres ruisseaux, tout aussi insignifiants, ont abattu des murs de soutènement, crevé la conduite en béton qui va de l'abattoir à la rivière, raviné les terres, quelquefois jusqu'à plusieurs mètres de profondeur, laissant à nu les larges masses rocheuses du sous-sol.

A chaque embouchure s'est formé un long delta qui dépasse de plus d'un mètre la hauteur normale des eaux, et qui parfois intercepte presque entièrement toute la largeur de la rivière.

Ajoutons que le chemin de fer de Condom à Port-Sainte-Marie a été coupé sur plusieurs points, heureusement sur une petite longueur, et que des vallons, qui n'avaient jamais été inondés, roulaient des masses d'eau qui dépassaient la hauteur d'un homme.

Il aurait été intéressant d'évaluer en millimètres la quantité de pluie tombée en moins de 2 heures. Malheureusement le seul udomètre existant à Nérac est celui des ponts et chaussées, qui ne mesure que 45 millimètres, hauteur jusqu'ici largement suffisante. Cet udomètre était rempli dès la première demi-heure, et la tem-

pête était si violente qu'il était impossible d'essayer de le remettre en service. Il a donc fallu se contenter de mesures très peu exactes qui ont été prises à l'aide de baquets, de cuviers,..... qui se trouvaient par hasard dans les cours ou les jardins. Les évaluations approchées obtenues par ce procédé varient entre 160 et 200 millimètres, ce qui répond à plus du quart de la pluie normale d'une année.

Cet orage effrayant se relie sans doute à celui qui éclatait à Tarbes dans la matinée, qui, vers midi, couvrait de grêle Auch et la vallée du Gers, et qu'on retrouve vers 3 ou 4 heures du soir aux environs de Limoges. Il est à désirer que des observations multipliées permettent de le reconstituer sur tout son parcours, et de le suivre jusque dans le nord de la France.

Le samedi 11 juillet, entre 4 et 5 heures du soir, une trombe analogue à la précédente, et suivant la même direction, s'est de nouveau abattue sur Nérac; mais elle a duré moins longtemps, a donné moins d'eau, et n'a touché que la rive droite de la Baïse. A 1 kilomètre de la rivière, la rive gauche n'a pas reçu une goutte d'eau. Ce qu'il y a de remarquable, c'est que le *ruisseau de Malle* a de nouveau débordé et est venu, comme au 28 juin, se jeter dans la rivière par la route d'Agen. Ce phénomène se produisant deux fois en quinze jours, sur un cours d'eau qui n'était jamais sorti de son bassin, paraît digne d'être mentionné.

Séance du 16 juillet 1885. — M. Carmignac-Descombes est nommé membre titulaire.

— MM. Gayon et Dubourg, en traitant de la levure de bière successivement par une dissolution à 100 p. 100 de tartrate neutre de potasse et par de l'eau distillée ou de l'eau sucrée, déterminent une excrétion abondante et une modification profonde de l'albumine contenue dans cette levure. En voici un exemple :

Albumine dissoute par le tartrate.....		9,1 p. 100 de l'albumine primitive.	
Albumine dissoute par l'eau :	coagulable par la chaleur, l'alcool ou les acides...	34,1	— —
	non coagulable par ces agents..	28,0	— —
Albumine restant dans la levure.....		28,0	— —
Perte		0,8	— —
		100,0	

La proportion d'albumine coagulable diminue avec l'âge de la levure.

La levure de brasserie, ainsi traitée par le tartrate, se contracte, se déforme et perd ses contours accentués; mais elle ne meurt pas, car, semée dans un liquide nutritif, du moût de bière, par exemple, elle se rajeunit et provoque la fermentation. Toutefois, elle ne reprend pas son aspect primitif; elle devient blanche et caséeuse, se rapetisse et s'allonge; elle présente, en un mot, tous les caractères d'une levure nouvelle. Les produits même de la fermentation diffèrent par le goût et l'odeur de ceux que donne la levure normale.

L'albumine coagulable paraît apte à nourrir la levure épuisée par le tartrate, car si on l'additionne, sa proportion diminue régulièrement pendant la fermentation alcoolique, comme dans l'exemple suivant :

	Albumine coagulable.	
Avant fermentation.....	39	p. 100 de l'albumine totale.
Après 1 jour de fermentation....	35,8	— —
— 2 jours —	33,2	— —
— 3 — —	22,5	— —

— MM. Gayon et Dupetit exposent que la décomposition des nitrates par les microbes peut s'expliquer par l'action secondaire de substances hydrogénées (en particulier de l'hydrogène), prenant naissance au sein des liquides nutritifs sous l'influence directe de ces microbes. La réduction des nitrates ne serait alors qu'un épiphénomène.

Quelles que soient la vraisemblance et la simplicité de cette explication, il faut cependant remarquer que les microbes qu'ils ont étudiés se développent mal ou ne se développent point dans les milieux non nitratés, mais qu'il suffit d'ajouter à ces derniers une petite quantité de nitrate, pour qu'aussitôt la fermentation s'établisse avec tous ses caractères habituels : trouble, mousse et dégagement de gaz.

Bien plus, si l'on sème du *Bacillus amylobaster* pur, dans une solution nutritive de glucose ou d'amidon, on obtient une fermentation butyrique, avec dégagement d'acide carbonique et d'hydrogène. Dans ces conditions, si l'on ajoute à la liqueur une petite quantité de nitrate de potasse, la fermentation continue, et de l'hydrogène se dégage sans décomposer le nitrate.

Il résulte de ce fait, plusieurs fois constaté, que si l'action réductrice de l'hydrogène naissant est suffisante, elle n'est pas nécessaire pour expliquer le mécanisme de la décomposition des nitrates dans les premières expériences de MM. Gayon et Dupetit.

EXTRAITS

DES

PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES DE LA SOCIÉTÉ

ANNÉE 1885-86.

Présidence de M. G. RAYET.

Séance du 19 novembre 1885. — M. le Président fait part à la Société de la perte douloureuse de deux de ses membres : M. P.-M. ALEXANDRE et M. O. DE LACOLONGE.

« Pierre-Mentor Alexandre est décédé à Bordeaux le 5 août 1885, à l'âge de quatre-vingt-un ans. Il était l'un des membres fondateurs de la Société, et, s'il n'a donné à nos *Mémoires* aucun travail original, il s'est toujours vivement intéressé à nos travaux et à notre prospérité, ainsi que le témoigne son assiduité à nos réunions et le don de plusieurs livres précieux, comme la collection de la première série des *Annales de chimie et de physique.* »

« Louis-Wilhem-Philibert-Philippe-Paul Ordinaire de Lacolonge, que nous avons eu la douleur de perdre le 2 novembre 1885, était membre de la Société depuis le 8 mars 1866 et a été notre président en 1882-83.

» Ordinaire de Lacolonge était né à Belfort en 1814, pendant le siège de cette ville par les armées alliées, et de son berceau, dressé dans l'une des casemates de la forteresse, il put entendre les bombes prussiennes éclater sur sa tête. A l'époque de la paix, son père, directeur des Postes, fut appelé à Strasbourg, où son fils fit ses premières études. Plus tard, le jeune Louis fut envoyé à Paris dans une école préparatoire, et il entrait à l'École polytechnique en 1833.

» En 1835, il sortait de l'École polytechnique dans les services de l'artillerie, était envoyé à l'École d'application de Metz et puis à Besançon, Lyon et Toulouse comme sous-lieutenant, lieutenant et capitaine d'artillerie. Enfin, en mars 1843, il était appelé à la poudrerie de Saint-Médard-en-Jalle avec le titre de capitaine inspecteur adjoint. Depuis cette époque, O. de Lacolonge n'a pas

quitté Bordeaux, où l'avaient appelé de nombreuses relations de famille, le souvenir de son père, venu autrefois prendre sa retraite dans cette ville, et enfin une alliance prochaine avec l'une des meilleures familles du pays.

» O. de Lacolonge est resté à Saint-Médard jusqu'en 1864, passant successivement capitaine inspecteur en 1848 et chef d'escadron en 1859; il avait été décoré en 1854. Pendant cette période de plus de vingt ans, la poudrerie de Saint-Médard s'est considérablement accrue et les plans des usines, des magasins de toute nature, des roues hydrauliques multiples qui actionnent encore aujourd'hui les machines à mélanger ou à broyer la poudre, sont presque tous de la main de notre collègue, qui s'est, dans ces circonstances, montré ingénieur de grand mérite et travailleur infatigable.

» Cette vie active, la surveillance incessante qu'il avait dû exercer sur les ouvriers de l'usine avaient cependant beaucoup fatigué M. de Lacolonge, et en 1863 il fut heureux de pouvoir prendre sa retraite et de venir se fixer à Bordeaux. Bientôt après, en mars 1866, il devenait notre collègue, et je puis dire qu'il a été l'un des plus actifs.

» Les travaux de M. O. de Lacolonge procèdent tous de la même préoccupation : celle de rendre un compte exact de la marche et du mode d'action de toutes les machines qu'il pouvait voir fonctionner autour de lui; celle de chercher si, par une application judicieuse des principes de la mécanique, principes que ses études à Metz et puis à Saint-Médard lui avaient rendus familiers, il ne serait pas possible de déterminer les défauts qu'elles pouvaient présenter et pas possible, par suite, d'améliorer leur rendement. Il ne serait pas facile d'énumérer ici d'une manière complète les recherches faites par M. O. de Lacolonge dans cet ordre d'idées; sa complaisance était, à cet égard, inépuisable, et ses très nombreux obligés pourraient seuls dresser le catalogue de ses travaux. Mais je voudrais au moins donner aujourd'hui un souvenir à des recherches plus étendues et publiées dans nos recueils locaux, soit dans les *Actes de l'Académie de Bordeaux,* dont il faisait partie depuis 1854, soit surtout dans les *Mémoires* de notre Société, car c'est à elle qu'il a toujours réservé ses recherches les plus étendues.

» Pendant qu'il était encore en partie absorbé par son service actif, M. O. de Lacolonge a créé un ventilateur qui a figuré avec honneur à l'Exposition universelle de 1855 et a plus tard été pour

lui l'objet d'études et d'expériences sur la mesure, par les manomètres, de la vitesse d'un courant d'air passant dans la tuyère d'une machine soufflante (*Actes de l'Académie de Bordeaux*, 23e année, 1861).

» C'est ensuite l'emploi de la chaîne à augets comme moteur qui attire son attention, et il s'applique en 1860 (*Actes de l'Académie de Bordeaux*, 22e année, 1860) à étudier le rendement et le mode de fonctionnement d'une machine pareille formant le moteur d'une meunerie placée sur l'une des jalles des environs de Bordeaux.

» En 1867, M. de Lacolonge nous donne (*Mémoires*, 1re série, t. V) un mémoire intéressant sur la question de savoir si un puits doit être ouvert ou foncé, puis une note sur les divers moyens proposés pour faire contribuer la traction à l'adhérence des locomotives.

» En 1873, il nous communique un mémoire critique important sur la question de l'étuvée des farines (*Mémoires*, 2e série, t. I, 1873). Les appareils employés dans l'industrie pour effectuer cette opération, indispensable aux farines qui doivent être conservées ou exportées, sont nombreux et très différents même par leur principe. M. O. de Lacolonge étudie les principaux, les décrivant avec autorité, donnant la théorie de leurs organes et cherchant leur rendement utile.

» Les années s'écoulaient cependant et avec elles venait pour notre collègue une vie plus calme et plus retirée, de longues soirées de réflexions et aussi la possibilité de songer à des questions plus difficiles, d'aborder des problèmes d'une portée théorique plus élevée. M. O. de Lacolonge travaillait toujours, mais il aimait à travailler à loisir, poursuivant sans hâte, mais poursuivant jusqu'à les résoudre, les problèmes qui avaient excité sa curiosité, toujours en éveil. C'est ainsi que pendant plusieurs années il a étudié le problème si complexe, et peut-être encore incomplètement résolu aujourd'hui, du mouvement du pendule de Foucault. Dans son mémoire de 1880 (*Mémoires*, 2e série, t. IV, 1880), il n'hésite pas à admettre comme un principe l'invariabilité du plan de rotation, c'est l'hypothèse de Foucault, et il examine dans ses moindres détails, s'aidant d'une analyse géométrique élégante, les conséquences que le mouvement de rotation de la terre doit avoir sur les oscillations d'un pendule complètement libre. Les résultats auxquels il parvient sont sensiblement concordants avec les expériences de M. Fonrroque.

» Mais des études purement spéculatives ne pouvaient absorber

longtemps l'ancien inspecteur de la poudrerie de Saint-Médard. En 1883 (*Mémoires,* 3e série, t. II, 1883), avec son mémoire sur le parallélogramme de Wat, M. O. de Lacolonge revient à ses études de prédilection et assigne les conditions que cet organe doit remplir pour offrir au piston un guide aussi rectiligne que possible.

» C'est aussi au point de vue des applications industrielles que notre regretté collègue avait, depuis près de deux ans, entrepris de laborieuses recherches sur les cycloïdes. Les chagrins d'abord, la perte d'une compagne à laquelle il avait donné le meilleur de ses affections et de sa vie, la maladie ensuite, l'ont empêché de terminer ce travail sur lequel bien des notes doivent exister et dont il m'entretenait il y a quelques semaines, se plaignant seulement de n'avoir plus la force de continuer ses calculs.

» M. O. de Lacolonge laissera parmi nous un vide véritable. Assidu à nos séances, il avait par son affabilité, par sa bienveillance extrême, par la solidité d'une amitié que rien ne pouvait altérer, par la droiture absolue de son caractère, conquis une place spéciale parmi nous. Quant à moi, il me semble que je viens de perdre un véritable ami. »

— M. le Président, en prenant possession du nouveau local que l'Administration supérieure et le Conseil municipal ont bien voulu accorder à la Société des Sciences physiques et naturelles dans le palais des Facultés, croit devoir faire en quelques mots l'histoire de la création et du développement de la Société :

« La Société des Sciences physiques et naturelles, qui compte aujourd'hui quatre-vingt-quinze membres titulaires, a eu des commencements modestes. Son origine première remonte à 1848 et à Jean-François Laterrade, directeur de l'ancien jardin des plantes de la rue d'Arès. Laterrade n'était pas un spécifiste éminent; il aimait médiocrement les dissections et le microscope, mais il possédait une qualité bien plus grande : il avait pour les plantes et les fleurs une de ces passions communicatives qui sont seules capables de grouper des élèves et de former une école. Aussi Bordeaux possédait-il dans le jardin de Saint-Bruno une véritable école de botanique. Chaque année, la Ville décernait des prix aux plus forts, et les vainqueurs des couronnes disputées étaient, le 24 juin suivant, invités par la Société Linnéenne à assister à la fête du grand naturaliste suédois. Au banquet, qui terminait cette fête, toujours célébrée avec un grand éclat et hors de Bordeaux, ils occupaient une place d'honneur.

» De tels moyens d'émulation et le caractère pratique de l'enseignement du maître avaient fini par grouper autour de Laterrade de nombreux étudiants, élèves de la Faculté des sciences ou de l'École de médecine, futurs horticulteurs, apprentis droguistes et même simples amateurs.

» Ils sont rares aujourd'hui les survivants de ces jeunes botanistes qui comptaient parmi les meilleurs d'entre eux : M. le Dr Micé et M. H. Brochon, encore nos collègues; M. Lafont, plus tard directeur de l'aquarium d'Arcachon; M. Fischer, directeur du *Journal de Conchyliologie;* Eugène Ramey (1), qui devait devenir, quelques années après, l'un des intéressés de la maison Vilmorin-Andrieu et Cie; Petit-Lafitte, fils de l'ancien professeur d'agriculture de la Gironde; Lavernelle... et bien d'autres, dont leurs camarades gardent un pieux souvenir.

» Plusieurs de ces jeunes gens essayèrent d'entrer à la Société Linnéenne; mais celle-ci ne pouvait alors recevoir parmi ses membres que les auteurs de mémoires originaux. Repoussés, au nom du règlement, ils conçurent la pensée de constituer entre eux une Société d'étude, de faire des excursions en commun, de récolter des plantes ou des fossiles et de se réunir ensuite en assemblée générale pour écouter le récit de ces courses et discuter sur les trouvailles qu'elles devaient amener. Ces réunions du jeune groupe, encore innommé, se tenaient alternativement chez les divers adhérents, le plus souvent chez MM. H. Brochon ou Micé; on y discutait avec ardeur et pendant de longues heures.

» Les succès obtenus par les adhérents du groupe dans les concours de l'École de botanique, l'heureuse organisation de leur mode de travail, attira bientôt sur leur association l'attention des professeurs d'histoire naturelle de la Faculté des sciences. MM. Bazin et Raulin comprirent que ces étudiants étaient des élèves à encourager; ils les prirent sous leur patronage, et bientôt après la Société d'Histoire naturelle de Bordeaux était fondée (décembre 1850). Son premier président fut Bazin; les membres, au nombre de onze, se réunissaient tous les quinze jours dans l'un des laboratoires de la Faculté des sciences. MM. Micé et H. Brochon représentent seuls aujourd'hui les premiers fondateurs.

La Société d'Histoire naturelle de Bordeaux avait un but bien défini : étudier la physique, la chimie, la météorologie, la constitution géologique, la flore, la faune du sud-ouest de la France et du

(1) Le magnifique herbier de E. Ramey est aujourd'hui à la Faculté de médecine de Bordeaux.

bassin girondin en particulier. Dans le premier volume de ses publications (1854-1855) nous trouvons en effet des Mémoires du Dr Micé sur la théorie dualistique et unitaire de la chimie, des monographies botaniques par MM. Bourguignat et E. Ramey, une description géologique du bassin de l'Adour par M. J. Delbos, et les procès-verbaux des séances de quinzaine des années 1850, 1851, 1852, 1853 sont remplis d'intéressantes communications sur les sciences naturelles et la physique.

» La Société comptait alors parmi ses membres (au nombre de vingt en août 1854) : Banon, chef de division à la mairie de Bordeaux, qui avait formé une riche collection des fossiles de Gradignan; Delbos, devenu plus tard professeur à l'École industrielle de Mulhouse et à la Faculté des sciences de Nancy; M. Musset, aujourd'hui professeur de zoologie à la Faculté des sciences de Grenoble; Germain, naturaliste préparateur; M. Abria, doyen de la Faculté des sciences; MM. Baudrimont père et fils.....

» Indépendamment de ses publications, la Société composait un herbier de la Gironde, dont elle décrivait dans son recueil les nouveautés ou les variétés. Le groupe homogène des premiers naturalistes donna pendant quelques années tous ses soins à cette collection de plantes; mais bientôt, d'une part, la mort, de l'autre, la lutte pour l'existence ou les déplacements de fonctionnaires ayant disséminé les travailleurs, force fut, après quelques années d'abandon, de partager l'herbier entre les membres restés fidèles au culte de la Botanique.

» En même temps que le groupe des naturalistes fondateurs se disloquait, des éléments nouveaux venaient donner à la Société une vie d'un nouveau genre et étendre la sphère de ses travaux. Dès le 2 juin 1853, la Société avait pris le titre définitif de Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux, et, bientôt après, les professeurs de physique, de chimie et de mathématiques de la Faculté des sciences se faisaient inscrire au nombre de ses membres titulaires. Le caractère des réunions se modifie dès lors rapidement, et bientôt les questions de mathématiques et de mécanique, théorique ou appliquée, alternent avec les communications d'histoire naturelle et de physiologie. Le mot de *science physique* est pris dans son acception la plus large.

» A partir du tome II de ses *Mémoires* (1861) la Société des Sciences physiques publie dans ses recueils : les recherches mathématiques de V.-A. Lebesgue, correspondant de l'Institut, sur la théorie des nombres; les principaux Mémoires de M. G. Lespiault sur le

mouvement des nœuds de la lune et le groupe des petites planètes situées entre Mars et Jupiter; le plus grand nombre des travaux d'optique physique de M. Abria et enfin la série presque complète des Mémoires de M. Baudrimont. Doué d'une activité sans limites, d'un esprit ouvert à toutes les idées nouvelles, M. Baudrimont a porté son attention sur les questions les plus diverses, s'occupant alternativement de chimie, de mathématiques, de linguistique et de philosophie.

» Les Sciences naturelles ou médicales n'étaient cependant pas abandonnées par les membres de la Société; elles avaient toujours une grande place dans ses réunions, et je ne puis oublier ici que nous avons eu la primeur des recherches du Dr Oré sur la transfusion du sang.

» La publication de cette série de travaux avait peu à peu appelé l'attention sur notre Société et le nombre des membres, qui était de 26 en 1861, s'élevait successivement à 29 en 1863, à 36 en 1864 et enfin à 51 en 1865.

» Avec cet accroissement du nombre de nos collègues, la Société obtenait une richesse relative, très relative, heureusement augmentée par les généreuses subventions du Conseil municipal de Bordeaux et du Conseil général de la Gironde. En même temps aussi l'un de nos plus savants collègues de la Faculté des sciences, M. Hoüel, prenait, comme archiviste, la direction des publications de la Société et la faisait profiter de sa grande érudition et des relations qu'il avait depuis longtemps su se créer parmi les savants étrangers. C'est de 1865 que date la prospérité complète de la Société des Sciences physiques, et c'est à cette date que commencent les services qu'elle a rendus à la science en général et à la science française en particulier.

» Je crois en effet que c'est un honneur pour nous d'avoir fait connaître, par des traductions, des travaux qui n'ont obtenu l'influence légitime qu'ils devaient avoir en France que le jour où ils ont été publiés à Bordeaux. La première de ces traductions (due à M. Hoüel) et publiée dans le tome IV de nos *Mémoires* est celle des études géométriques de N. L. Lobatschewsky sur la théorie des parallèles, imprimées à Berlin en 1840; elle fut bientôt suivie de la traduction du Mémoire de J. Bolay sur la science absolue de l'espace (t. VI, 1867). Les années suivantes, 1867 à 1876, M. Hoüel publiait dans nos *Mémoires* sa théorie élémentaire des quantités complexes (t. VI, 1867 — t. VII, 1869 — t. VIII, 1872 — et 2e série, t. I, 1876).

» Dans ces mêmes volumes, à côté des hautes théories mathématiques de notre collègue M. Hoüel, se trouvent les savantes recherches de M. P. Bert sur les mouvements de la sensitive, sur la mort des poissons de mer dans l'eau douce, sur l'action élémentaire des anasthésiques, sur l'amphyoxus, sur la locomotion, sur la physiologie de la seiche ; les Mémoires de M. Delforterie sur les stations préhistoriques et lacustres de Bordeaux et de Cubzac; enfin, le savant Mémoire de M. Perez sur la génération des mollusques gastéropodes.

» Notre Société, qui a toujours pratiqué l'alliance la plus cordiale entre toutes les sciences, consacrait en même temps, tout le t. VII de nos *Mémoires* (1869) à la publication de l'Étude de M. le Dr Micé sur les progrès de la chimie organique pure. En 1870 (t. VIII) elle publiait de même les travaux de M. E. Royer, sur la transformation de l'acide oxalique et de l'acide carbonique en acide formique.

» En même temps, et par les efforts continus de notre archiviste, M. Hoüel, la Société étendait ses relations à l'ancien continent tout entier et à l'Amérique. En 1868, nous échangions nos publications avec presque toutes les institutions savantes de l'Europe, et nous comptions presque partout des correspondants, et ces derniers, même parvenus à une haute situation scientifique, étaient heureux de recourir à notre publicité. C'est ainsi qu'à partir de 1870, nos volumes de *Mémoires* renferment des travaux importants de MM. Darboux, Laisant, de Tilly, P. Tannery.., et l'an dernier enfin nous avons publié, en un gros volume, une traduction, par M. Hoüel, de la biographie du célèbre mathématicien Abel, que M. Bjerknes, professeur à l'Université de Christiania, venait d'écrire en norwégien.

» Ces publications d'un caractère absolument scientifique n'empêchaient pas la Société de faire en même temps une large place aux questions d'un intérêt plus immédiatement pratique, plus industriel et plus local. Dans les volumes de nos *Mémoires* on retrouvera: les études de M. A. de Lacolonge sur les étuves à farine, sur les roues hydrauliques, sur le parallélogramme de Watt; les travaux de M. Hautreux sur la température de la mer et sur la route la plus courte entre Bordeaux et l'Australie, sur la navigation du golfe de Gascogne aux côtes du Brésil, et enfin sur la route suivie par les paquebots de la Compagnie bordelaise entre le golfe de Gascogne et New-York.

» La cause de nos hivers pluvieux et de la violence des coups de vent qui paraissent être maintenant devenus une déplorable carac-

téristique de notre climat ont été l'objet d'importantes communications de M. Lespiault et de discussions animées avec M. Raulin.

» Les maladies de la vigne qui, sous des formes diverses, ont, depuis quinze ans, fait disparaître de l'Entre-deux-Mers, de la Charente, des vallées de la Garonne et de la Dordogne, une culture qui faisait la richesse du Sud-Ouest, ont été pour nos collègues l'objet de recherches dont quelques-unes ont eu un succès complet. Les communications de cette nature commencent, en 1875, par des Mémoires de M. Baudrimont sur l'action des insecticides, sur le phylloxera et une description des mœurs de ce parasite par M. Perez. M. Millardet nous a fait part de ses études sur le caractère et le développement du pourridié, la structure de la racine des vignes américaines, et nous a montré pourquoi certaines d'entre elles pouvaient résister à la piqûre du phylloxera. La greffe de ces variétés résistantes à l'aide de plants français, faisait en même temps l'objet d'un important Mémoire de M^me^ Ponsot, bien connue de tous les viticulteurs, que la Société a été heureuse de publier dans le tome II de la 2^e^ série de ses *Mémoires*.

» Enfin, c'est aux expériences méthodiques de notre collègue M. Millardet que l'on devra l'étude complète du procédé de destruction de l'ennemi le plus récent de la vigne, le *mildew*, par le mélange de sulfate de cuivre et de chaux.

» Dans un autre ordre d'idées, nos procès-verbaux récents renferment les résultats des recherches de M. Merget sur le traitement des maladies par les vapeurs de mercure, une étude de MM. Gayon et Dupetit sur la décomposition des nitrates par les microbes, des travaux de M. Gayon sur la production d'un gaz pouvant servir à l'éclairage par la fermentation du fumier de ferme.

» Mes collègues voudront bien me pardonner la longueur de cette étude, incomplète à beaucoup d'égards, sur le passé de notre Société; elle ne me semble pas cependant inutile, et, quand les plus anciens d'entre nous auront disparu, il n'aurait plus été possible de la faire. Il m'a semblé aussi que nous devions aujourd'hui, au moment où nous prenons possession d'une salle qui nous est régulièrement attribuée dans le palais des nouvelles Facultés, donner un souvenir à la petite salle de la rue Montbazon, dans laquelle nous nous sommes réunis pendant près de trente-six ans, grâce à l'extrême bienveillance de M. le doyen de la Faculté des sciences. L'exiguité de la pièce ne nous a pas empêchés de prospérer et d'arriver à compter parmi nous la majeure partie de ceux qui à

Bordeaux aiment ou cultivent la science. Je désire que la salle grande et bien aménagée, dans laquelle nous sommes assemblés aujourd'hui, entende à son tour des communications capables de porter plus haut encore le renom de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux.

» Si nos livres, autrefois cachés dans des armoires, sont maintenant correctement rangés autour de nous sur des rayons fort bien aménagés ; si nous avons une salle de réunion que bien des Sociétés vont nous envier, nous ne pouvons oublier que nous sommes redevables de cette large hospitalité à M. le Maire de Bordeaux et à M. le Recteur de l'Académie qui, connaissant l'importance de notre Société, ont bien voulu être les intermédiaires entre votre Bureau, le Conseil municipal de Bordeaux et M. le Ministre de l'instruction publique.

» Je vous propose donc, mes chers collègues, de nommer membres honoraires de notre Société : M. le Maire de Bordeaux, M. le Recteur de l'Académie, et aussi M. l'architecte Durand, auquel revient l'honneur de tous les détails de notre installation. »

Ces propositions sont votées par acclamation.

M. le Président propose également d'adresser des remerciements à M. Brunel, archiviste, qui a présidé à tous les détails du transport de la bibliothèque.

Cette proposition est votée à l'unanimité.

— Sur la proposition de M. Gayon, M. Fournet, vice-président, est nommé président honoraire.

— M. le Président annonce la mise en distribution du premier fascicule du tome II (3e série) des *Mémoires* de la Société. Ce fascicule renferme les procès-verbaux de 1884-85.

— La Société procède au renouvellement du Bureau ; sont élus :

Président honoraire	M. FOURNET.
Président	M. G. RAYET.
Vice-Président	M. BOUCHARD.
Secrétaire général	M. ABRIA
Secrétaires adjoints	MM. GARNAULT ET JOANNIS.
Archiviste	M. BRUNEL.
Trésorier	M. FOUGEROUX.

— MM. Dupuy, Azam, Jolyet, Royer et Morisot sont élus membres du Conseil d'administration, qui se trouve ainsi constitué :

MM. LESPIAULT.	MM. DE LAGRANDVAL.
MERGET.	ROYER.
HAUTREUX.	DUPUY.
BAYSSELLANCE.	AZAM.
GAYON.	JOLYET.
MILLARDET.	MORISOT.

— M. GARNAULT fait une communication sur les applications thérapeutiques des sels solubles de bismuth. MM. Gayon et Dupetit ayant montré que les sels solubles de bismuth, et notamment l'iodure double de bismuth et de potassium, étaient des antiseptiques très puissants, M. Garnault, après avoir fait quelques expériences montrant que dans des conditions à peu près semblables à celles où il se proposait d'essayer l'iodure de bismuth et de potassium, ce sel n'était pas toxique, l'a employé en solution de 1 p. 100 dans le traitement des otorrhées chroniques des ulcères, d'une fistule à l'anus, d'une plaie chirurgicale fortement septique, un abcès de la cuisse avec carie du fémur. Il a obtenu une désinfection rapide de ces plaies, ainsi que la disparition ou la diminution rapide du pus; tous les malades sont ou guéris ou en voie de guérison.

— M. GAYON et DUPETIT déposent leur mémoire sur la *réduction des nitrates par les infiniment petits*. Ce mémoire est imprimé dans le tome II de la 3e série des *Mémoires* de la Société.

Séance du 3 décembre 1885. — M. le Président donne lecture des lettres de M. le Recteur et de M. Durand, remerciant la Société des Sciences physiques et naturelles de les avoir nommés membres honoraires.

M. FALLOT est nommé membre titulaire.

— M. MILLARDET rend compte à la Société des résultats qu'il a obtenus récemment dans le traitement du *mildew* et du *rot* au moyen d'un mélange de chaux et sulfate de cuivre.

L'idée d'employer les sels de cuivre au traitement de cette nouvelle maladie de la vigne lui a été suggérée en octobre 1882 par la constatation des bons effets qu'exercent sur le développement du parasite les aspersions cuivreuses (1) qu'on a l'habitude de faire en Médoc, le long des chemins, sur les pampres et les raisins, dans le but de prévenir le grappillage par les passants. Les feuilles touchées par le mélange cuivreux montraient une résistance remarquable à la maladie. Aussi, dès le 15 mars 1883, M. Millardet exprimait-il publiquement (2) l'espoir d'obtenir, au moyen des sels de cuivre, des résultats plus satisfaisants dans le traitement du mildiou que ceux auxquels on était arrivé jusque-là.

Dès les mois de juin et juillet suivants, il se livra sur les vignes

(1) Soit avec le *verdet*, soit avec un mélange à proportions variées de chaux et sulfate de cuivre dans l'eau.

(2) *Zeitschrift fur Obst., Wein., und Gartenbau fur Elsasz-Lothringen;* numéros des 1er et 15 mars 1883.

de son jardin à des essais préliminaires, dans le but de déterminer la nocuité et l'innocuité de divers composés cuivreux, ferreux, etc. En avril, il faisait part des résultats auxquels il venait d'arriver à M. Ernest David, régisseur de M. Johnston au château Dauzac (Médoc). Ce dernier répéta immédiatement les mêmes expériences en plein vignoble. Il en fut de même en 1884. Malheureusement, l'absence presque complète de mildiou en 1883 et 1884 dans les vignobles où les essais avaient été institués empêcha les expérimentateurs de juger de la valeur exacte des procédés employés.

Cependant, ces deux années de recherches avaient permis de constater que le mélange de chaux et sulfate de cuivre avait, à plusieurs égards, une supériorité marquée sur les autres procédés mis à l'essai. Elles avaient servi, en outre, à déterminer exactement les doses les plus avantageuses des substances qui entrent dans sa composition.

Le 1er avril de cette année (1885), au moment d'entreprendre une nouvelle campagne contre le mildiou, M. Millardet fit part à la Société d'Agriculture de la Gironde des résultats acquis dans ces deux années de recherches et donna la formule du procédé de traitement, à laquelle il était arrivé avec l'aide de M. David. La voici :

Faire dissoudre d'un côté 8 kilos de sulfate de cuivre dans 100 litres d'eau quelconque; d'un autre, faire, avec 15 kilos de chaux grasse en pierre et 30 litres d'eau, un lait de chaux. Mélanger les deux liquides.

On verse la bouillie bleuâtre, qui résulte du mélange, dans un seau ou un arrosoir qu'un ouvrier tient dans la main gauche; tandis que de la droite, à l'aide d'un petit balai de bruyère, il asperge les pampres, à droite et à gauche, en marchant à reculons, afin de ne pas se tacher. — Avoir soin de tacher les raisins le moins possible.

Il est important que le traitement ait lieu préventivement, c'est-à-dire dès la première apparition du mildiou. Il doit être suivi de quelques heures de beau temps, afin que le mélange ait le temps de sécher complètement.

Le traitement a été appliqué, du 10 au 20 juillet dernier, chez M. Johnston, par les soins de M. David, sur une surface de vingt-cinq hectares. Le résultat en a été vraiment merveilleux : les vignes traitées ont gardé leurs feuilles jusqu'à la fin de novembre, tandis que partout ailleurs il n'en restait plus dès le 8 septembre. La récolte dans les vignes traitées a été normale comme quantité

et qualité, tandis que dans celles qui ne l'ont pas été la quantité a été très réduite et la qualité mauvaise.

La diminution de quantité a sa cause principale dans le développement du *rot,* ou mildiou, du raisin.

L'expérience de cette année a montré que cinquante litres du mélange suffisent pour mille souches basses du Médoc. Le prix du traitement, tous frais compris, n'a pas atteint cinquante francs par hectare.

Un autre essai, sur une très grande échelle, puisqu'il s'agit de 100 hectares de vignes, a été fait également, en août dernier, en Italie, non loin de Novi (Ligurie), par M. le marquis G. Pinelli Gentile et M. Gisueppe Rebora. Comme en Médoc, les résultats en ont été très satisfaisants.

L'explication de l'efficacité du traitement a sa source dans la sensibilité vraiment prodigieuse des conidées du *Peronospora* aux sels de cuivre. Si l'eau dans laquelle on les met pour les faire germer renferme seulement deux ou trois *dix-millionièmes* de cuivre, à l'état de sulfate, leur germination est empêchée : elles meurent.

Or, il est constant, d'après les essais que M. Gayon a bien voulu faire pour éclairer cette question, que l'hydrate d'oxyde de cuivre, tel qu'il se trouve à la surface des feuilles après le traitement, englobé dans le sulfate et le carbonate de chaux (qui se forme peu à peu), est très légèrement soluble dans l'eau pure, un peu plus dans l'eau chargée d'acide carbonique, davantage encore dans l'eau tenant en solution du carbonate d'ammoniaque.

Il est donc naturel de conclure que les eaux météoriques (pluie et rosée), qui contiennent toujours plus ou moins d'acide carbonique et de carbonate d'ammoniaque, sont capables de dissoudre une faible quantité de l'oxyde de cuivre déposé par le traitement à la surface des feuilles. Le cuivre, bien qu'en quantité infinitésimale dans l'eau ou les conidées, déposées par le vent à la surface des feuilles, sont appelées à germer, suffit à empêcher le développement de ces germes reproducteurs.

M. Gayon a bien voulu prêter encore son concours à M. Millardet pour la recherche du cuivre dans les vins provenant des vignes soumises au traitement. Il a établi que ces vins contiennent, au maximum, moins de un dixième de milligramme de ce métal par litre, souvent même beaucoup moins.

Pour de plus amples détails, M. Millardet renvoie à plusieurs notes qu'il a publiées dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* et dans le *Journal d'agriculture pratique,* depuis le 1er octo-

bre dernier, soit en son nom personnel, soit en collaboration avec M. Gayon.

— M. Kowalski donne communication à la Société d'un travail sur la théorie des machines dynamo-électriques.

Ce travail a pour point de départ une observation sur la manière dont M. S.-P. Thomson, dans son récent ouvrage sur les dynamo, calcule la différence de potentiel aux bornes d'une machine auto-régulatrice.

Cet auteur admet d'abord pour ce calcul la proportionnalité entre l'intensité du champ magnétique et celle du courant excitateur; puis, eu égard à l'indétermination qui en résulte pour la valeur du potentiel, il se borne à tirer de son hypothèse deux conditions d'auto-régulation, et achève le calcul en partant des formules établies pour lui pour la série dynamo, en partant de la loi de saturation dite loi de Frölich. M. Kowalski, admettant cette loi, établit d'abord une formule générale pour toutes les machines, et en déduit comme cas particuliers celles obtenues par M. Thomson pour les séries et shunt dynamo. Puis, prenant pour base les conditions de construction des machines auto-régulatrices, il en déduit directement la nécessité de donner à la machine une vitesse déterminée, dont il obtient la valeur, et calcule la force électro-motrice correspondante.

Les formules qu'il obtient coïncident du reste avec celles obtenues par M. Thomson par une voie toute différente et moins générale. (Voir les *Mémoires,* t. II.)

Séance du 17 décembre 1885. — MM. Daguillon, Thouvenel et Boignier sont élus membres titulaires.

— M. Kowalski, comme suite à sa précédente communication, établit l'équation de la courbe dite caractéristique pour les trois types principaux de dynamo.

Cette courbe se réduit *a priori* à une droite pour les Compound auto-régulatrices. Pour les deux autres types, son équation est celle d'une hyperbole passant par l'origine des coordonnées. Quatre observations suffisent donc théoriquement pour la déterminer. La situation de la courbe est du reste différente pour les deux types, d'où découlent pour les conditions de désamorçage des machines des valeurs de la résistance variant en sens inverse. M. Kowalski indique ensuite les relations qui existent entre les éléments géométriques des courbes et les constantes des machines, d'où l'on peut facilement déduire ces dernières.

Le mémoire de M. Kowalski est imprimé dans le tome II de la 3e série des *Mémoires de la Société.*

— M. Bouchard communique le résultat d'observations faites par lui sur les cerveaux de trois suppliciés.

Depuis quelque temps, l'attention des anatomistes, appelée d'abord sur les centres moteurs de l'écorce de l'encéphale, tend à rechercher des centres psychiques. Cette étude est des plus difficiles, et aujourd'hui encore nul ne saurait rien affirmer.

Les circonvolutions cérébrales présentent un type général toujours le même chez l'homme normal; leurs plis de passage peuvent varier et varient en effet beaucoup suivant les sujets, mais toujours le nombre des circonvolutions paraît rester le même. Le lobe frontal, qui seul nous intéresse dans cette étude, est constitué, chacun le sait, par trois circonvolutions, dont la plus inférieure, la troisième, est bien connue depuis Broca, dont elle porte le nom. C'est là que se trouvent les centres moteurs de l'articulation des sons. Elle se rattache donc à la zone motrice et est, en réalité, indépendante des régions que nous supposons jusqu'à présent psychiques. Il est à remarquer, du reste, que sa nutrition ne lui vient pas, comme celle des deux premières circonvolutions frontales, par l'artère cérébrale antérieure, mais bien par la branche extérieure de l'artère sylvienne, dont les autres divisions se rendent toutes aux régions motrices de l'écorce.

Si donc on recherche des centres psychiques, c'est dans l'état actuel de la science, aux deux premières circonvolutions frontales, aux deux supérieures qu'il faut s'adresser. Les plis de passage, ou plicatures secondaires, y sont nombreux et variables; mais, je le répète, à l'état normal, on ne trouve que deux circonvolutions qui, par leurs pieds, se rattachent à la circonvolution frontale ascendante, qui tient en avant la scissure de Rolando. La troisième frontale, frontale inférieure, se rattache elle aussi par son pied sur la frontale ascendante; de telle sorte que, en étudiant le bord antérieure de celle-ci, on ne trouve que trois pieds, trois soudures qui le raccordent avec le lobe frontal.

Benedickt ayant pu étudier un grand nombre de cerveaux d'assassins, a constaté que sur beaucoup d'entre eux, 45 0/0 à peu près, il existait, au contraire, quatre circonvolutions frontales se rattachant, par quatre pieds distincts, à la frontale ascendante. L'une d'elles était dédoublée, et ce dédoublement portait sur les deux supérieures, que nous admettons comme psychiques, la troisième, centre des mouvements de l'articulation des sons, ne parti-

cipant jamais à cette multiplication. Le type des circonvolutions frontales chez ces criminels était donc non plus ternaire, mais quaternaire, et chez les animaux carnassiers, chez les grands félins surtout, le type quaternaire est normal.

Chose étrange! le nombre d'assassins qui, pour une cause ou une autre, ont échappé à la peine de mort, et qui sont récidivistes d'assassinat, se rapproche de la proportion des cerveaux anormaux indiqués par Benedickt.

J'ai pu, depuis un an, me procurer trois cerveaux de criminels exécutés, l'un à Bordeaux même, les deux autres à Riom (Puy-de-Dôme), et ce sont ces cerveaux que je vous soumets aujourd'hui.

Tous les trois présentent manifestement quatre pieds de raccordement sur la frontale ascendante, mais chez tous le dédoublement ne porte pas sur la même circonvolution, et la division ne s'étend que jusqu'à la même distance en avant.

Sur les cerveaux n° 1 et n° 3 vous voyez nettement la circonvolution frontale supérieure; la première, dédoublée jusque tout à fait en avant; la division porte sur sa totalité.

Sur le cerveau n° 2, c'est la deuxième circonvolution frontale, qui est dédoublée, qui s'insère par deux pieds distincts sur la frontale ascendante; mais le dédoublement n'atteint que jusqu'à la moitié du lobe frontal, où un pli de passage vient réunir les deux divisions en une seule.

Le cerveau n° 3 est moins difficile à étudier que les deux autres; il est plus simple dans ses plicatures; le nombre des plis de passage est très petit, les circonvolutions sont presque rectilignes et d'une simplicité qui rappelle la disposition du cerveau chez les animaux.

Conclure de tout cela que la division, le dédoublement d'une des deux circonvolutions frontales supérieures est cause de l'instinct homicide serait chose hasardée et prématurée, bornons-nous à constater les faits; quand ils seront plus nombreux, il sera permis de hasarder une théorie.

Mais, néanmoins, en admettant *a priori* les conséquences que ces recherches semblent imposer, faut-il conclure à l'irresponsabilité des criminels? Oui!... Mais, d'autre part, et ici je m'écarte de tous points des conséquences que certains esprits pourraient en faire découler, le cerveau des assassins étant constitué sur le type frontal quaternaire, il n'y a jamais espoir de songer à le modifier et à le ramener au type normal.

Si donc on arrivait un jour ou l'autre à démontrer qu'ils ne sont assassins que parce que leur cerveau antérieur est vicieusement conformé, — comme cette conformation est celle ou se rapproche de celles des grands carnassiers, — la société, qui, si elle n'a pas le droit de se venger, a toujours le droit et le devoir de se garder, doit s'en débarrasser tout aussi bien qu'elle se met à l'abri des animaux qui sont un danger permanent pour la collectivité qui la constitue.

— MM. Gayon et Dupetit font une communication sur un accident de fabrication dû aux microbes dans l'industrie du salpêtre.

Dans une usine de Bordeaux où l'on fabrique du salpêtre par la double réaction de l'azotate de soude sur le chlorure de potassium, il arrive fréquemment que les eaux-mères de salpêtre se colorent subitement, surtout quand on les soumet à la concentration; elles prennent, ainsi que les cristaux qu'elles imprègnent, des teintes qui varient du brun rouge foncé au bleu noir.

Ces colorations sont causées par de l'iode libre et de l'iodure d'amidon en proportion variable.

MM. Gayon et Dupetit expliquent ainsi la mise en liberté de l'iode :

Les nitrates de soude du Chili contiennent généralement des traces très appréciables de nitrites dont l'origine va être expliquée, et, de plus, des iodures en quantité plus faible.

D'autre part, les chlorures de potassium d'Allemagne contiennent un peu de chlorure de magnésium. Dans une fabrication normale, les impuretés s'accumulent dans les eaux-mères quand le chlorure de magnésium est assez abondant; son hydrate se dissocie sous l'influence de la chaleur, en donnant de la magnésie et de l'acide chlorhydrique; celui-ci, agissant sur les azotites, met en liberté de l'acide azoteux, qui, à son tour, décompose les iodures en dégageant de l'iode.

Les matières amylacées produisant les teintes bleues proviennent des sacs d'emballage, qui sont lavés pour en extraire le sel adhérent, et dont les eaux de lavage rentrent dans la fabrication.

Une condition nécessaire pour que l'iode soit mis en liberté est la présence des azotites. Quelle est l'origine de ces composés? Si l'on prélève dans les sacs de nitrate de soude des échantillons en divers points de la masse, on constate aisément que les nitrites, peu abondants vers les parties centrales, se trouvent en bien plus grande quantité dans les couches voisines de l'extérieur et surtout dans le tissu même du sac.

La formation de ces nitrites doit être attribuée à des microbes divers, développés à la faveur de l'humidité et de la matière organique du tissu d'emballage; on peut observer ces organismes au microscope et les cultiver dans divers milieux; quand on les ensemence dans du bouillon nitraté, ils donnent rapidement des quantités considérables de nitrites.

Quant à l'accident de fabrication causé par les azotites ainsi produits, on peu le combattre aisément par l'emploi de l'hyposulfite de soude, dont une très petite quantité suffit pour faire disparaître les colorations signalées. On peut encore empêcher la réaction en éliminant de temps en temps la magnésie des eaux-mères au moyen du carbonate de soude.

— **Séance du 14 janvier 1886.** — MM. Soulé, Chenevrier et Berland sont élus membres titulaires.

— M. le Président donne lecture de la lettre suivante qui lui a été adressée par M. le Maire de Bordeaux :

« Monsieur le Président,

» Vous m'avez fait connaître par votre lettre du 23 novembre dernier que la Société des Sciences physiques et naturelles, réunie pour la première fois dans le nouveau bâtiment des Facultés, mis à sa disposition pour la tenue de ses séances, a bien voulu conférer au Maire de Bordeaux le titre de membre honoraire.

» Par ses travaux, par le nombre et l'importance de ses publications, la Société que vous présidez a pris une place trop marquée dans le mouvement scientifique qui s'est produit depuis quelques années dans notre ville pour que je n'accepte pas comme un honneur le titre que vous avez conféré au premier magistrat de la cité.

» Au nom de l'Administration municipale et en mon nom personnel, je remercie la Société du vote qu'elle a émis, et je vous remercie personnellement, Monsieur le Président, des termes flatteurs par lesquels vous me l'annoncez.

» Veuillez agréer l'assurance de ma considération la plus distinguée.

» *Le Maire de Bordeaux,*

» Alfred Daney. »

— M. Bayssellance présente à la Société quelques exemplaires

d'une note extraite de l'Annuaire du Club Alpin français (année 1886) sur un phénomène lumineux observé au pic du Midi, dont il a entretenu la Société il y a quelque temps.

— M. Rayet présente à la Société un mémoire sur la détermination de la latitude de l'Observatoire de Bordeaux.

La méthode employée pour la détermination de la latitude du cercle méridien de l'Observatoire a été celle de la mesure de la distance zénithale vraie d'étoiles fondamentales de déclinaisons connues. Cette méthode était la seule qui pût être employée, puisque l'on avait à faire usage de cercles dont les erreurs de divisions ne sont point encore déterminées; en répartissant les étoiles à observer entre le pôle et l'équateur, on fait servir aux mesures un très grand nombre de divisions des cercles, et on peut espérer ainsi avoir éliminé dans une forte proportion l'influence des erreurs de divisions. Les observations ont d'ailleurs été faites dans les deux positions, directe et inverse, de l'instrument, ce qui doit avoir encore contribué à éliminer du résultat final l'influence des erreurs de traits.

Des observations faites uniquement sur des circompolaires, à leurs passages supérieurs ou inférieurs, auraient au contraire porté sur les mêmes traits de la division, et leur multiplication n'aurait pas corrigé les erreurs de division des cercles.

Les séries d'observations se sont étendues à presque toute l'année, de manière à varier l'ascension droite moyenne des étoiles observées.

Chaque série comprend deux ou trois déterminations du nadir et l'observation de dix-huit à vingt étoiles différentes.

Dans le but de calculer l'erreur moyenne du résultat partiel de chaque soirée, il a été fait des observations particulières pour déterminer l'erreur moyenne d'une lecture aux six microscopes des cercles divisés, d'une coïncidence des fils dans l'observation du nadir, et enfin de la bissection d'une étoile par le fil horizontal du micromètre.

Les détails de ces déterminations sont exposés en entier dans le mémoire : il en résulte que l'erreur moyenne de la détermination de la latitude par une série dans laquelle on a observé n nadirs et e étoiles est donnée par la formule

$$E = \sqrt{\frac{(0'',06)^2}{n} + \frac{(0'',34)^2}{e}}$$

et que le poids de cette détermination est

$$P = \left(\frac{0'',10}{E}\right)^2$$

en prenant pour unité de poids celui d'une observation dont l'erreur moyenne serait 0″,10.

Le tableau suivant renferme les diverses valeurs de la latitude, obtenues en position directe ou inverse, leurs erreurs moyennes et leurs poids calculés d'après les principes précédents :

		POSITION DIRECTE			POSITION INVERSE		
DATE.		Latitude.	Erreur moy.	Poids.	Latitude.	Erreur moy.	Poids.
1884	Fév. 23	44° 50′ 7″,28	0″,11	0,94			
	Fév. 27	44 50 6 ,57	0 ,09	1,16			
	Mars 7				44° 50′ 6″,83	0″,09	1,15
	Mars 8				44 50 6 ,87	0 ,10	1,03
	Mars 12				44 50 6 ,86	0 ,09	1,05
	Mai 8				44 50 7 ,11	0 ,09	1,13
	Mai 9				44 50 7 ,47	0 ,09	1,09
	Mai 10				44 50 7 ,25	0 ,09	1,12
	Mai 25	44 50 7 ,16	0 ,09	1,08			
	Juin 10	44 50 7 ,53	0 ,09	1,17			
	Juin 11	44 50 7 ,71	0 ,09	1,17			
	Août 12	44 50 7 ,86	0 ,09	1,15			
	Août 13	44 50 7 ,58	0 ,09	1,12			
	Août 15	44 50 8 ,24	0 ,09	1,09			
	Nov. 4				44 50 7 ,84	0 ,09	1,15
	Nov. 6				44 50 7 ,14	0 ,09	1,17
	Nov. 8				44 50 6 ,99	0 ,11	0,92
MOY. PONDÉRÉE.		44° 50′ 7″,52	POIDS.	8,88	44° 50′ 7″,16	POIDS.	9,81

La moyenne pondérée des deux résultats précédents donne enfin pour latitude du cercle méridien

$$\text{Latitude du cercle méridien} = 44^\circ\ 50'\ 7'',33 \pm 0'',02$$

Si on supposait que les observations du zénith sont rigoureusement exactes et que les erreurs de division du cercle, ainsi que les erreurs dans les déclinaisons des étoiles, peuvent être regardées comme des erreurs accidentelles, soumises aux lois du calcul des probabilités, on trouverait que la latitude du cercle du méridien serait

$$\text{Latitude du cercle méridien} = 44^\circ\ 50'\ 7'',24 \pm 0'',05$$

ce résultat ne diffère que de 0″,09 du précédent.

La moyenne des deux nombres précédents 44° 50' 7",29 doit donc être très voisine de la valeur vraie de la latitude.

L'examen des nombres du tableau précédent paraît d'ailleurs montrer qu'il y a dans les valeurs trouvées pour la latitude une oscillation annuelle d'environ 1",00; les latitudes étant plus grandes pendant la période chaude que pendant la période froide. Cette variation annuelle, analogue à celle que M. Y. Villarceau a trouvée pour la latitude de l'Observatoire de Paris (*Annales de l'Observatoire de Paris, Mémoires,* t. VIII, p. 319) doit d'ailleurs être attribuée, en grande partie au moins, à une erreur systématique dans la déclinaison des étoiles fondamentales de la *Connaissance des Temps.*

Séance du 28 janvier 1886. — M. BRUNEL fait une communication sur la détermination analytique des courbes et des surfaces données par des conditions topologiques.

Il étudie d'une façon plus particulière les courbes sans point double que l'on peut tracer sur le tore et donne les équations de ces courbes pour tous les cas qui peuvent se présenter; des modèles sont présentés à la Société.

La méthode employée s'applique à la détermination analytique de l'équation générale des propulseurs. Partant d'une surface absolument quelconque, on peut en déduire une infinité de propulseurs à ailes hélicoïdes, cycloïdes ou autres.

— MM. GAYON et DUPETIT font une première communication sur les recherches qu'ils ont entreprises sur la salure des eaux du bassin d'Arcachon.

La salure des eaux du bassin est soumise à des variations continuelles dépendant principalement de l'état de la marée, ainsi que le montrent les résultats ci-dessous des dosages du chlore total exprimé en chlorure de sodium.

EAU PRISE LE 31 MAI 1885

à l'extrémité de la jetée, à la surface.

	Heure.	NaCl par litre.	
Matin	7h50m	26,3	mar. descendante
	8h 5m	26,1	
	8h50m	25,6	
	9h10m	25,7	
	10h00m	25,5	basse mer.
	10h30m	25,9	marée montante.
Matin	11h00m	26,0	
	11h30m	26,4	
	11h45m	28,2	
Soir	3h45m	29,4	pleine mer.
	4h30m	29,6	
	5h15m	29,2	
	5h45m	29,2	

Ces variations peuvent s'expliquer en admettant qu'au moment de la marée descendante les eaux douces, provenant des cours d'eau situés à l'est d'Arcachon, s'écoulent vers la mer, glissant à la surface des eaux fortement salées, et ne se mélangeant que lentement et incomplètement avec celles-ci. L'écoulement de ces eaux douces cesse à la marée montante.

S'il en est ainsi, on doit trouver de notables différences de composition dans les eaux prélevées à différentes profondeurs. C'est ce qui résulte en effet des dosages suivants :

EAUX PRÉLEVÉES LE 11 MAI
au milieu du chenal de Gujan, en face l'embouchure du canal de Cazaux,
à 9^h20^m du matin (basse mer à 8^h30^m).

Eau de la surface.....	22,3 de ClNa par litre.	
2^m25 de profondeur.....	23,8	—
4^m50 —	24,3	—

12 MAI 3^h30^m
à l'extrémité de la jetée (haute mer).

Eau de la surface.....	28,6 de ClNa par litre.	
4^m25 de profondeur.....	29,4	—

8 JUIN 1^h45^m (haute mer à 12^h50^m)
eaux prélevées à 250 mètres dans l'axe de la jetée.

Eau de la surface.....	29,9 de ClNa par litre.	
2^m50 de profondeur.....	30,1	—
5^m —	30,1	—
10^m —	30,8	—

A 1^h55^m à 50 mètres plus à l'Est.

Eau de la surface.....	28,7 de ClNa par litre.	
12^m50 de profondeur.....	30,7	—

Ces recherches ont été faites dans les laboratoires de la Société scientifique d'Arcachon, à l'aquarium.

Séance du 11 février 1886. — M. le Président donne lecture d'une lettre de M. le Ministre de l'instruction publique annonçant à la Société une allocation de six cents francs.

M. le Président donne lecture d'une circulaire de M. le Ministre de l'instruction publique relative à l'échouement éventuel de flotteurs abandonnés dans l'océan Atlantique pour l'étude des courants marins.

— M. ALENGRY est élu membre titulaire.

— M. le Président entretient ensuite la Société de l'état de ses finances et de ses archives.

« Conformément à nos statuts, les Commissions nommées par vous, pour la vérification des comptes de notre trésorier (MM. MORISOT GAYON, AZAM) et l'examen de l'état de nos archives (MM. FOUGEROUX, BAYSSELLANCE, HAUTREUX) se sont réunies jeudi dernier, et je dois vous faire connaître les résultats de leurs délibérations.

» Nos archives et notre bibliothèque, confiées à M. Brunel, ont été trouvées en bon ordre, et la Commission proclame qu'il a fallu à notre archiviste beaucoup de soin et un grand zèle pour accomplir, sans perte aucune, le déménagement et le rangement nouveau de notre bibliothèque.

» La distribution du premier fascicule du tome II de la 3e série de nos *Mémoires*, fascicule qui vous a été distribué en décembre, peut être considérée comme terminée. Ce fascicule renferme les procès-verbaux de nos séances de 1884-85, qui ont été imprimées par les soins de vos secrétaires pendant la période des vacances. J'espère qu'il en sera maintenant toujours ainsi et que cette publication sera régulièrement faite à la fin de notre année académique.

» Les Sociétés françaises et étrangères avec lesquelles nous sommes en relation d'échanges n'ont pas cessé de nous transmettre leurs publications, et notre riche bibliothèque a ainsi continué à amasser des documents précieux.

» Les comptes de notre trésorier ont été trouvés d'une régularité parfaite et approuvés par la Commission des finances. Je les dépose sur le bureau afin qu'ils soient conservés dans nos archives.

» Ces comptes font voir que les recettes de 1885 se sont élevées à 2,905 fr. 50, non compris la subvention du Conseil général, qui ne nous sera versée que dans quelques jours. Les dépenses d'administration et d'impression de la biographie d'Abel se sont élevées à 2,385 fr. 50, laissant ainsi un boni de 520 fr. Les comptes payés depuis le 1er janvier et relatifs à l'année 1885 ont déjà dépassé cette somme.

» Pour l'année 1886, la Commission des finances prévoit une recette de 3,925 fr., comprenant une subvention extraordinaire de 600 fr. qui vient de nous être accordée par M. le Ministre de

l'instruction publique. Elle vous propose donc de régler comme suit le budget des dépenses de 1886 :

Entretien de la bibliothèque	F.	210
Frais de convocations		240
Frais de recouvrements des cotisations		50
Frais de correspondance		50
Reliure		500
Impression des *Mémoires*		2,500
	F.	3,550

» Le Budget que votre Commission vous présente, laisse donc un excédent de recette de 375 fr.

» Parmi les différents articles de ce budget, deux seuls sont en augmentation sur les prévisions des années précédentes, ce sont ceux relatifs à la reliure et aux publications, et demandent une justification.

» Aucune dépense relative à la reliure n'a été faite en 1885 et la disposition nouvelle de notre bibliothèque ne permet pas de laisser plus longtemps épars et non réunis les fascicules qui nous arrivent de l'étranger. Pour les conserver nous devons les relier.

» La Commission d'impression a dans les mains, prêts à l'impression ou en cours de composition : 1° un Mémoire de MM. Gayon et Dupetit sur la décomposition des nitrates par les microbes; 2° un mémoire de M. Kowaslki sur la théorie des machines dynamo-électriques; 3° un Mémoire de M. Dupetit sur les principes toxiques des champignons vénéneux; 4° un Mémoire de M. Élie sur la théorie de l'élasticité dans les milieux anisotropes. Ces Mémoires suffiront à former le 2e fascicule du 2e volume de la 3e série de nos *Mémoires*. Ce fascicule peut être imprimé et distribué dans peu de mois.

» D'un autre côté, notre collègue, M. Millardet, a bien voulu s'engager à composer pour nos *Mémoires* un travail complet sur le développement et le traitement du mildew, et M. Brunel écrit actuellement pour nos publications une importante monographie des intégrales Eulériennes. Enfin, nous attendons depuis longtemps l'intéressant travail de M. Merget sur l'action physiologique des vapeurs de mercure.

» Votre Conseil a pensé que vous voudriez bien mettre à la disposition de votre Bureau les sommes nécessaires à ces diverses publications, et que vous seriez heureux de donner à nos collègues les moyens d'imprimer rapidement leurs Mémoires.

» C'est dans cette prévision que les dépenses d'impression ont été

portées à un chiffre qui nous permettra de publier cette année deux fascicules de nos *Mémoires*.

» Le Conseil espère que vous voudrez bien ratifier par votre vote le projet de budget que j'ai l'honneur de vous proposer en son nom. »

La Société vote l'approbation des comptes de M. le Trésorier et le projet de budget pour 1886.

— M. BLAREZ fait les communications suivantes :

1° *Dosage acidimétrique de l'acide phosphorique et de l'acide arsénique en se servant de la cochenille comme réactif indicateur.* — Lorsque dans une solution d'acide orthophosphorique ou d'acide orthoarsénique, on ajoute deux gouttes de teinture de cochenille, puis une solution alcaline, on observe que la cochenille vire très nettement du jaune rougeâtre au rouge violacé lorsque le premier hydrogène a été remplacé par le métal alcalin.

Donc en présence du réactif cochenille, les acides orthophosphorique et orthoarsénique, tribasiques tous les deux, se comportent comme des acides monobasiques.

Comme application immédiate de ce mode de dosage, on peut effectuer les titrages des phosphates et des arséniates.

Si on opère avec des solutions décinormales d'acide phosphorique et d'alcali, les réactions sont très nettes. On remarque que si on ajoute à un équivalent d'un phosphate ou d'un arséniate trois molécules d'acide orthophosphorique ou orthoarsénique le sel en absorbe deux molécules, une molécule, ou n'en absorbe pas, suivant qu'il est tri, bi ou mono-métallique.

C'est ce qu'il est facile d'établir en mesurant l'excès d'acide au moyen de la cochenille et de l'acide décinormal.

Ces résultats, conformes du reste à la théorie, sont susceptibles d'applications analytiques nombreuses; nous avons déjà étudié un certain nombre de ces applications, et d'ici quelque temps nous donnerons un résumé de nos recherches.

2° *Présence du fluor dans les vins naturels et sa conséquence au point de vue analytique.* — Il n'y a rien de surprenant à ce que cette substance, abondamment répandue dans le règne animal et le règne végétal, se rencontre dans le vin. Si nous appelons l'attention des chimistes sur ce point, c'est à cause des erreurs involontaires que cette présence pourrait faire commettre.

A une certaine époque on a conseillé de caractériser la présence des sulfoconjugués dans les vins rouges, en constatant la présence d'acide sulfurique dans les cendres de ces vins préalablement

débarrassés de tout l'acide des sulfates qu'ils pouvaient renfermer. Après avoir répété un grand nombre de fois ces essais, et avoir chaque fois précipité tous les sulfates solubles des vins en question, nous avons été amené à partager les vins en trois catégories.

1° Ceux dont les cendres ne donnaient pas de précipité par le chlorure de baryum acide. Ces vins pouvaient être considérés comme exempts de sulfoconjugués;

2° Ceux dont les cendres donnaient des précipités par le chlorure de baryum acide. Ces vins renfermaient en effet des dérivés sulfoconjugués;

3° Ceux enfin dont les cendres donnaient des précipités et qui étaient *absolument exempts* de dérivés sulfoconjugués.

Ce sont ces derniers qui ont attiré d'une façon spéciale notre attention. Nous avons reconnu, après de minutieuses recherches, que le précipité (ou le trouble obtenu) était, pour la majeure partie, formé par du fluorure de baryum, corps difficilement soluble dans les acides.

3° *Dosage volumétrique des principes albuminoïdes au moyen du caméléon.* — Le procédé que nous allons décrire s'applique plutôt à établir des différences de quantités dans une série d'expériences analogues qu'à des dosages proprement dits de substances albuminoïdes.

Il repose sur la propriété que possède le caméléon de se réduire, lorsqu'on le fait bouillir, en liqueur acidulée par de l'acide orthophosphorique, avec des matières albuminoïdes.

La quantité de permanganate décomposé est proportionnelle à la quantité de principe albuminoïde.

On fait donc bouillir la matière albuminoïde, additionnée d'acide orthophosphorique, avec un excès de caméléon pendant 12 minutes.

On évalue ensuite l'excès de permanganate. A cet effet, on place dans une capsule une quantité d'acide oxalique en solution acidulée par de l'acide sulfurique en quantité suffisante pour pouvoir décolorer tout le permanganate introduit.

On verse la liqueur manganique dans l'acide oxalique et on détermine ensuite au moyen d'une solution titrée de permanganate l'acide oxalique non détruit.

De la quantité de caméléon employé on déduit celle des principes albuminoïdes.

4° *Réaction caractéristique de la sulfofuchsine et sa recherche dans les vins.* — En faisant agir l'oxyde puce de plomb sur des solutions

aqueuses colorées en rouge, nous avons observé que toutes ces liqueurs étaient décolorées, soit qu'elles aient dû leur teinte à des produits colorants végétaux, ou bien à des matières colorantes dérivées de la houille.

En remplaçant la solution aqueuse neutre par une solution légèrement acidulée, particulièrement avec l'acide tartrique, nous avons observé que toutes les substances rouges étaient également détruites à l'exception du *dérivé sulfoconjugué de la fuchsine.*

De là résulte un moyen de reconnaître le corps, même en présence d'autres substances rouges. Ce procédé s'applique d'une façon spéciale aux vins rouges. Ces derniers sont tous décolorés lorsqu'on en agite 20 centimètres pendant une minute avec 5 grammes de bioxyde de plomb. Si le liquide, séparé par filtration de l'oxyde de plomb, est coloré en rose ou en rouge, cela indique la présence de la sulfofuchsine.

Les vins colorés avec cette substance sont très nombreux, et ne paraissent pas être sans inconvénients sur la santé, comme l'ont récemment affirmé MM. Cazeneuve et Lépine, de Lyon.

— M. Rayet, revenant sur la question de variation apparente annuelle de la latitude de Bordeaux, donne lecture de la note suivante :

M. A. Auwers a publié, dans le *Berliner Astronomische Jahrbuch* de 1884, un Mémoire étendu sur la comparaison de la position moyenne des étoiles fondamentales dont les positions diurnes sont publiées dans les principales éphémérides, avec les positions adoptées pour le *Berliner Jahrbuch* (1); ces dernières positions sont, pour le plus grand nombre, déduites des observations faites à Poulkowa et elles ont été adoptées par la Société astronomique allemande dans la réduction des observations entreprises pour la révision des zones de l'hémisphère nord.

La comparaison des positions moyennes de la *Connaissance des Temps* avec les positions moyennes du *Berliner Jahrbuch* montre immédiatement qu'il y a entre les deux catalogues des différences systématiques, fonctions de l'ascension droite et de la déclinaison. M. A. Auwers a étudié avec le plus grand soin la marche de ces différences et, dans un tableau annexé au Mémoire déjà cité, il donne la valeur des corrections systématiques à faire aux positions

(1) A. Auwers, *Fundamental-Catalog für die Zonen-Beobachtungen am Nordlichen Himmel-Publication der Astronomischen Gesellschaft,* n° XIV, 1879.
A. Auwers, *Vergleichung des Fundamental-Catalogs des Berliner Jahrbuchs mit denjenigen der Connaissance des Temps-Berliner Jahrbuch für* 1884-1882.

des différentes étoiles de la *Connaissance des Temps* pour ramener ces positions au système du *Jahrbuch*.

La note actuelle a pour but de rechercher si la plus grande partie de la variation annuelle de la latitude indiquée par les observations de Bordeaux ne proviendrait pas des erreurs systématiques précédentes.

A l'aide des tableaux donnés par M. A. Auwers, j'ai donc formé pour chaque série d'observations la valeur moyenne de la correction systématique qui, suivant lui, devait être apportée aux déclinaisons données par la *Connaissance des Temps* pour les étoiles observées dans la série considérée. Cette correction moyenne étant appliquée à la latitude, il en résulte une nouvelle valeur de cet élément, que l'on trouvera dans le tableau suivant :

DATE.	Position.	Latitude moyenne par la *Connaissance des Temps*.		Correction suivant M. A. Auwers.	Latitude corrigée.		Poids.
1884 Fév. 23	directe	44° 50′ 7″,28	6″,93	+ 0″,15	44° 50′ 7″,43	7″,10	0,94
— 27	—	6 ,57		+ 0 ,20	6 ,77		1,16
Mars 7	inverse	6 ,83		+ 0 ,21	7 ,04		1,15
— 8	—	6 ,87	6 ,85	+ 0 ,27	7 ,14	7 ,09	1,03
— 12	—	6 ,86		+ 0 ,24	7 ,10		1,05
Mai 8	—	7 ,11		— 0 ,11	7 ,00		1,13
— 9	—	7 ,47	7 ,25	— 0 ,10	7 ,37	7 ,08	1,09
— 10	—	7 ,25		— 0 ,11	7 ,14		1,12
— 25	directe	7 ,16		— 0 ,34	6 ,82		1,08
Juin 10	—	7 ,53	7 ,62	— 0 ,42	7 ,11	7 ,18	1,17
— 11	—	7 ,71		— 0 ,44	7 ,27		1,17
Août 12	—	7 ,86		— 0 ,47	7 ,39		1,15
— 13	—	7 ,58	7 ,89	— 0 ,47	7 ,11	7 ,43	1,12
— 15	—	8 ,24		— 0 ,46	7 ,78		1,09
Nov. 4	inverse	7 ,84		— 0 ,13	7 ,71		1,15
— 6	—	7 ,14	7 ,32	— 0 ,11	7 ,03	7 ,19	1,17
— 8	—	6 ,99		— 0 ,17	6 ,82		0,92
MOYENNE PONDÉRÉE		44° 50′ 7″,33 ± 0″,02		— 0 ,13	44° 50′ 7″,18 ± 0″,02		

La variation systématique se trouve ramenée à 0″,34; et, ainsi réduite, elle est peut-être explicable par la considération des erreurs de division des cercles.

En appliquant aux latitudes corrigées le système des poids de la note précédente, on arrive aux valeurs suivantes de la latitude :

	LATITUDE MOYENNE.	POIDS.
Position directe.....	44° 50′ 7″,20	8,88
Position inverse.....	44 50 7 ,17	9,81
MOYENNE PONDÉRÉE..	44° 50′ 7″,18 ± 0″,02	18,69

Le système des déclinaisons du *Jahrbuch* amène donc à la coïncidence presque absolue les latitudes déterminées dans les deux

positions de l'instrument; dans le système de la *Connaissance des Temps,* la différence était de 0″,36.

Les catalogues de la *Connaissance des Temps* et du *Jahrbuch* ont d'ailleurs une série d'étoiles communes; en sorte que j'ai pu utiliser, pour une détermination nouvelle de la latitude, celles des étoiles observées à Bordeaux qui se trouvent dans les éphémérides de Berlin.

La réduction nouvelle faite pour les étoiles communes aux deux catalogues a conduit aux résultats suivants :

DATE.	Position.	Latitude par la *Connaissance des Temps.*		Erreur moy. 1 obs.	Erreur moy. Moy.	Latitude par le *Jahrbuch.*		Erreur moy. 1 obs.	Erreur moy. Moy.	Nombre des étoiles.	Poids.
1884 Fév. 23	directe	44° 50′ 7″,43	6″,99	0″,53	0″,19	44° 50′ 7″,63	7″,20	0″,51	0″,18	8	0,61
— 27	—	6 ,54		0 ,36	0 ,09	6 ,77		0 ,38	0 ,10	16	1,19
Mars 7	inverse	6 ,79		0 ,72	0 ,19	6 ,99		0 ,48	0 ,12	15	1,12
— 8	—	7 ,01	6 ,95	1 ,18	0 ,30	7 ,22	7 ,15	1 ,03	0 ,29	14	0,99
— 12	—	7 ,05		1 ,28	0 ,36	7 ,24		1 ,10	0 ,30	13	0,93
Mai 8	—	6 ,97		1 ,18	0 ,31	7 ,04		0 ,67	0 ,17	15	1,12
— 9	—	7 ,51		0 ,99	0 ,26	7 ,57		0 ,90	0 ,23	15	1,12
— 10	—	7 ,14	7 ,15	0 ,87	0 ,22	7 ,20	7 ,19	0 ,85	0 ,22	15	1,12
— 25	directe	7 ,08		1 ,24	0 ,31	6 ,93		1 ,28	0 ,32	16	1,19
Juin 10	—	7 ,47		1 ,12	0 ,26	7 ,16		0 ,84	0 ,20	18	1,32
— 11	—	7 ,62	7 ,55	0 ,85	0 ,20	7 ,21	7 ,19	0 ,62	0 ,15	18	1,32
Août 12	—	7 ,86		0 ,88	0 ,22	7 ,45		0 ,88	0 ,22	17	1,25
— 13	—	7 ,55	7 ,88	0 ,90	0 ,23	7 ,13	7 ,45	0 ,86	0 ,22	17	1,25
— 15	—	8 ,24		0 ,65	0 ,16	7 ,78		0 ,58	0 ,14	16	1,19
Nov. 4	inverse	7 ,94		0 ,64	0 ,17	7 ,79		0 ,43	0 ,12	14	1,05
— 6	—	7 ,13	7 ,39	0 ,86	0 ,22	7 ,01	7 ,22	0 ,50	0 ,13	15	1,12
— 8	—	7 ,10		0 ,49	0 ,17	6 ,85		0 ,33	0 ,12	8	0,60

	LATITUDE MOYENNE PONDÉRÉE. *Connaissance des Temps.*	*Berliner Jahrbuch.*	POIDS.
Position directe.....	44° 50′ 7″,48	44° 50′ 7″,23	9,32
Position inverse.....	44 50 7 ,19	44 50 7 ,23	9,17
MOY. GÉNÉRALE PONDÉRÉE	44° 50′ 7″,34	44° 50′ 7″,23	18,49

Les poids ont été calculés en tenant compte du nombre d'étoiles observées dans chaque série et du nombre des déterminations du nadir.

Le tableau précédent montre que l'emploi des éphémérides du *Berliner Jahrbuch* fait disparaître presque complètement la variation annuelle, et que l'erreur moyenne d'une observation isolée est légèrement diminuée. Enfin, avec la même éphéméride, il y a accord complet entre les latitudes déterminées dans les deux positions du cercle méridien.

Séance du 25 février 1886. — M. Brunel lit, en son nom et au nom de M. de Lagrandval, une analyse du mémoire que M. Élie

présente à la Société des Sciences physiques et naturelles. L'auteur se propose d'établir les formules qui peuvent être utiles pour la détermination des constantes d'élasticité des milieux cristallins à axes obliques. Ces constantes, au nombre de vingt et une, ne sont pas indépendantes; l'introduction de certaines hypothèses permet de les réduire, dans les différents cas qui peuvent se présenter, à un nombre bien moindre. Des vérifications expérimentales seraient nécessaires pour établir la justesse des hypothèses faites. Il était donc utile d'établir et de réunir les différentes formules qui seraient indispensables pour ces expériences.

M. Voigt a publié un mémoire sur ce sujet, mais il s'était astreint à employer les coordonnées rectangulaires. L'emploi judicieux des coordonnées obliques conduit d'une façon plus sûre et plus naturelle M. Élie à des simplifications plus considérables.

Après avoir rassemblé dans un premier chapitre les formules de transformations auxquelles il sera nécessaire, dans tout le mémoire, d'avoir recours, l'auteur étudie les déformations et les tensions qu'il est possible d'employer en coordonnées obliques. Il établit ainsi une série de relations de forme semblable à celles données par Lamé en coordonnées rectangulaires.

Il déduit ensuite l'expression de l'énergie en coordonnées obliques de son expression en coordonnées rectangulaires; ce procédé a l'avantage de montrer que l'expression de l'énergie ne contient ni plus ni moins d'hypothèses dans un cas que dans l'autre. Rankine avait employé la même forme de l'énergie que celle trouvée ici; mais, chez l'auteur anglais, l'emploi des notations symboliques et la concision de l'exposition rendent les résultats peu pratiques. D'ailleurs, Rankine se sert, pour classer les cristaux au point de vue de l'élasticité, d'une surface qu'il appelle *tasinomique;* M. Élie arrive à une classification un peu différente, en prenant comme point de départ la notion de plan de symétrie, plus fondamentale que celle de la surface tasinomique. Il arrive, de la sorte, à établir que le nombre des constantes nécessaires pour caractériser les cristaux homoèdres est de :

NOMBRE DES CONSTANTES.			
Constantes	+	Angles	
3			pour le cube.
6			— prisme quadratique.
9			— prisme orthorhombique.
3	+	1 = 4	— rhomboèdre.
3			— prisme hexagonal.
6	+	2 = 8	— prisme monoclinique.
9	+	3 = 12	— prisme triclinique.

Les formules de réduction des vingt et une constantes au nombre final sont données dans les différents cas.

En résumé, nous estimons que ce mémoire, qui peut être considéré comme l'introduction d'un traité d'élasticité des milieux anisotropes, est pour les physiciens d'une importance considérable. C'est seulement par des travaux de cette nature que les expérimentateurs pourront parvenir à pénétrer plus intimement dans la connaissance des milieux cristallisés.

Nous concluons en priant la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux de nommer M. Élie membre correspondant et de vouloir bien imprimer dans ses *Mémoires* le travail que nous venons d'analyser rapidement.

— L'insertion du mémoire de M. Élie dans les *Mémoires de la Société* est votée. Ce travail fait partie du t. II de la 3ᵉ série.

La Société nomme en outre M. Élie membre correspondant.

— MM. Gayon et Dubourg font connaître à la Société la suite de leurs recherches sur la sécrétion anormale d'albumine par les levures qui ont été traitées successivement par une solution concentrée de tartrate neutre de potasse,et par de l'eau distillée.

1° Cette sorte d'albuminurie coïncide avec une hypersécrétion d'invertine, ou ferment soluble de sucre cristallisable. Voici, par exemple, les poids de sucre transformé en sucre interverti par les eaux de lavage d'une levure traitée et de la même levure non traitée :

	Après 4 heures.	Après 24 heures.
	—	—
Avec la levure traitée.....	17gr,32	39gr,10
— non traitée.....	1 ,32	9 ,08

2° La présence du tartrate de potasse affaiblit l'action de l'invertine, même à des doses peu élevées; l'acétate d'urane produit un effet semblable.

3° Les levures alcooliques qui, normalement, ne sécrètent pas d'invertine, et qui se distinguent par ce caractère des levures ordinaires de brasserie, diffèrent encore de celle-ci par la manière dont elles se comportent avec le tartrate neutre de potasse. Elles ne cèdent pas d'albumine coagulable à l'eau distillée.

4° Les moisissures qui produisent de l'invertine, telles que le *Penicillium glaucum* et l'*aspergillus niger*, donnent les mêmes résultats que les levures de brasserie lorsqu'on les traite par les solutions concentrées du tartre neutre de potasse.

— M. GARNAULT a observé chez un infusoire, qu'il décrit rapidement, la communication des vésicules contractiles avec l'extérieur.

Séance du 11 mars 1886. — M. MILLARDET fait hommage à la Société d'une brochure dans laquelle se trouve exposé le traitement qu'il a institué pour combattre le mildiou.

— M. CAZENAVE présente à la Société un appareil qui permet d'asperger rapidement les vignes malades avec le mélange de sulfate de cuivre et de chaux préconisé par M. Millardet.

— M. HAUTREUX entretient la Société des résultats qu'il a obtenus en étudiant les divers bancs que présentent la Garonne entre Bordeaux et Royan.

— M. DUREGNE appelle l'attention des membres de la Société des Sciences physiques et naturelles sur l'utilité et le développement des laboratoires créés à Arcachon par la Société scientifique de cette ville.

Séance du 25 mars 1886. — M. HAUTREUX fait quelques observations au sujet de sa dernière communication.

Il présente quarante échantillons des fonds pris dans la Dordogne, la Garonne et la Gironde; montre les différences d'aspect des bancs de sable dans les trois régions et à l'embouchure, et présente une carte de la rivière montrant les points où les fonds ont été pris; il remet cette carte et ces échantillons à la Société.

— MM. GAYON et DUBOURG, complétant leurs recherches, annoncent que le *mucor erectus* et le *mucor racemosus* traités par le tartrate ne sécrètent pas non plus de ferment inversif.

MM. Gayon et Dubourg ont essayé différentes substances pour comparer leur action sur la production d'albumine; ils ont pu ranger ces corps en quatre catégories :

1° Composés ne donnant rien avant l'addition d'eau et donnant un coagulum après :

Tartrate de soude.
Tartrate d'ammoniaque.
Paratartrate d'ammoniaque.
Tartrate d'ammoniaque et de soude.
Tartrate droit d'ammoniaque et de soude.
Tartrate gauche d'ammoniaque et de soude.
Glycérine.
Glycol.
Alcool propylique.
Alcool caprylique.
Alcool allylique.

2° Composés donnant un trouble avant l'addition d'eau et un coagulum après :

Chlorure de potassium.
Chlorure de sodium.
Sulfate de soude.
Sel de Seignette.
Succinate d'ammoniaque.
Acétate de soude.
Acétate de potasse.
Oxalate d'ammoniaque.
Oxalate neutre de potasse.

3° Sels donnant un coagulum avant et après :

Sulfate d'ammoniaque.
Phosphate d'ammoniaque.
Phosphate de soude.
Nitrate de potasse.
Hyposulfite de soude.
Sulfate de magnésie.
Chlorate de potasse.
Ferrocyanure.
Sulfate de zinc.
Sulfate de cuivre.

4° Composés qui n'ont rien donné ni avant ni après :

Alcool ordinaire.
Alcool méthylique.
Alcool amylique.
Alcool isopropylique.
Alcool butylique.
Alcool isobutylique.
Acétone.
Aldéhyde.
Nitrate d'ammoniaque.
Crème de tartre soluble.
Chlorure de baryum.
Chlorure de calcium.
Sulfate ferreux.
Chromate de potasse.
Iodure de potassium.
Ferricyanure.

Les *acides* minéraux ou organiques ne donnent rien ni avant ni après, ainsi que les sels acides minéraux ou organiques.

Séance du 18 avril 1886. — M. Morisot reproduit devant la Société quelques expériences disposées par lui pour montrer comment un liquide traverse un autre liquide sans se mêler avec lui, même quand ces deux liquides diffèrent à peine par leur nature ou leur densité.

Le premier liquide A est contenu dans un vase de verre : on y fait plonger l'une des branches d'un siphon amorcé dont l'autre branche plonge dans le liquide B. Pour déterminer l'afflux de ce dernier, il suffit de provoquer une légère élévation du niveau B, soit en soulevant le vase, soit en y plongeant un corps suffisamment volumineux.

Pour mieux suivre la marche du liquide amené, il est bon de le colorer avec du rouge ou du violet d'aniline, qui, tout en le rendant très visible, altère à peine sa nature.

On voit alors, dans tous les cas, le liquide amené former des filets ou des nappes qui restent très longtemps faciles à distinguer au milieu du liquide incolore, ne se confondant avec lui que par l'agitation.

Voici les principaux cas étudiés :

1° Dans de l'eau froide contenue dans le vase A, on fait arriver de l'eau colorée échauffée dans le vase B. Au début, l'extrémité du siphon étant entourée d'eau froide et remplie d'eau froide, la première eau qui arrive est froide aussi. Elle descend alors sous forme d'un filet rectiligne prolongeant la direction du siphon. Ce filet vient se briser sur le fond du vase, s'y épanouit en nappes, présentant la forme de volutes, de tores, de couronnes qui demeurent accumulées au fond.

Mais bientôt le tube s'échauffe ; l'eau qu'il amène n'a pas le temps de se refroidir. Alors le filet, après une descente de quelques centimètres, s'arrête, se relève et traverse toute la hauteur de l'eau froide sans se mêler avec elle ; enfin il vient s'étaler à la surface.

Si la branche du siphon est effilée et légèrement oblique, le filet, en se relevant, affecte la forme d'un arc de parabole, absolument comme un jet d'eau renversé. Si la branche du siphon est bien verticale et peu effilée à l'ouverture, le filet s'épanouit peu à peu pendant qu'il descend, prësente la forme d'une embouchure de trompette dont les bords se relèvent de plus en plus, et finissent par remonter en entourant le tube d'une véritable gaine qui ordinairement se maintient à quelque distance du tube, lequel en occupe l'axe. — Si la vitesse d'écoulement est suffisamment faible, cette gaine se replie sur le tube lui-même : en augmentant alors progressivement la vitesse d'écoulement, on fait descendre plus bas le point de rebroussement, mais la nappe remontante ne cesse pas d'adhérer au tube.

On fait arriver de l'eau ordinaire colorée dans de l'eau salée présentant à peu près la densité de l'eau de mer.

On voit se reproduire les mêmes phénomènes que dans les expériences précédentes, mais avec un peu moins de netteté. Le mélange semble plus facile entre l'eau douce et l'eau salée qu'entre l'eau chaude et l'eau froide.

Ces expériences confirment et reproduisent sur une petite échelle et sous une forme assez frappante les résultats généraux des observations communiquées à la Société par M. Hautreux sur les températures de la mer, et par MM. Gayon et Dupetit sur

l'invasion de l'eau douce dans le bassin d'Arcachon. Elles rappellent aussi des phénomènes naturels bien connus: la persistance du Gulf-Stream traversant l'océan Atlantique septentrional, celle du Rhône traversant le lac de Genève, enfin l'indépendance durable signalée par M. Hautreux, dans la Garonne et la Gironde, entre les différents bancs plus ou moins vaseux, de l'eau de chenal apportée par le fleuve, et l'eau de mer refoulée par le flot.

— M. HAUTREUX communique à la Société les résultats fournis par les bouteilles flottantes qui ont été jetées à la mer par le prince de Monaco, vers 42°30 lat. Nord et 34° long. O. Paris; quelques-unes ont été recueillies à San-Miguel et à Péco (Açores).

Les courants les ont entraînées au S.-E. à raison de 8 milles par 24 heures.

Cette information montre que les eaux atlantiques, sur le parallèle du cap Finistère (Espagne), loin de remonter vers le N.-E. comme on le croyait généralement, se dirigent vers le S.-E. et ne peuvent gagner ni les côtes d'Angleterre, ni les côtes de France.

Ces flotteurs seront donc entraînés soit vers les côtes d'Afrique, soit vers les Antilles.

— MM. GAYON ET DUBOURG ont étendu leurs observations sur les levures inversives à d'autres cellules capables de sécréter des ferments solubles.

En traitant, par des dissolutions concentrées de tartrate de potasse, des graines de moutarde ou des amandes, ils ont obtenu une excrétion abondante de matières albuminoïdes et en même temps de grandes quantités de synaptase et d'émulsine.

Les cellules du foie se comportent de la même manière et perdent par le même traitement de l'albumine et un ferment soluble qui agit non sur l'amidon, mais sur le sucre de canne.

L'expérience avec le foie ne réussit que si cet organe est pris quelques instants après la mort de l'animal; au bout de 24 heures ce traitement est inefficace.

Séance du 13 mai 1886. — M. LE PRÉSIDENT fait part à la Société de la perte douloureuse qu'elle vient de faire dans la personne de M. E. Royer, brusquement enlevé à l'affection des siens, dans la journée du 1er mai 1886.

« M. Ernest Royer avait été admis dans notre Société le 10 janvier 1856, et pendant trente ans il fut l'un des plus assidus à nos réunions, nous entretenant de ses recherches de physique et de chimie, s'intéressant à tous nos travaux, désireux, par-dessus tout,

d'encourager ceux qui, comme lui, aimaient la science. La veille de sa mort, il s'occupait encore d'expériences qu'il espérait nous présenter dans l'une de nos prochaines séances.

» Toujours affable, toujours modéré dans l'expression de ses opinions, notre cher collègue ne comptait parmi nous que des amis. La Société fut donc heureuse de l'appeler à la vice-présidence en 1862 et en 1864, et à la présidence en 1865. De 1863 à 1870 il n'a pas cessé de faire partie de notre Conseil, et nous aurions tous été satisfaits de lui conserver ces fonctions, si, par un sentiment exagéré de modestie, par attachement pour les élèves de l'institution qu'il venait de fonder et auxquels il estimait qu'il devait tout son temps et toutes ses forces, il ne nous eût priés de le laisser tout entier à ses soins de chef d'une nombreuse famille de jeunes gens.

» Royer, né à Poitiers le 23 mai 1821, fit ses études au lycée de cette ville et puis à Paris où il fut reçu bachelier ès-lettres en septembre 1842. Il fut alors successivement nommé maître d'études au lycée de Tours (10 février 1844), et au lycée Saint-Louis (3 décembre 1845). Il venait bientôt après à Bordeaux, où il obtenait son diplôme de bachelier ès-sciences mathématiques, en août 1846.

» La carrière de l'enseignement lui était désormais ouverte, et, à sa demande, un arrêté du 3 septembre 1847 le nommait régent de mathématiques au collège royal de La Réole. Il ne devait plus quitter l'Académie de Bordeaux, et c'est devant notre Faculté des sciences qu'il obtenait le grade de licencié ès sciences physiques (août 1850) et puis le titre de licencié ès sciences mathématiques (juillet 1851).

» Un brillant avenir universitaire paraissait donc s'ouvrir devant le jeune professeur du collège de La Réole; mais Royer avait des idées libérales, il aimait la République et ne savait pas le cacher. A la suite du coup d'État, il fut exilé et obligé de se rendre d'abord à Jersey et puis à Bilbao; il ne rentra en France que vers la fin de 1855.

» Dès son retour à Bordeaux, Royer était retourné au laboratoire de M. Baudrimont, dont il fut l'ami dévoué et le préparateur de juin 1856 à 1860. A cette École, dans des entretiens de chaque jour, il puisa l'exactitude d'esprit dont témoignent tous ses travaux.

» Dans le laboratoire de l'ancienne Faculté des sciences, dans le cabinet de notre ancien collège Baudrimont, M. Royer s'était

trouvé en relations avec un autre membre de notre Société, M. le Dr Micé. Tous deux étaient sincèrement dévoués à l'instruction, tous deux aimaient à enseigner et tous deux avaient quelques élèves. L'idée de s'associer pour fonder une pension devait être la conséquence forcée de ce goût commun d'enseignement. En 1860 fut fondée la pension Royer-Micé, qui, pendant onze ans, a compté comme l'une des meilleures de notre ville. Toutefois, l'association des deux jeunes professeurs fut rompue en 1871, et M. Royer fondait immédiatement une nouvelle institution qu'il a dirigée jusqu'en août 1884.

» Vingt-quatre ans d'enseignement actif avaient fatigué notre collègue, et il fut heureux de se retirer dans sa maison de la route du Médoc, où nous sommes, l'autre jour, venus lui rendre un dernier hommage. Il espérait y travailler.

» E. Royer a successivement donné à nos procès-verbaux, ou à nos *Mémoires :*

» 1856. — Expériences sur la cristallisation du soufre.

» 1860. — Note sur un sel nouveau nommé sulfoschistate de baryte.

» 1862. — Note sur un moyen de production des alcaloïdes artificiels.

» 1863. — Essai sur la constitution chimique de l'huile de schiste.

» 1863. — Action du phosphore sur l'essence de térébenthine.

» 1865. — Expériences sur la production du bioxyde d'azote par l'action de l'acide azotique dilué sur le cuivre.

» 1869-1870. — Recherches sur le pouvoir hydrogenant du courant intrapilaire et sur la transformation de l'acide carbonique en acide formique.

» 1876. — Note sur le galvanomètre de Bourbouze.

» 1876. — Influence des rayons de lumière diversement colorés sur le développement des racines de jacinthes de Hollande.

» 1880. — Recherches sur la diffusion des vapeurs de mercure à travers les liquides.

» Ces recherches resteront, j'en ai la conviction, et si nous n'avons plus le bonheur de voir parmi nous, chaque jeudi de quinzaine, notre collègue bien-aimé, le souvenir de l'homme de cœur, de l'ami sûr et dévoué, surviva de longues années parmi nous. »

— M. Joannis communique à la Société le résultat de ses recherches sur l'oxyde noir de cuivre. Ce corps présente, selon la tempé-

rature à laquelle on l'a préparé, des propriétés bien différentes. Soumis à des températures ne dépassant pas 440°, il se dissout facilement dans les acides; après avoir été calciné au rouge vif, il ne se laisse au contraire attaquer qu'avec une extrême lenteur. Cette différence de propriétés est due à un changement d'état éprouvé par l'oxyde, changement d'état qui est attesté par le dégagement de 1°,0 qui se manifeste quand on passe de l'oxyde soluble à l'oxyde insoluble dans les acides. Cette quantité de chaleur a été mesurée en attaquant comparativement les deux oxydes par un même mélange d'acide chlorhydrique et d'iodure d'ammonium.

Il résulte en outre des observations faites dans l'étude de cet oxyde, que la matière noire obtenue par l'ébullition de l'eau céleste est un hydrate d'oxyde de cuivre et non de l'oxyde de cuivre anhydre. De nouvelles expériences sont nécessaires pour établir la formule de cet hydrate, qui a paru comprise entre CuO 1/2 HO et CuO 1/3 HO.

A la suite de cette communication, M. Fournet dit avoir remarqué en effet que dans la préparation industrielle du sulfate de cuivre au moyen du cuivre métallique, celui-ci devait être oxydé par calcination à la plus basse température possible; les parties voisines de l'autel se dissolvaient moins facilement que les autres qui avaient été moins chauffées.

— M. Dupuy présente à la Société un porte-greffe: le riparia, dont l'écorce a été entièrement rongée par les vers blancs. Un grand nombre des ceps d'une vigne qu'il possède étaient atteints de la même façon.

M. Lespiault dit que le fait était déjà connu.

Séance du 27 mai 1886. — M. Blarez fait une communication sur une réaction permettant de différencier les matières colorantes dérivées de la houille des matières colorantes d'origine végétale.

M. Blarez rappelle que depuis longtemps il a essayé de résoudre cette question; qu'il a traité successivement les matières colorantes par des oxydes métalliques et des sels métalliques, soit en liqueur acide, soit en liqueur alcaline, soit à froid, soit à chaud. Mais que certaines matières colorantes végétales n'étaient pas détruites par les réactifs employés.

Il propose aujourd'hui, en son nom et en celui de M. Denigès, le moyen suivant pour atteindre ce but :

On ajoute à une solution alcoolique légèrement acidulée par de

l'acide tartrique et renfermant une petite quantité de substances tannantes, la matière à essayer.

On prend 10 centigrammes du liquide ainsi obtenu, on y ajoute dix gouttes d'acide acétique cristallisable, et on porte à 100°. A ce moment, on ajoute dans le liquide 0 gr. 20 d'acétate mercurique en poudre; on agite et on filtre après avoir laissé refroidir.

Toutes les matières colorantes végétales sont précipitées à l'état de laque insoluble.

Toutes les matières colorantes originaires de la houille sont maintenues en solution en totalité ou en grande partie. Dans certains cas, celles qui sont entraînées avec le précipité peuvent être enlevées par le traitement de ce dernier par de l'alcool acidulé par de l'acide acétique.

On peut retrouver ainsi dans 10 centigrammes d'un liquide coloré artificiellement 0ᵍ000002 de sulfo-fuchsine, 0ᵍ0001 de rouge de Bordeaux, 0ᵍ00002 de fuchsine, 0ᵍ00002 de rocelline ou orselline n° 3, etc.

Les substances suivantes ont été essayées et ont été retrouvées à très petites doses : les différents ponceaux, les oranges I, II et III de Poirrier, le brun de phénylène, la safranine, la fluorescéine, l'oésine, l'érythuésine, le jaune d'aniline, le vert d'aniline, les différents violets d'aniline et les bleus d'aniline.

M. Blarez indique ensuite, à propos du dosage de l'eau oxygénée, une modification de l'appareil qu'il a construit pour le dosage clinique de l'urée, et qu'il a déjà présenté à la Société; cette modification permet de faire plus commodément le dosage non seulement de l'urée, mais encore des sels ammoniacaux, des carbonates et de l'eau oxygénée.

A propos de ce corps, l'auteur rappelle que dans ces derniers temps il a relevé une erreur dans les procédés de dosage rapide préconisés. On faisait agir l'eau oxygénée sur le bioxyde de manganèse, et tout l'oxygène dégagé était compté comme provenant de ce liquide. Or, avec les eaux oxygénées du commerce, qui sont toujours acides, la réaction est plus compliquée, car le bioxyde intervient dans la réaction et dégage un volume d'oxygène égal à celui fourni par l'eau oxygénée.

Voici le procédé qu'emploie M. Blarez :

On place dans le ballon à réaction de l'appareil une pincée de bioxyde de plomb, quelques grammes d'eau et une dizaine de gouttes d'acide azotique. On met le ballon en communication avec le tube gradué, et on fait tomber un ou deux centimètres cubes

de l'eau oxygénée à analyser au moyen de la pipette-pompe dont l'appareil est muni. La réaction qui s'opère en quelques secondes peut être représentée ainsi :

$$\underbrace{H^2O^2}_{\text{Eau oxygénée.}} + \underbrace{PbO^2}_{\text{Bioxyde de plomb.}} + \underbrace{2AzO^3H}_{\text{Acide azotique.}} = \underbrace{(AzO^3)^2Pb}_{\text{Azotate de plomb.}} + \underbrace{2H^2O}_{\text{Eau.}} + \underbrace{O^2}_{\text{Oxygène libre.}}$$

L'oxygène provenant pour une moitié de l'eau oxygénée et pour l'autre moitié du bioxyde de plomb, on doit prendre la moitié du volume dégagé pour avoir le résultat.

— M. Rayet communique à la Société le résultat de ses observations sur l'orage du 12 mai; ces observations seront complétées à la suite de l'enquête ouverte à ce sujet par la préfecture de la Gironde.

— A titre de renseignement, M. Bayssellance, qui se trouvait sur la Garonne entre le Bec-d'Ambès et Bordeaux pendant l'orage, fait à la Société la communication suivante :

Il partait de l'île Cazaux vers quatre heures et demie; le vent était faible du sud-est, mais le ciel était complètement noir à l'ouest. Vers cinq heures, un premier orage éclatait et jetait sur le pont du bateau une grêle assez abondante mêlée de pluie et grosse au plus comme des noisettes. Après un quart d'heure environ, vers cinq heures et demie, un second orage couvrait le pont d'une couche beaucoup plus abondante de grêle, dont quelques grains atteignaient la grosseur d'une noix. Cet orage était évidemment celui qui venait de passer sur Bordeaux. Les éclairs étaient violents, mais assez rares.

Cette bourrasque passée, la pluie cesse pendant un certain temps; le ciel restait très noir à l'ouest, mais les nuages semblaient se diriger vers le nord. A l'arrivée à Lormont, vers six heures un quart, une averse, venant de Bordeaux, enveloppe le bateau avec une telle violence qu'on ne voyait plus à conduire; il fallut ralentir considérablement l'allure de la machine; on ne put reprendre la marche normale que dans la rade de Bordeaux. Pendant tout le temps du trajet, l'air avait été assez calme : aucune bourrasque de vent n'a été ressentie.

— M. Bayssellance donne à la Société quelques renseignements sur les travaux de rescindement en cours à l'île Cazaux.

L'entreprise consiste à enlever une bande de 400 mètres de large environ sur toute la longueur de l'île, en reportant les déblais sur le territoire restant, et à creuser en cet endroit un chenal de

cinq mètres de profondeur au minimum au-dessous des basses mers.

Quatre genres d'engins différents sont employés à ce travail. Un excavateur creuse jusqu'à 4 ou 5 mètres de profondeur et rejette les terres sur des wagons. C'est là le moyen le plus primitif. La couche attaquée se compose presque entièrement d'argile compacte ; en dessous, se trouve du sable, qui sera enlevé plus facilement par les dragues à aspiration.

Un autre grand excavateur, pouvant enlever jusqu'à 2,000 mètres cubes en dix heures de travail, jette les déblais sur une longue courroie sans fin de $1^{m}20$ de largeur environ, qui, glissant sur les rouleaux d'une poutre métallique de 300 mètres de long, va déverser les terres sur la partie de l'île qui ne doit pas être enlevée. Par un mécanisme ingénieux, cette poutre, portée sur une série de piédroits roulant sur des rails, se meut automatiquement, parallèlement à elle-même, en même temps que l'excavateur. Lorsque celui-ci a fait une série de passées, on le fait reculer en déplaçant ses rails, mais on n'a pas besoin de toucher aux rails de la poutre, qui peut avancer en roulant sur les piédroits qui la supportent. La courroie se compose d'un treillis métallique de six centimètres d'épaisseur, emprisonné dans une épaisse couche de caoutchouc. Elle coûte à elle seule 50,000 francs.

Dans le bassin déjà creusé par les excavateurs, on a fait pénétrer de l'eau à haute mer, et on a amené des dragues qui attaquent à leur tour le terrain, soit en élargissant, soit en approfondissant la fouille. Une pompe centrifuge puissante lance un violent courant d'eau dans un tube d'environ 25 centimètres de diamètre, qui, au moyen de raccords en cuir, peut être allongé indéfiniment. Les terres enlevées par la drague sont déversées dans une trémie, d'où elles tombent dans le tube, et sont entraînées par le courant jusqu'au point où on veut les déposer, sans avoir à traverser les organes de la pompe. Quand la distance est trop longue, une pompe de relai est interposée sur le parcours du tuyau. L'eau, après avoir déposé la vase en suspension, revient dans la fouille.

La compacité des déblais dragués a obligé, pour éviter l'obstruction du tuyau, à intercaler au-dessous de la trémie un malaxeur qui divise au passage les blocs de terre en morceaux de petit volume au moyen de lames tournantes croisant des couteaux fixes.

Ces dragues fonctionnent d'une manière satisfaisante. Au point de vue de la force dépensée, elles présentent cependant un défaut : c'est que, pour déverser les terres dans la trémie, elles doivent les

élever à 4 ou 5 mètres au-dessus du tuyau dans lequel elles retombent. Il y a là une dépense de travail inutile.

Enfin, une drague d'un système plus simple, évitant ce défaut, vient d'être installée, sur les indications de M. l'ingénieur en chef Pasqueau. L'organe essentiel est une pompe centrifuge établie avec des palettes en acier de 25 à 30 millimètres d'épaisseur, assez largement espacés pour que les blocs de terre puissent la traverser sans danger. Le tuyau d'aspiration plonge à l'avant entre deux plateaux tournant sur le même axe et armés de lames héliçoïdales. Ces lames découpent le terrain en morceaux de petit volume, qui sont entraînés avec l'eau aspirée et refoulés à la distance nécessaire.

Comme on le voit, cet engin est d'une grande simplicité de mécanisme, par conséquent d'un prix relativement modique, et sujet à peu de dérangements. Le fonctionnement en est très satisfaisant; aussi, l'entrepreneur a-t-il commandé une nouvelle drague du même genre beaucoup plus puissante.

Les travaux sont donc entrepris en ce moment sur une large échelle et poussés de plus en plus activement. Mais la masse de terre à déplacer est tellement considérable, qu'il faudra encore plusieurs années avant que le nouveau chenal puisse être ouvert et livré à la navigation.

Séance du 24 juin 1886. — M. le Président annonce à la Société la perte douloureuse qu'elle vient de faire dans la personne de M. J. Hoüel, et s'exprime en ces termes :

« Depuis notre dernière réunion, la Société a fait une perte douloureuse, qui sera vivement ressentie par nous tous. M. G.-J. Hoüel, notre collègue depuis le 9 janvier 1862 et notre archiviste de 1867 à 1884, a succombé, le lundi 14 juin 1886, à la longue maladie qui le tenait éloigné de nous depuis près de deux ans. Ne se faisant aucune illusion sur le mal qui l'avait frappé, il avait voulu, au mois de mai 1885, après nous avoir fait ses adieux, après nous avoir distribué des souvenirs, revenir aux environs de Caen, dans sa maison de Périers, où il avait passé son enfance, et dont il ne parlait jamais qu'avec émotion; pour elle seule, pour la visiter, il consentait parfois à interrompre pour quelques jours ses travaux. C'est là qu'il s'est éteint, après plusieurs jours de vives souffrances.

» Guillaume-Jules Hoüel était né à Thaon (Calvados) le 7 avril 1823; il fit ses études au lycée de Caen, puis à Paris, au collège

Rollin. Elève modèle, travailleur assidu, d'une intelligence également apte à sentir la musique, à comprendre les beautés des littératures grecque et latine ou à pénétrer les secrets d'une démonstration géométrique difficile, Hoüel eut de grands succès scolaires, et il entrait à l'École normale supérieure en 1843, l'un des premiers de sa promotion. A la fin de sa troisième année, il fut envoyé au collège royal de Bourges (octobre 1846); puis, ayant été reçu au concours d'agrégation en 1847, il fut successivement nommé au collège royal de Bordeaux (septembre 1847), au lycée de Pau (octobre 1849), au lycée d'Alençon (mars 1851) et enfin au lycée de Caen en janvier 1856. Dans ce dernier, il obtenait la chaire de mathématiques spéciales, à laquelle lui donnait droit le succès de ses thèses de doctorat soutenues à la Sorbonne en 1855.

» Trois ans après sa nomination à Caen, en mars 1859, il succédait à Lebesgue dans la chaire de mathématiques pures de la Faculté des sciences de Bordeaux, et il devenait titulaire en janvier 1862.

» Désormais, M. Hoüel était définitivement fixé à Bordeaux, et il devenait notre collègue le 9 janvier 1862, sur la présentation de MM. Baudrimont et Lespiault.

» Je ne veux pas analyser aujourd'hui l'œuvre mathématique de M. Hoüel; un de nos jeunes collègues, plus compétent que moi, voudra bien, je l'espère, le faire dans une de nos prochaines réunions. Je désire seulement, comme c'est mon droit de Président, rappeler en quelques mots ce que notre collègue a fait pour le développement de la Société, pour la création de cette bibliothèque dont les livres nous entourent et qui est la plus grande et la plus précieuse de nos richesses. Il eût certainement été heureux de la voir sur ses nouveaux rayons.

» Notre Société ne possédait qu'un petit nombre de membres et notre bibliothèque était plus réduite encore lorsque M. Hoüel, succédant à Valat, devint notre archiviste en 1867; mais déjà notre collègue avait publié ses thèses de mécanique et d'astronomie (1855), ses tables de logarithmes à cinq décimales, qui sont si rapidement devenues classiques (1858); un *Essai d'une exposition rationnelle des principes fondamentaux de la géométrie* (1863), un important mémoire sur le *Développement des fonctions en séries périodiques au moyen de l'interpolation* (1864), et enfin de nombreuses traductions, parmi lesquelles je citerai : la *Théorie des déterminants* de Baltzer (1861) et de nombreux mémoires de Lejeune-Dirichlet, de Kummer et de Kronecker. Ces divers travaux

avaient rendu le nom de M. Hoüel très populaire parmi les savants étrangers et l'avaient mis en relations suivies avec un grand nombre d'entre eux.

» Ces relations, notre archiviste les mit, avec empressement, au service de la Société, et, grâce à elles, nos premiers livres arrivèrent.

» Peu de temps après, M. Hoüel imprimait dans nos *Mémoires* son *Recueil de formules et tables numériques* (1866), la traduction des *Recherches géométriques sur la théorie des parallèles* de Lobatchefsky (1866) et du mémoire de Bolyai sur le même sujet (1868), et enfin ses mémoires sur la *Théorie élémentaire des quantités complexes* (1867-1874).

» Les publications de la *Société des Sciences physiques et naturelles* avaient désormais conquis une place importante parmi les publications scientifiques françaises, et les demandes d'échanges arrivaient nombreuses, se transformant bientôt en envois de volumes qui emplissaient rapidement nos armoires. Ces armoires se multipliaient sans cesse, mais elles étaient toujours trop petites. C'était chaque matin pour M. Hoüel un problème nouveau que le classement du paquet que la poste venait d'apporter. Perpétuellement il songeait à ce problème, toujours renaissant et toujours résolu, grâce à l'extrême obligeance du doyen de la Faculté des sciences.

» Ces inquiétudes n'étaient pas d'ailleurs exemptes de joies. Notre archiviste considérait, avec raison, que notre bibliothèque était en grande partie son œuvre : il en était fier, il en aimait les livres, un peu pour leur habit et pour leur origine, beaucoup pour ce qu'ils renfermaient. Avec lui, jamais un volume ne prenait place sur les rayons sans avoir été tout au moins rapidement parcouru. Que d'heures il a ainsi consacrées au classement de nos livres, à la rédaction de leur catalogue, aux envois de nos *Mémoires*, pour lesquels il a toujours fait les adresses lui-même, et à la correspondance relative à nos échanges. Ceux-là seuls qui venaient à la Faculté tous les jours peuvent savoir le dévouement de M. Hoüel envers notre Société. Aussi était-il jaloux de ses fonctions d'archiviste, et ce n'est qu'à regret, quoique il ait parfois pu dire, qu'il eût permis à un autre d'avoir le plaisir d'ouvrir un paquet provenant d'Allemagne ou d'Amérique.

» M. Hoüel aimait les livres avec passion, avec une passion communicative, et il avait réuni chez lui, dans son cabinet, une bibliothèque que bien des savants ont dû lui envier. Parmi les plus précieux de ces livres, dont quelques-uns ont une histoire, figu-

rait une collection presque complète de tables de logarithmes, depuis la première édition de Néper jusqu'aux tables les plus modernes. Cette collection, il aimait à la montrer; il était heureux de vous faire suivre les changements successifs introduits dans la disposition de ces tables usuelles si précieuses; mais il ne parlait jamais des améliorations qu'il y avait lui-même introduites.

» Les livres de sa bibliothèque, notre collègue les confiait volontiers à tous ceux qui travaillaient, et il leur accordait aussi, avec la plus généreuse complaisance, les secours de la vaste érudition qu'il avait acquise par trente ans de lectures continuelles dans des livres écrits dans toutes les langues de l'Europe.

» M. Hoüel savait depuis longtemps l'anglais et l'allemand; il avait un jour, avec le concours d'un étudiant de notre Faculté, appris le russe pour traduire un mémoire d'Imchenetsky. Nous lui avons vu apprendre le norvégien pour traduire la *Vie d'Abel* et concourir à faire rendre justice à l'éminent géomètre. Il prétendait d'ailleurs que les langues n'étaient pas difficiles, et je me souviens qu'un matin il était presque parvenu à me persuader que je devais savoir le suédois, dont les relations avec l'allemand et l'anglais étaient évidentes pour lui.

» Cette connaissance des langues, il la mettait à la disposition de tous, à la disposition de tous les recueils scientifiques. On ne saura jamais le nombre de mémoires qu'il a traduits pour le *Bulletin des sciences mathématiques*, de la publication duquel il s'est toujours occupé activement, conservant pour lui le travail aride et fatigant de la correction des épreuves et de la construction des tables.

» Pendant plus de vingt ans M. Hoüel a ainsi dépensé la plus grande partie de son activité et usé ses forces à des travaux qui étaient indignes de la hauteur de ses vues et de la vigueur de son esprit. Son dévouement à la chose publique, aux modifications nécessaires dans l'enseignement de bien des parties de la géométrie, la conscience et le soin qu'il apportait à la préparation de la plus facile de ses leçons l'ont empêché de produire tous les travaux originaux qu'il aurait dû entreprendre, que semblaient promettre ses premiers mémoires et que la force de sa volonté lui aurait rendus faciles.

» La volonté, la passion même, que notre collègue portait dans toutes ses entreprises étaient, en effet, un des côtés les plus saillants de son caractère; il n'élevait jamais la voix, ne s'emportait que rarement; mais, si une idée lui semblait exacte, si une cause lui paraissait juste, il la défendait avec acharnement.

» Cependant, les travaux incessants, les veilles trop prolongées, l'absence complète de tout repos avaient peu à peu détruit la vigoureuse santé de notre collègue bien-aimé, et depuis plusieurs années déjà il se plaignait d'être fatigué, de n'être plus lui-même. « Je me sens incapable de faire mon cours », disait-il parfois. Une douleur violente, la perte d'une fille admirablement douée, vint, il y a quatre ans, s'ajouter à une fatigue qui était, hélas! trop réelle. Notre collègue aurait dû, à cette époque, abandonner ses cours, abandonner la correction des épreuves des nouvelles éditions de Laplace et de Lagrange, et surtout ne pas entreprendre la traduction de la *Vie d'Abel*. Il n'en voulut rien faire; il fut violemment rebelle aux prières de ses meilleurs amis, et, pour avoir travaillé au delà des forces humaines, il n'a pas joui d'un repos qu'il méritait plus que tout autre.

» La notoriété et l'excellence de son enseignement, qui revit tout entière dans son *Traité de calcul infinitésimal*, ses publications originales, sa collaboration à la publication des œuvres de Laplace ont fait offrir à M. Hoüel des distinctions nombreuses; ces distinctions, il les a toujours impitoyablement refusées, et, peut-être, n'a-t-il pas été vraiment satisfait lorsque, en mars 1885, l'Académie lui a décerné le prix Poncelet. Il aimait le travail pour lui-même, il voulait se rendre utile pour la satisfaction intime d'être utile.

» Pour la Société, pour nous tous, qui étions ses obligés et ses amis, la perte de M. Hoüel est une grande douleur, et son souvenir restera de bien longues années vivant parmi nous; bien longtemps il manquera à nos séances, qu'il a souvent remplies d'intéressantes lectures, et les seize volumes de nos *Mémoires* aujourd'hui publiés resteront comme le témoignage de l'activité qu'il a déployée dans ses fonctions d'archiviste.

» Les circonstances n'ont pas permis que nous puissions accompagner M. Hoüel à sa dernière demeure; nous n'avons pas pu joindre nos pleurs à ceux de sa famille et de ses amis d'enfance; mais je vous propose, à titre de dernier hommage à M. Hoüel, et en signe de deuil, de lever cette séance; je vous demande aussi de vouloir bien m'autoriser à envoyer à M^me^ Hoüel, au nom de la Société tout entière, l'expression bien sincère de notre douleur à tous. »

Les propositions de M. le Président sont acceptées à l'unanimité.

Séance du 8 juillet 1886. — M. MERGET lit une note posthume de M. ROYER.

Si on plonge dans de l'eau, qui a séjourné longtemps sur du mercure et à laquelle on ajoute un peu d'acide sulfurique pur pour la rendre conductrice, deux lamelles d'or très brillantes, et si on relie chacune d'elles, au moyen d'un fil de platine, aux deux pôles d'une petite pile d'un seul élément (celle dont je me sers est au bichromate de potasse), on constate qu'au bout de quelques heures la lame qui communique avec le pôle négatif de la pile, le pôle charbon, et qui constitue, par suite, le pôle positif dans l'eau soumise à l'électrolyse, reste toujours brillante et sans la moindre altération de couleur; l'autre, au contraire, qui constitue le pôle négatif dans le liquide électrolysé, et qui communique avec le pôle zinc de la pile au bichromate, présente des reflets blanchâtres qui s'accentuent de plus en plus à mesure que les vapeurs mercurielles viennent se déposer à sa surface. Pour s'assurer que ce sont bien des vapeurs mercurielles qui ont terni la lame d'or qui constitue le pôle négatif, on retire les deux lames, on les essuie soigneusement avec du papier Joseph, et on les suspend dans une éprouvette pleine d'air, sur le fond de laquelle on a placé quelques minimes parcelles d'iode. Au bout de quelque temps, la lame blanche devient rougeâtre, tandis que la lame qui était au pôle positif, dans l'eau électrolysée, conserve sa couleur et son brillant métallique. Cette expérience, répétée un certain nombre de fois, m'a toujours donné le même résultat.

Outre que cette expérience peut apporter une preuve de plus à l'appui de mon travail, elle nous donne un moyen excessivement délicat de déceler la présence dans l'eau de minimes quantités de mercure.

Comment la chose se passe-t-elle? Est-ce, comme on est tenté d'admettre de prime abord, que les vapeurs mercurielles soumises à l'influence du courant dans un milieu qui contient de l'acide sulfurique, sont attaquées, transformées en sulfate de mercure, puis finalement décomposées par le courant avec transport, comme cela arrive d'habitude dans l'électrolyse des sels, du métal au pôle négatif?

Y a-t-il phénomène de transport? Toutes les parties du liquide sont-elles successivement appelées à suivre, sous l'influence de l'électrolyse, la même direction du pôle positif au pôle négatif, et toutes, en passant sur la lame négative, y déposent-elles les vapeurs mercurielles qu'elles contenaient?

Les vapeurs mercurielles disséminées dans la masse d'eau, bien qu'elles soient uniformément diffusées dans la masse, y sont en si

petite quantité que leur action sur une lame d'or de petite dimension qu'on trempe dans l'eau mercurielle n'est pas suffisante pour altérer sensiblement, et du tout d'une manière visible, la surface de cette lame. Si toutes les parties de la masse venaient successivement frapper la lame, ces petits effets s'ajoutant, produiraient peut-être le même résultat que celui que nous obtenons dans l'électrolyse.

Cette manière de penser nous est suggérée par ce fait qu'il pourrait bien se faire qu'il ne se formât pas de sulfate de mercure, car l'expérience se fait à une température inférieure à celle où l'acide sulfurique, même concentré, pourrait attaquer le mercure. Toutefois, il convient de dire que, sous l'influence du courant, il y a décomposition de l'eau dont l'oxygène, se combinant à l'état naissant aux vapeurs du mercure, formerait de l'oxyde de mercure qui, en présence de l'acide sulfurique, donnerait du sulfate de mercure qui, par l'électrolyse, serait décomposé; le métal dirigé sur le pôle négatif ou la lame d'or qui constitue ce pôle se fixerait à sa surface.

Alors il devrait y avoir au pôle négatif, en même temps que transport des vapeurs mercurielles, dégagement d'hydrogène. Jusqu'à présent, dans mes expériences, je ne l'ai pas trop constaté; c'est surtout la lame positive qui paraît se couvrir de bulles de gaz.

M. Merget ajoute : Comme M. Royer l'avait prévu, c'est du sulfate de mercure qui se forme, et c'est par suite de l'électrolyse du sel que la lame d'or négative s'amalgame.

— M. Merget lit une note de M. Figuier, sur une synthèse nouvelle de l'acide acétique.

Un courant lent et régulier d'oxyde de carbone traversait un ozoniseur disposé verticalement et rempli de pierre ponce imprégnée d'alcool méthylique. Le gaz barbottait dans l'alcool en excès occupant le fond de l'ozoniseur; l'action s'est effectuée sous la décharge obscure d'après l'équation :

$$CH^3.OH + CO = C^2H^3O.OH.$$

Dans ces conditions elle est lente : au bout de plusieurs heures seulement la liqueur retirée de l'ozoniseur était devenue franchement acide, elle possédait une odeur particulière qui laissait supposer la formation d'une faible quantité d'éther méthylacétique, par suite de la réaction de l'acide acétique à l'état naissant sur l'alcool méthylique non encore transformé. Cette liqueur, saturée

par de la potasse caustique, a été évaporée à siccité au bain-marie et son résidu repris par l'eau distillée. Le liquide ainsi obtenu a fourni les caractères suivants :

Perchlorure de fer. Coloration rouge foncé.

Acide sulfurique dilué. A chaud, émission de vapeurs colorant en rouge le papier bleu de tournesol et possédant l'odeur de l'acide acétique.

Mélange d'*acide sulfurique* et d'*alcool éthylique*. A chaud, odeur d'éther acétique.

Potasse caustique et *acide arsénieux*. Après évaporation à chaud le produit a noirci et a dégagé du cocodyle.

Ces réactions indiquent nettement la formation de l'acide acétique.

Un deuxième essai a été exécuté dans des conditions différentes :

L'alcool méthylique a été additionné d'une faible quantité de méthylate de sodium avant d'être soumis, sous l'effluve, à l'action de l'oxyde de carbone; après deux heures seulement on a pu constater la formation d'une quantité très appréciable d'acide acétique.

L'addition de l'oxyde de carbone à une molécule d'alcool, sous l'effluve, permet d'entrevoir une méthode générale pour obtenir la synthèse des acides en partant de l'alcool correspondant à une série homologue et d'un rang immédiatement inférieur.

Je poursuis actuellement des recherches tendant à confirmer ces vues, en faisant agir dans les conditions indiquées l'oxyde de carbone sur différents alcools.

Mes expériences ne sont pas actuellement assez avancées pour que je puisse en faire connaître les résultats.

Avant de pénétrer dans l'ozoniseur, l'oxyde de carbone barbottait dans un petit flacon laveur destiné à régler la vitesse du gaz provenant d'un gazomètre.

L'eau distillée contenue dans ce flacon finit par devenir acide. L'on peut constater alors la formation en quantité notable d'acide formique.

Un essai comparatif a été fait dans les mêmes conditions de temps sur de l'eau distillée retirée du barbotteur, et une égale quantité d'eau contenue dans un flacon bouché à l'émeri, disposé sur une cuve à eau et contenant environ un litre d'oxyde de carbone. Cette dernière liqueur a bruni légèrement la dissolution ammoniacale de nitrate d'argent; la première, tout au contraire, a fortement noirci en déposant de l'argent réduit. Ce résultat

paraît démontrer une fois de plus le rôle efficace des mouvements mécaniques dans les actions chimiques.

— M. GARNAULT lit une note sur l'anatomie du corps de Bojanus chez le *Cyclostoma elegans;* il décrit la structure de cet organe, ses rapports avec l'appareil circulatoire, son canal excréteur, qui avait échappé à Claparède, et surtout sa communication avec le péricarde au moyen du tube coudé; il décrit la structure du péricarde qui présente des cellules granuleuses jaunes qui tombent dans la cavité et arrivent dans le rein par l'intermédiaire du canal indiqué. Il en conclut que le péricarde possède une fonction comparable à celle du rein dont il peut être considéré, à ce point de vue, comme une sorte de diverticule. Il indique rapidement les théories de Jhering, Grobben et de Meuron, sur la signification morphologique de ces organes.

Séance du 22 juillet 1886, — M. le Président lit la lettre suivante adressée par M. BJERKNES à la Société, à l'occasion de la mort de M. Hoüel :

« Christiania, le 6 juillet 1886.

» MONSIEUR LE PRÉSIDENT,

» Vous m'avez annoncé le décès de votre collègue de la Société des Sciences de Bordeaux, de celui qui pendant deux ans a été mon collaborateur de chaque jour dans la traduction de la *Vie d'Abel.* Je vous remercie, Monsieur le Président, de m'avoir fait connaître avec quelques détails ce triste événement dont je pressentais l'approche, hélas! depuis quelque temps.

» Je n'étais point le seul, parmi les étrangers dont M. Hoüel était devenu l'ami, à être inquiet pour sa santé. Les informations précises nous manquaient, ce qui ne laissait point que de nous attrister. Cette inquiétude est pour celui qui l'a excitée un signe de dévouement plus parlant que les mots.

» Un des amis que M. Hoüel avait à l'étranger m'écrivait une fois qu'il était un des plus nobles hommes qu'il ait jamais connus; je crois que bien des personnes ont eu la même pensée, mais je doute que personne plus que moi n'en ait des preuves aussi irréfutables.

» M. Hoüel était un savant profond, aimant la science jusqu'à entreprendre des travaux qui ont peut-être contribué à miner sa

vie. On peut certainement dire de lui qu'il sacrifiait tout pour sa science chérie, jusqu'à la vie et au bonheur. Homme de grand cœur, il aimait tous ces hommes supérieurs qui, comme lui, ont pensé grandement, qui, comme lui, ont travaillé avec le plus grand désintéressement.

» Il avait pris à tâche une entreprise extrêmement difficile, et tandis qu'un autre savant français, érudit distingué, reculait devant la besogne, M. Hoüel la conduisait à bien. Il s'agissait de comprendre les mots d'une langue étrangère, d'en saisir les pensées. Il fallait être à la fois profond mathématicien et savant linguiste. M. Hoüel n'avait jamais été dans notre pays; il n'avait à sa disposition que des dictionnaires incomplets, n'ayant jamais lu dans notre langue que quelques contes et une *Vie de Tycho-Brahé,* lorsqu'il entreprit la traduction de la *Vie d'Abel.* Il avait cependant pour l'aider ses profondes connaissances linguistiques.

» Bien des fois il fut péniblement arrêté dans son œuvre. Tantôt c'était le véritable sens des phrases qui se dérobait à lui, les mots principaux manquaient dans ses dictionnaires; il lui fallait alors passer du norwégien au français par l'intermédiaire de l'anglais. Tantôt des constructions étrangères et compliquées le laissaient en doute. Puis il fallait, sans être guidé par des formules et, par suite, dans des conditions extrêmement difficiles, arriver à rendre d'une façon précise des considérations d'ordre abstrait.

» Et, cependant, toujours il continuait, malgré les arrêts trop longs ou trop fréquents qui eussent abattu un tempérament moins courageux. Il demandait des explications sur tout ce qui ne lui paraissait point suffisamment clair; il y revenait deux, trois et même quatre fois jusqu'à ce que les moindres détails aient été bien mis en évidence. En dépit de toutes les difficultés, il voulait toujours continuer.

» Et, après tout cela, après deux années d'un travail acharné, quelle abnégation admirable! Il ne mettait même pas son nom sur notre livre commun! Mais l'histoire le gardera.

» Agréez, Monsieur, l'assurance de ma haute considération.

» C.-A. BJERKNES. »

— M. JOANNIS fait une communication sur un procédé de séparation de l'hydrogène dans les mélanges gazeux. Lorsqu'un mélange de gaz a été traité par les divers réactifs absorbants, il peut rester de l'azote, de l'hydrogène, du formène et de l'hydrure d'éthylène;

on ne connaît, en effet, pour ces gaz aucun procédé d'absorption. Pour déterminer la composition d'un pareil mélange, on a recours aux procédés eudiométriques. On peut cependant absorber l'hydrogène par une réaction particulière, ce qui simplifie d'autant la complexité du mélange et permet de tirer de la combustion eudiométrique du résidu des nombres plus exacts; en outre, dans le cas particulier d'un mélange d'azote et d'hydrogène, on peut ainsi sans avoir recours à l'eudiométrie déterminer les proportions de ces deux gaz. La réaction utilisée consiste dans la réduction de l'oxyde de cuivre; elle peut être employée par suite des faits suivants :

1° La réduction de l'oxyde de cuivre par l'hydrogène commence vers 250°-260°.

2° L'oxyde de cuivre ne fournit pas d'acide carbonique avec les carbures d'hydrogène au-dessous de 440°. Du formène a été maintenu à cette température pendant plus d'une heure, sans qu'il se soit formé une trace d'acide carbonique.

On peut donc, en opérant à une température comprise entre 260° et 440°, ce qu'il est très facile de réaliser d'une façon très simple à cause de l'écart de ces températures, séparer l'hydrogène des carbures forméniques, seuls étudiés et seuls intéressants, les autres carbures étant parfaitement absorbés par des réactifs convenables.

L'opération est commode à faire dans une cloche courbe dont la partie horizontale est assez longue pour contenir la presque totalité du gaz. De cette façon, les mouvements éprouvés par les gaz chauds ont pour effet de mélanger les diverses parties du gaz beaucoup plus facilement que dans les cloches courbes ordinaires. Les cloches sont bouchées pendant l'opération pour éviter l'élévation de mercure qui résulterait de l'absorption de l'hydrogène. On introduit l'oxyde de cuivre sous forme d'un mélange des deux oxydes Cu^2O et CuO. Ce mélange peut être fondu et compact, il n'amène pas, par suite, d'air comme le ferait l'oxyde noir pulvérulent.

NOTE

SUR UNE

RELATION ENTRE LES INTÉGRALES DÉFINIES

DES PRODUITS DES FONCTIONS

PAR M. C. ANDRÉIEF.

---

1. Le but de la présente note est de donner une relation générale entre les intégrales définies de laquelle s'obtient comme un cas particulier une formule donnée il y a quelque temps par M. Tchébychef.

Nous commencerons par établir deux théorèmes, dont le premier nous servira pour le point de départ, et le second nous sera utile comme un lemme.

THÉORÈME I. — *Quelles que soient deux séries de fonctions*

$$f(x),\ f_1(x),\ f_2(x),\ \ldots,\ f_n(x),$$
$$\varphi(x),\ \varphi_1(x),\ \varphi_2(x),\ \ldots,\ \varphi_n(x),$$

il existe entre ces fonctions la relation identique

$$\left|\begin{array}{l} \int f\varphi\,dx,\ \int f\varphi_1\,dx,\ \ldots,\ \int f\varphi_n\,dx \\ \int f_1\varphi\,dx,\ \int f_1\varphi_1\,dx,\ \ldots,\ \int f_1\varphi_n\,dx \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \int f_n\varphi\,dx,\ \int f_n\varphi_1\,dx,\ \ldots,\ \int f_n\varphi_n\,dx \end{array}\right| \quad (1)$$

$$= \frac{1}{(n+1)!}\int^{(n+1)} \left|\begin{array}{l} f(x),\ f(y),\ \ldots,\ f(v) \\ f_1(x),\ f_1(y),\ \ldots,\ f_1(v) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ f_n(x),\ f_n(y),\ \ldots,\ f_n(v) \end{array}\right| \cdot \left|\begin{array}{l} \varphi(x),\ \varphi(y),\ \ldots,\ \varphi(z) \\ \varphi_1(x),\ \varphi_1(y),\ \ldots,\ \varphi_1(z) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \varphi_n(x),\ \varphi_n(y),\ \ldots,\ \varphi_n(z) \end{array}\right| dx\,dy\ldots dv,$$

dans laquelle toutes les intégrales sont définies et prises entre les mêmes limites constantes a et b.

Soit Δ le déterminant formant le premier membre de cette relation. Si l'on désigne la variable x dans les diverses colonnes de ce déterminant par les lettres différentes $x, y, z, \ldots, v$, on pourra le présenter sous la forme suivante :

$$\Delta = \int^{b(n+1)} \varphi(x)\varphi_1(y)\ldots\varphi_n(v) \begin{vmatrix} f(x), f(y), \ldots, f(v) \\ f_1(x), f_1(y), \ldots, f_1(v) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ f_n(x), f_n(y), \ldots, f_n(v) \end{vmatrix} dx\,dy\ldots dv,$$

l'indice $(n+1)$ désignant l'ordre de multiplicité de l'intégrale.

En échangeant dans cette expression les lettres $x, y, \ldots, v$ de toutes les manières possibles, on en obtient, en tout, $(n+1)!$ pareilles expressions dont les valeurs sont égales, de sorte que leur somme est le déterminant Δ multiplié par $(n+1)!$.

D'un autre côté, on aperçoit sans peine que, les produits qui se trouvent sous le signe de l'intégrale multiple dans toutes ces expressions ayant pour facteur commun le déterminant

$$\begin{vmatrix} f(x), f(y), \ldots, f(v) \\ f_1(x), f_1(y), \ldots, f_1(v) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ f_n(x), f_n(y), \ldots, f_n(v) \end{vmatrix},$$

la somme de tous les autres facteurs est le déterminant

$$\begin{vmatrix} \varphi(x), \varphi(y), \ldots, \varphi(v) \\ \varphi_1(x), \varphi_1(y), \ldots, \varphi_1(v) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \varphi_n(x), \varphi_n(y), \ldots, \varphi_n(v) \end{vmatrix}.$$

Il s'ensuit que la somme de toutes ces expressions est précisément l'intégrale multiple contenue dans le deuxième membre de la relation (1). Celle-ci est donc vérifiée.

2. THÉORÈME II. — *Étant donnés deux groupes de fonctions d'une seule variable,*

$$\mu_0(x),\ \mu_1(x),\ \ldots,\ \mu_n(x),$$
$$\nu_0(x),\ \nu_1(x),\ \ldots,\ \nu_n(x),$$

si l'on attribue, dans les déterminants

$$\begin{vmatrix} \mu_0(x), & \mu_0(y), & \ldots, & \mu_0(v) \\ \mu_1(x), & \mu_1(y), & \ldots, & \mu_1(v) \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \mu_n(x), & \mu_n(y), & \ldots & \mu_n(v) \end{vmatrix} \text{ et } \begin{vmatrix} \nu_0(x), & \nu_0(y), & \ldots, & \nu_0(v) \\ \nu_1(x), & \nu_1(y), & \ldots, & \nu_1(v) \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \nu_n(x), & \nu_n(y), & \ldots, & \nu_n(v) \end{vmatrix},$$

aux variables x, y, ..., v les valeurs déterminées x_0, y_0, ..., v_0 comprises entre les limites a et b, on pourra choisir entre les mêmes limites les grandeurs y_1, z_1, ..., v_n, en sorte qu'il existe la proportion

$$(2)\quad \frac{\begin{vmatrix} \mu_0(x_0), & \mu_0(y_0), & \ldots, & \mu_0(v_0) \\ \mu_1(x_0), & \mu_1(y_0), & \ldots, & \mu_1(v_0) \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \mu_n(x_0), & \mu_n(y_0), & \ldots, & \mu_n(v_0) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \nu_0(x_0), & \nu_0(y_0), & \ldots, & \nu_0(v_0) \\ \nu_1(x_0), & \nu_1(y_0), & \ldots, & \nu_1(v_0) \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \nu_n(x_0), & \nu_n(y_0), & \ldots, & \nu_n(v_0) \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} \mu_0(x_0), & \mu_0'(y_1), & \ldots, & \mu_0^{(n)}(v_n) \\ \mu_1(x_0), & \mu_1'(y_1), & \ldots, & \mu_1^{(n)}(v_n) \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \mu_n(x_0), & \mu_n'(y_1), & \ldots, & \mu_n^{(n)}(v_n) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \nu_0(x_0), & \nu_0'(y_1), & \ldots, & \nu_0^{(n)}(v_n) \\ \nu_1(x_0), & \nu_1'(y_1), & \ldots, & \nu_1^{(n)}(v_n) \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \nu_n(x_0), & \nu_n'(y_1), & \ldots, & \nu_n^{(n)}(v_n) \end{vmatrix}},$$

où les lettres accentuées représentent les dérivées successives.

Désignons par K la valeur du rapport présentant le premier membre de cette proportion, et soit

$$\mathrm{F}(y) = \begin{vmatrix} \mu_0(x_0), & \mu_0(y), & \ldots, & \mu_0(v_0) \\ \mu_1(x_0), & \mu_1(y), & \ldots, & \mu_1(v_0) \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \mu_n(x_0), & \mu_n(y), & \ldots, & \mu_n(v_0) \end{vmatrix} - \mathrm{K} \begin{vmatrix} \nu_0(x_0), & \nu_0(y), & \ldots, & \nu_0(v_0) \\ \nu_1(x_0), & \nu_1(y), & \ldots, & \nu_1(v_0) \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \nu_n(x_0), & \nu_n(y), & \ldots, & \nu_n(v_0) \end{vmatrix}.$$

Il est clair que cette fonction est continue pour les valeurs de la variable y comprise entre les limites a et b. En outre, elle s'annule pour $y = x_0$ d'après une propriété connue des détermi-

nants, et pour $y = y_0$ d'après la définition même de K. Il s'ensuit que la dérivée $F'(y)$ doit disparaître au moins pour une valeur $y = y_1$, comprise entre x_0 et y_0, et par conséquent entre a et b. On aura donc

$$\begin{vmatrix} \mu_0(x_0), & \mu_0'(y_1), & \dots, & \mu_0(v_0) \\ \mu_1(x_0), & \mu_1'(y_1), & \dots, & \mu_1(v_0) \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots & \dots\dots\dots \\ \mu_n(x_0), & \mu_n'(y_1), & \dots, & \mu_n(v_0) \end{vmatrix} = K \begin{vmatrix} \nu_0(x_0), & \nu_0'(y_1), & \dots. & \nu_0(v_0) \\ \nu_1(x_0), & \nu_1'(y_1), & \dots, & \nu_1(v_0) \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots & \dots\dots\dots \\ \nu_n(x_0), & \nu_n'(y_1), & \dots, & \nu_n(v_0) \end{vmatrix},$$

ce qui donne une nouvelle expression du rapport K.

Les mêmes raisonnements dont nous venons de nous servir pour transformer ainsi les deuxièmes colonnes des déterminants considérés peuvent s'appliquer évidemment aux colonnes suivantes. Or, il est aisé de voir qu'après les avoir appliqués deux fois aux troisièmes colonnes, trois fois aux quatrièmes et ainsi de suite, on obtiendra pour K l'expression que présente le deuxième rapport de la proportion (2).

Le théorème est donc démontré.

3. Revenons à l'identité (1) du premier théorème. Dans ce qui suit nous supposerons que toutes les fonctions qui y entrent soient continues entre les limites de l'intégration. En outre, les fonctions $\varphi(x)$, $\varphi_1(x)$, ... étant arbitraires, nous pouvons les remplacer par les produits de ces mêmes fonctions par une fonction quelconque $\theta(x)$, que nous supposerons de signe constant, c'est-à-dire restant positive ou négative, quand la variable varie entre les limites de l'intégration. Ainsi on aura une relation un peu plus générale, savoir :

$$(3)\quad \begin{cases} \begin{vmatrix} \int f\varphi\theta\,dx, & \int f\varphi_1\theta\,dx, & \dots, & \int f\varphi_n\theta\,dx \\ \int f_1\varphi\theta\,dx, & \int f_1\varphi_1\theta\,dx, & \dots, & \int f_1\varphi_n\theta\,dx \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots & \dots\dots\dots \\ \int f_n\varphi\theta\,dx, & \int f_n\varphi_1\theta\,dx, & \dots, & \int f_n\varphi_n\theta\,dx \end{vmatrix} \\ = \dfrac{1}{(n+1)!}\int^{(n+1)} P.Q.\theta(x)\theta(y)\dots\theta(v)\,dx\,dy\dots dv, \end{cases}$$

où les lettres P et Q représentent les déterminants

$$\begin{vmatrix} f(x), f(y), \ldots, f(v) \\ f_1(x), f_1(y), \ldots, f_1(v) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ f_n(x), f_n(y), \ldots, f_n(v) \end{vmatrix} \text{ et } \begin{vmatrix} \varphi(x), \varphi(y), \ldots, \varphi(v) \\ \varphi_1(x), \varphi_1(y), \ldots, \varphi_1(v) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \varphi_n(x), \varphi_n(y), \ldots, \varphi_n(v) \end{vmatrix}.$$

On revient à la relation (1) en supposant $\theta = 1$.

Soit maintenant S une fonction quelconque de $n+1$ variables $x, y, \ldots, v$, assujettie à la condition de ne disparaître que pour les valeurs des variables qui rendent simultanément nulles les fonctions P et Q, ce qui arrive toutes les fois que deux ou plusieurs variables reçoivent des valeurs égales.

En introduisant cette fonction dans la relation précédente comme le diviseur des fonctions P et Q, et en conservant le signe Δ pour présenter le premier membre de cette relation, on pourra écrire

$$\Delta = \frac{1}{(n+1)!}\int^{(n+1)} \frac{P}{S}\cdot\frac{Q}{S}\cdot S^2.\,\theta(x)\theta(y)\ldots\theta(v)\,dx\,dy\ldots dv.$$

Mais, comme on sait, l'intégrale définie simple

$$\int_a^b UV\,dx$$

du produit de deux fonctions qui restent continues entre les limites d'intégration et dont la deuxième ne change pas de signe entre ces limites, se transforme en un produit

$$U_0\int_a^b V\,dx,$$

où le facteur U_0 est la valeur de U correspondante à une certaine valeur de x, comprise entre a et b (1).

Puisque cette transformation s'applique évidemment aux intégrales multiples, on peut donner à la relation précédente la forme qui suit :

$$(4)\quad \Delta = \frac{1}{(n+1)!}\cdot\frac{P_0}{S_0}\cdot\frac{Q_0}{S_0}\int^{(n+1)} S^2\theta(x)\theta(y)\ldots\theta(v)\,dx\,dy\ldots dv,$$

(1) Voir J.-A. SERRET, *Cours de calcul diff. et int.*, t. II, 1868, n° 469.

où les lettres P_0, Q_0, S_0 représentent, d'après ce qui est dit, les valeurs des fonctions P, Q, S, correspondantes à un certain groupe de valeurs des variables

$$x = x_0,\ y = y_0,\ \ldots,\ v = v_0,$$

dont aucune ne dépasse les limites d'intégration.

4. La condition à laquelle doit satisfaire la fonction S sera évidemment remplie lorsqu'on suppose

$$S = \begin{vmatrix} 1, & 1, & \ldots, & 1 \\ x, & y, & \ldots, & v \\ x^2, & y^2, & \ldots, & v^2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ x^n, & y^n, & \ldots, & v^n \end{vmatrix}.$$

Dans cette hypothèse, le produit

$$\frac{1}{(n+1)!}\int^{(n+1)} S^2\theta(x)\theta(y)\ldots\theta(v)\,dx\,dy\ldots dv$$

devient égal, d'après la formule (3), à un déterminant de la forme Δ, à savoir :

$$(5)\qquad \Delta_n = \begin{vmatrix} \int\theta dx & \int x\,\theta dx & \ldots & \int x^n\,\theta dx \\ \int x\theta dx & \int x^2\theta dx & \ldots & \int x^{n+1}\theta dx \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \int x^n\theta dx & \int x^{n+1}\theta dx & \ldots & \int x^{2n}\,\theta dx \end{vmatrix},$$

et la relation (4) se réduit à

$$(6)\qquad \Delta = \frac{P_0}{S_0}\cdot\frac{Q_0}{S_0}\cdot\Delta_n.$$

Mais le deuxième de nos théorèmes nous apprend qu'on doit avoir la proportion

$$\frac{P_0}{S_0} = \frac{P_1}{S_1},$$

dans laquelle les termes du deuxième rapport sont

$$P_1 = \begin{vmatrix} f(x_0), & f'(y_1), & f''(z_2), & \ldots, & f^{(n)}(v_n) \\ f_1(x_0), & f_1'(y_1), & f_1''(z_2). & \ldots, & f_1^{(n)}(v_n) \\ f_2(x_0), & f_2'(y_1), & f_2''(z_2), & \ldots, & f_2^{(n)}(v_n) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ f_n(x_0), & f_n'(y_1), & f_n''(z_2), & \ldots, & f_n^{(n)}(v_n) \end{vmatrix}$$

et

$$S_1 = \begin{vmatrix} 1 & , & 0 & , & 0 & , & \ldots\ldots\ldots, & 0 \\ x_0 & , & 1 & , & 0 & , & \ldots\ldots\ldots, & 0 \\ x_0^2 & , & 2y_1, & & 2! & , & \ldots\ldots\ldots, & 0 \\ \ldots & & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & & & & & \\ x_0^n, & & ny_1^{(n-1)}, & & n(n-1)z_2^{n-2}, & & \ldots, & n! \end{vmatrix},$$

ce qui revient à

$$S_1 = 2!\,3!\,\ldots\,(n-1)!\,n! = (n!)!.$$

Donc on a

$$\frac{P_0}{S_0} = \frac{1}{(n!)!} \begin{vmatrix} f(x_0), & f'(y_1), & \ldots, & f^{(n)}(v_n) \\ f_1(x_0), & f_1'(y_1), & \ldots, & f_1^{(n)}(v_n) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ f_n(x_0), & f_n'(y_1), & \ldots, & f_n^{(n)}(v_n) \end{vmatrix} = \frac{P_1}{(n!)!},$$

et de même

$$\frac{Q_0}{S_0} = \frac{1}{(n!)!} \begin{vmatrix} \varphi(x_0), & \varphi'(y_1), & \ldots, & \varphi^{(n)}(v_n) \\ \varphi_1(x_0), & \varphi_1'(y_1). & \ldots, & \varphi_1^{(n)}(v_n) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \varphi_n(x_0), & \varphi_n'(y_1), & \ldots, & \varphi_n^{(n)}(v_n) \end{vmatrix} = \frac{Q_1}{(n!)!}.$$

La formule (6) devient donc

$$\Delta = \frac{1}{[(n!)!]^2} P_1 Q_1 \Delta_n. \tag{7}$$

C'est précisément la relation que nous avons voulu déduire. Elle est simple et générale, parce que les fonctions des séries

$$\begin{matrix} f(x), & f_1(x), & \ldots, & f_n(x), \\ \varphi(x), & \varphi_1(x), & \ldots, & \varphi_n(x), \end{matrix} \tag{8}$$

qui y entrent ne sont assujetties qu'à la condition d'être continues entre de certaines limites. Mais ce qui mérite le plus d'attention dans cette formule, c'est qu'elle présente la décomposition du déterminant Δ en trois facteurs, dont les deux premiers dépendent séparément de deux séries de fonctions (8) et dont le troisième n'en dépend point.

5. Maintenant nous allons restreindre la généralité des fonctions des séries (8), en leur attribuant de certaines propriétés.

Supposons, en premier lieu, que les termes de ces séries, à partir des deuxièmes, satisfassent à la condition générale

$$\int_a^b f_k \varphi_l \theta \, dx = 0,$$

où k et l sont des nombres entiers positifs quelconques différents entre eux. Dans cette hypothèse, tous les éléments du déterminant Δ, excepté ceux de la première ligne, de la première colonne et de la diagonale principale, s'évanouissent.

Donc, en décomposant ce déterminant d'après les éléments de la première colonne, et en prenant pour le facteur commun de tous ses termes le produit

$$\int f_1 \varphi_1 \theta \, dx \int f_2 \varphi_2 \theta \, dx \ \dots \ \int f_n \varphi_n \theta \, dx,$$

que nous désignerons par U, on aura

$$\Delta = \mathrm{U} \left\{ \int f \varphi \theta \, dx - \frac{\int f\varphi_1 \theta \, dx \int \varphi f_1 \theta \, dx}{\int f_1 \varphi_1 \theta \, dx} - \dots - \frac{\int f\varphi_n \theta \, dx \int \varphi f_n \theta \, dx}{\int f_n \varphi_n \theta \, dx} \right\},$$

d'où l'on trouve

$$\int f \varphi \theta \, dx = \sum_{n=1}^{n=n} \frac{\int f\varphi_n \theta \, dx \int \varphi f_n \theta \, dx}{\int f_n \varphi_n \theta \, dx} + \frac{\Delta}{\mathrm{U}}, \tag{9}$$

formule qui présente le développement de l'intégrale définie

$$\int_a^b f(x) \varphi(x) \theta(x) \, dx$$

en série dont les termes dépendent des intégrales de la même forme, mais dans lesquelles les fonctions $f(x)$ et $\varphi(x)$ entrent séparément entre elles et en combinaison avec les fonctions $f_k(x)$, $\varphi_k(x)$, qui sont d'un caractère spécial.

D'après la relation (7), le terme complémentaire ou le reste de cette série, étant égal au rapport $\frac{\Delta}{U}$, peut être mis sous la forme

$$R_n = \frac{P_1 Q_1 \Delta_n}{[(n!)!]^2 U}. \tag{10}$$

6. La formule (9) n'est qu'une généralisation de la formule analogue

$$\int f\varphi\theta\,dx = \sum_{k=0}^{k=n-1} \frac{\int f\psi_k\theta\,dx \int \varphi\psi_k\theta\,dx}{\int \psi_k^2\theta\,dx} + R_n, \tag{11}$$

donnée il y a quelque temps par M. Tchébychef dans l'hypothèse que les fonctions ψ_0, ψ_1, ... sont des dénominateurs des fractions convergentes successives qu'on obtient par le développement en fraction continue de l'intégrale

$$\int_a^b \frac{\theta(z)\,dz}{x-z}.$$

M. Possé et puis M. Tchébychef lui-même ont donné, en s'appuyant sur cette hypothèse, l'expression générale du reste de la série (11) (1). Mais il faut remarquer que cette expression, qui n'a lieu que dans les cas où les fonctions ψ_0, ψ_1, ... sont entières, ne comporte pas toute la généralité qui est propre à la série même.

Or, il suit de ce qui précède que l'expression la plus générale du reste de la série de M. Tchébychef est ce que devient notre formule (10) quand on y pose

$$f_1 = \varphi_1 = \psi_0, \quad f_2 = \varphi_2 = \psi_1, \text{ etc.}$$

---

(1) C. Possé : *Sur le terme complémentaire de la formule de M. Tchébychef, etc.* (*Bulletin des Sc. math. et astr.*, t. VII, 2e série, 1883, p. 214-224.)

P. Tchébychef : *Sur une série qui donne les valeurs limites des intégrales, etc.* (*Mémoires de l'Ac. des Sc. de Saint-Pétersb.* (en russe), t. XLVII, n° 4, 1883.)

En général, on obtient de nos formules (9) et (10) les résultats trouvés par MM. Possé et Tchébychef, lorsqu'on suppose, comme nous le ferons dans ce qui suit, que les fonctions

$$(12)\qquad \begin{cases} f_1(x),\ f_2(x),\ \ldots,\ f_n(x), \\ \varphi_1(x),\ \varphi_2(x),\ \ldots,\ \varphi_n(x), \end{cases}$$

tout en satisfaisant à la condition

$$(13)\qquad \int f_h(x)\varphi_l(x)\theta(x)\,dx = 0,$$

soient entières et soumises aux conditions suivantes :

$$\left.\begin{aligned} (14)\qquad & \frac{d^n f_n}{dx^n} = 0, \quad \frac{d^n \varphi_n}{dx^n} = 0, \\ (15)\qquad & \frac{d^{n-1} f_n}{dx^{n-1}} \gtrless 0, \quad \frac{d^{n-1}\varphi_n}{dx^{n-1}} \gtrless 0, \end{aligned}\right\} \text{pour } n = 1, 2, 3, \ldots.$$

7. Nous allons prouver d'abord que les conditions (13), (14), (15) déterminent chacune des fonctions (12) à un facteur constant près, et que celles de ces fonctions qui sont du même rang, fx et φx par exemple, ne diffèrent entre elles que par ces facteurs indéterminés.

On trouve, en effet, des conditions (14) les expressions suivantes des fonctions f_n et φ_n :

$$(16)\qquad f_n = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \ldots + \alpha_n x^{n-1},$$

$$(17)\qquad \varphi_n = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2 + \ldots + \beta_n x^{n-1},$$

où $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \beta_1, \beta_2, \ldots$ sont des constantes indéterminées.

Mais en vertu de la condition (13), la première de ces expressions nous donne un système de relations suivantes :

$$\begin{aligned} &\alpha_1 \int \varphi_1 \theta\,dx + \alpha_2 \int \varphi_1 x\theta\,dx + \ldots + \alpha_n \int \varphi_1 x^{n-1}\theta\,dx = 0, \\ &\alpha_1 \int \varphi_2 \theta\,dx + \alpha_2 \int \varphi_2 x\theta\,dx + \ldots + \alpha_n \int \varphi_2 x^{n-1}\theta\,dx = 0, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\alpha_1 \int \varphi_{n-1}\theta\,dx + \alpha_2 \int \varphi_{n-1} x\theta\,dx + \ldots + \alpha_n \int \varphi_{n-1} x^{n-1}\theta\,dx = 0. \end{aligned}$$

En portant dans ces relations les expressions de $\varphi_1, \varphi_2, \ldots$, données par la formule (17), et en ayant égard aux conditions (15), on arrive sans difficulté à un autre système de $n-1$ relations, à savoir :

$$(18)\quad \begin{cases} \alpha_1\int\theta dx + \alpha_2\int x\theta dx + \ldots + \alpha_n\int x^{n-1}\theta dx = 0, \\ \alpha_1\int x\theta dx + \alpha_2\int x^2\theta dx + \ldots + \alpha_n\int x^n\theta dx = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \alpha_1\int x^{n-2}\theta dx + \alpha_2\int x^{n-1}\theta dx + \ldots + \alpha_n\int x^{2n-2}\theta dx = 0. \end{cases}$$

Puisque c'est un système de $n-1$ équations linéaires et homogènes par rapport à n inconnues $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$, on en peut déduire n quantités proportionnelles à ces inconnues.

En portant ces quantités dans l'expression (16), ou, ce qui revient au même, en éliminant les constantes α entre n équations (16) et (18), on trouve

$$f_n(x) = \mathrm{M}_n \begin{vmatrix} \int\theta dx & \int x\theta dx & \ldots & \int x^{n-1}\theta dx \\ \int x\theta dx & \int x^2\theta dx & \ldots & \int x^n\theta dx \\ \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots & \ldots & \ldots\ldots\ldots \\ \int x^{n-2}\theta dx & \int x^{n-1}\theta dx & \ldots & \int x^{2n-3}\theta dx \\ 1 & x & \ldots\ldots\ldots & x^{n-1} \end{vmatrix},$$

M_n étant un facteur constant indéterminé.

Et si l'on pose en général

$$(19)\quad \psi_n(y) = \begin{vmatrix} \int\theta dx & \int x\,\theta dx & \ldots & \int x^n\theta dx \\ \int x\theta dx & \int x^2\theta dx & \ldots & \int x^{n+1}\theta dx \\ \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots & \ldots & \ldots\ldots\ldots \\ \int x^{n-1}\theta dx & \int x^n\theta dx & \ldots & \int x^{2n-1}\theta dx \\ 1 & x & \ldots\ldots\ldots & x^n \end{vmatrix},$$

la dernière formule prendra la forme

$$f_n(x) = \mathrm{M}_n \psi_{n-1}(x). \tag{20}$$

De la même manière, on trouve

$$\varphi_n(x) = \mathrm{N}_n \psi_{n-1}(x). \tag{21}$$

Or c'est ce que nous avons voulu prouver.

Les expressions (20) et (21) des fonctions $f_n(x)$ et $\varphi_n(x)$, étant portées dans les termes de la série (9), la rendent identique avec celle de M. Tchébychef, puisque les facteurs constants M_n et N_n se détruisent dans chaque terme.

8. Voyons maintenant ce que devient notre formule générale du reste (10) ensuite des conditions (13), (14), (15).

Nous avons eu

$$\mathrm{P}_1 = \begin{vmatrix} f(x_0), & f'(y_1), & \dots, & f^{(n)}(v_n) \\ f_1(x_0), & f_1'(y_1), & \dots, & f_1^{(n)}(v_n) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ f_n(x_0), & f_n'(y_1), & \dots, & f_n^{(n)}(v_n) \end{vmatrix}.$$

En effectuant la substitution circulaire des lignes de ce déterminant de manière que la première ligne prenne la place de la dernière et en ayant égard aux conditions (14), on aura

$$\mathrm{P}_1 = (-1)^n \begin{vmatrix} f_1(x_0), & 0, & 0, & \dots, & 0 \\ f_2(x_0), & f_2'(y_1), & 0, & \dots, & 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ f_n(x_0), & f_n'(y_1), & f_n''(z_2), & \dots, & 0 \\ f(x_0), & f'(y_1), & f''(z_2), & \dots, & f^{(n)}(v_n) \end{vmatrix},$$

ce qui se réduit à

$$\mathrm{P}_1 = (-1)^n f_1(x_0) f_2'(y_1) f_3''(z_2) \dots f_n^{(n-1)}(u_{(n-1)}) f^{(n)}(v_n).$$

Tous les facteurs de ce produit, le dernier excepté, sont constants, c'est-à-dire ne dépendent pas de leurs arguments $x_0, y_1, \dots$.

En les remplaçant par leurs expressions tirées de la formule (20), on peut écrire

$$P_1 = (-1)^n M\psi_0 \frac{d\psi_1}{dx}\frac{d^2\psi_2}{dx^2}\cdots\frac{d^{n-1}\psi_{n-1}}{dx^{n-1}} f^{(n)}(\xi),$$

où l'on suppose

$$M = M_1 M_2 \ldots M_n,$$

et où la lettre ξ, introduite au lieu de v_n, représente une certaine grandeur comprise entre les limites d'intégration a et b.

De la même manière, on trouve

$$Q_1 = (-1)^n N\psi_0 \frac{d\psi_1}{dx}\frac{d^2\psi_2}{dx^2}\cdots\frac{d^{n-1}\psi_{n-1}}{dx^{n-1}} \varphi^{(n)}(\eta),$$

la lettre η désignant une autre grandeur comprise entre a et b, et N désignant le produit $N_1 N_2 \ldots N_n$.

Enfin le produit U se présente en vue des relations (20) et (21) sous la forme suivante :

$$U = MN\int\psi_0^2\theta dx\int\psi_1^2\theta dx\ldots\int\psi_{n-1}^2\theta dx.$$

Si l'on porte maintenant les expressions trouvées de P_1, Q_1 et U dans la formule (10), on aura

$$R_n = \frac{f^{(n)}(\xi)\varphi^{(n)}(\eta)}{[(n!)!]^2}\,\frac{\psi_0^2\left(\frac{d\psi_1}{dx}\right)^2\left(\frac{d^2\psi_2}{dx^2}\right)^2\cdots\left(\frac{d^{n-1}\psi_{n-1}}{dx^{n-1}}\right)^2\Delta_n}{\int\psi_0^2\theta dx\int\psi_1^2\theta dx\ldots\int\psi_{n-1}^2\theta dx}.$$

Mais des expressions générales de $\psi_n(x)$ et Δ_n (19) et (5) on déduit les relations suivantes :

(22) $$\int\psi_n x^n\theta dx = \Delta_n$$

et

$$\int\psi_n x^k\theta dx = 0,$$

k étant moindre que n.

Il en résulte

(23) $$\int\psi_n^2\theta dx = \Delta_{n-1}\int\psi_n x^n\theta dx = \Delta_{n-1}\Delta_n,$$

où les lettres P_0, Q_0, S_0 représentent, d'après ce qui est dit, les valeurs des fonctions P, Q, S, correspondantes à un certain groupe de valeurs des variables

$$x = x_0,\ y = y_0,\ \ldots,\ v = v_0,$$

dont aucune ne dépasse les limites d'intégration.

4. La condition à laquelle doit satisfaire la fonction S sera évidemment remplie lorsqu'on suppose

$$S = \begin{vmatrix} 1, & 1, & \ldots, & 1 \\ x, & y, & \ldots, & v \\ x^2, & y^2, & \ldots, & v^2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ x^n, & y^n, & \ldots, & v^n \end{vmatrix}.$$

Dans cette hypothèse, le produit

$$\frac{1}{(n+1)!}\int^{(n+1)} S^2\theta(x)\theta(y)\ldots\theta(v)\,dx\,dy\ldots dv$$

devient égal, d'après la formule (3), à un déterminant de la forme Δ, à savoir :

$$(5)\qquad \Delta_n = \begin{vmatrix} \int\theta dx & \int x\,\theta dx & \ldots & \int x^n\,\theta dx \\ \int x\theta dx & \int x^2\theta dx & \ldots & \int x^{n+1}\theta dx \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \int x^n\theta dx & \int x^{n+1}\theta dx & \ldots & \int x^{2n}\,\theta dx \end{vmatrix},$$

et la relation (4) se réduit à

$$(6)\qquad \Delta = \frac{P_0}{S_0}\cdot\frac{Q_0}{S_0}\cdot\Delta_n.$$

Mais le deuxième de nos théorèmes nous apprend qu'on doit avoir la proportion

$$\frac{P_0}{S_0} = \frac{P_1}{S_1},$$

dans laquelle les termes du deuxième rapport sont

$$P_1 = \begin{vmatrix} f(x_0), f'(y_1), f''(z_2), \ldots, f^{(n)}(v_n) \\ f_1(x_0), f_1'(y_1), f_1''(z_2). \ldots, f_1^{(n)}(v_n) \\ f_2(x_0), f_2'(y_1), f_2''(z_2), \ldots, f_2^{(n)}(v_n) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ f_n(x_0), f_n'(y_1), f_n''(z_2), \ldots, f_n^{(n)}(v_n) \end{vmatrix}$$

et

$$S_1 = \begin{vmatrix} 1 , 0 , 0 , \ldots\ldots\ldots, 0 \\ x_0 , 1 , 0 , \ldots\ldots\ldots, 0 \\ x_0^2 , 2y_1, 2! , \ldots\ldots\ldots, 0 \\ \ldots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_0^n, ny_1^{(n-1)}, n(n-1)z_1^{n-2}, \ldots, n! \end{vmatrix},$$

ce qui revient à

$$S_1 = 2!\,3! \ldots (n-1)!\,n! = (n!)!.$$

Donc on a

$$\frac{P_0}{S_0} = \frac{1}{(n!)!} \begin{vmatrix} f(x_0), f'(y_1), \ldots, f^{(n)}(v_n) \\ f_1(x_0), f_1'(y_1), \ldots, f_1^{(n)}(v_n) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ f_n(x_0), f_n'(y_1), \ldots, f_n^{(n)}(v_n) \end{vmatrix} = \frac{P_1}{(n!)!},$$

et de même

$$\frac{Q_0}{S_0} = \frac{1}{(n!)!} \begin{vmatrix} \varphi(x_0), \varphi'(y_1), \ldots, \varphi^{(n)}(v_n) \\ \varphi_1(x_0), \varphi_1'(y_1). \ldots, \varphi_1^{(n)}(v_n) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \varphi_n(x_0), \varphi_n'(y_1), \ldots, \varphi_n^{(n)}(v_n) \end{vmatrix} = \frac{Q_1}{(n!)!}.$$

La formule (6) devient donc

$$\Delta = \frac{1}{[(n!)!]^2} P_1 Q_1 \Delta_n. \tag{7}$$

C'est précisément la relation que nous avons voulu déduire. Elle est simple et générale, parce que les fonctions des séries

$$\begin{matrix} f(x), f_1(x), \ldots. f_n(x), \\ \varphi(x), \varphi_1(x), \ldots, \varphi_n(x), \end{matrix} \tag{8}$$

qui y entrent ne sont assujetties qu'à la condition d'être continues entre de certaines limites. Mais ce qui mérite le plus d'attention dans cette formule, c'est qu'elle présente la décomposition du déterminant Δ en trois facteurs, dont les deux premiers dépendent séparément de deux séries de fonctions (8) et dont le troisième n'en dépend point.

5. Maintenant nous allons restreindre la généralité des fonctions des séries (8), en leur attribuant de certaines propriétés.

Supposons, en premier lieu, que les termes de ces séries, à partir des deuxièmes, satisfassent à la condition générale

$$\int_a^b f_k \varphi_l \theta \, dx = 0,$$

où k et l sont des nombres entiers positifs quelconques différents entre eux. Dans cette hypothèse, tous les éléments du déterminant Δ, excepté ceux de la première ligne, de la première colonne et de la diagonale principale, s'évanouissent.

Donc, en décomposant ce déterminant d'après les éléments de la première colonne, et en prenant pour le facteur commun de tous ses termes le produit

$$\int f_1 \varphi_1 \theta \, dx \int f_2 \varphi_2 \theta \, dx \ \dots \ \int f_n \varphi_n \theta \, dx,$$

que nous désignerons par U, on aura

$$\Delta = U \left\{ \int f \varphi \theta \, dx - \frac{\int f \varphi_1 \theta \, dx \int \varphi f_1 \theta \, dx}{\int f_1 \varphi_1 \theta \, dx} - \dots - \frac{\int f \varphi_n \theta \, dx \int \varphi f_n \theta \, dx}{\int f_n \varphi_n \theta \, dx} \right\},$$

d'où l'on trouve

$$(9) \qquad \int f \varphi \theta \, dx = \sum_{n=1}^{n=n} \frac{\int f \varphi_n \theta \, dx \int \varphi f_n \theta \, dx}{\int f_n \varphi_n \theta \, dx} + \frac{\Delta}{U},$$

formule qui présente le développement de l'intégrale définie

$$\int_a^b f(x) \varphi(x) \theta(x) \, dx$$

en série dont les termes dépendent des intégrales de la même forme, mais dans lesquelles les fonctions $f(x)$ et $\varphi(x)$ entrent séparément entre elles et en combinaison avec les fonctions $f_k(x)$, $\varphi_k(x)$, qui sont d'un caractère spécial.

D'après la relation (7), le terme complémentaire ou le reste de cette série, étant égal au rapport $\frac{\Delta}{U}$, peut être mis sous la forme

$$R_n = \frac{P_1 Q_1 \Delta_n}{[(n!)!]^2 U}. \tag{10}$$

6. La formule (9) n'est qu'une généralisation de la formule analogue

$$\int f\varphi\theta\,dx = \sum_{k=0}^{k=n-1} \frac{\int f\psi_k\theta\,dx \int \varphi\psi_k\theta\,dx}{\int \psi_k^2\theta\,dx} + R_n, \tag{11}$$

donnée il y a quelque temps par M. Tchébychef dans l'hypothèse que les fonctions ψ_0, ψ_1, ... sont des dénominateurs des fractions convergentes successives qu'on obtient par le développement en fraction continue de l'intégrale

$$\int_a^b \frac{\theta(z)\,dz}{x-z}.$$

M. Possé et puis M. Tchébychef lui-même ont donné, en s'appuyant sur cette hypothèse, l'expression générale du reste de la série (11) (1). Mais il faut remarquer que cette expression, qui n'a lieu que dans les cas où les fonctions ψ_0, ψ_1, ... sont entières, ne comporte pas toute la généralité qui est propre à la série même.

Or, il suit de ce qui précède que l'expression la plus générale du reste de la série de M. Tchébychef est ce que devient notre formule (10) quand on y pose

$$f_1 = \varphi_1 = \psi_0, \quad f_2 = \varphi_2 = \psi_1, \text{ etc.}$$

---

(1) C. Possé : *Sur le terme complémentaire de la formule de M. Tchébychef, etc.* (*Bulletin des Sc. math. et astr.*, t. VII, 2e série, 1883, p. 214-224.)

P. Tchébychef : *Sur une série qui donne les valeurs limites des intégrales, etc.* (*Mémoires de l'Ac. des Sc. de Saint-Pétersb.* (en russe), t. XLVII, n° 4, 1883.)

En général, on obtient de nos formules (9) et (10) les résultats trouvés par MM. Possé et Tchébychef, lorsqu'on suppose, comme nous le ferons dans ce qui suit, que les fonctions

$$\left.\begin{array}{l} f_1(x),\ f_2(x),\ \ldots,\ f_n(x), \\ \varphi_1(x),\ \varphi_2(x),\ \ldots,\ \varphi_n(x), \end{array}\right. \tag{12}$$

tout en satisfaisant à la condition

$$\int f_h(x)\varphi_l(x)\theta(x)\,dx = 0, \tag{13}$$

soient entières et soumises aux conditions suivantes :

$$\left.\begin{array}{ll} \dfrac{d^n f_n}{dx^n} = 0, & \dfrac{d^n \varphi_n}{dx^n} = 0, \\ \dfrac{d^{n-1} f_n}{dx^{n-1}} \gtrless 0, & \dfrac{d^{n-1}\varphi_n}{dx^{n-1}} \gtrless 0, \end{array}\right\} \text{pour } n = 1, 2, 3, \ldots. \tag{14, 15}$$

7. Nous allons prouver d'abord que les conditions (13), (14), (15) déterminent chacune des fonctions (12) à un facteur constant près, et que celles de ces fonctions qui sont du même rang, fx et φx par exemple, ne diffèrent entre elles que par ces facteurs indéterminés.

On trouve, en effet, des conditions (14) les expressions suivantes des fonctions f_n et φ_n :

$$f_n = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \ldots + \alpha_n x^{n-1}, \tag{16}$$

$$\varphi_n = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2 + \ldots + \beta_n x^{n-1}, \tag{17}$$

où $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \beta_1, \beta_2, \ldots$ sont des constantes indéterminées.

Mais en vertu de la condition (13), la première de ces expressions nous donne un système de relations suivantes :

$$\begin{aligned} &\alpha_1\int\varphi_1\theta\,dx + \alpha_2\int\varphi_1 x\theta\,dx + \ldots + \alpha_n\int\varphi_1 x^{n-1}\theta\,dx = 0, \\ &\alpha_1\int\varphi_2\theta\,dx + \alpha_2\int\varphi_2 x\theta\,dx + \ldots + \alpha_n\int\varphi_2 x^{n-1}\theta\,dx = 0, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\alpha_1\int\varphi_{n-1}\theta dx + \alpha_2\int\varphi_{n-1}x\theta dx + \ldots + \alpha_n\int\varphi_{n-1}x^{n-1}\theta dx = 0. \end{aligned}$$

En portant dans ces relations les expressions de $\varphi_1, \varphi_2, \ldots$, données par la formule (17), et en ayant égard aux conditions (15), on arrive sans difficulté à un autre système de $n-1$ relations, à savoir :

$$(18)\quad \begin{cases} \alpha_1 \int \theta dx + \alpha_2 \int x\theta dx + \ldots + \alpha_n \int x^{n-1}\theta dx = 0, \\ \alpha_1 \int x\theta dx + \alpha_2 \int x^2\theta dx + \ldots + \alpha_n \int x^n \theta dx = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \alpha_1 \int x^{n-2}\theta dx + \alpha_2 \int x^{n-1}\theta dx + \ldots + \alpha_n \int x^{2n-2}\theta dx = 0. \end{cases}$$

Puisque c'est un système de $n-1$ équations linéaires et homogènes par rapport à n inconnues $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$, on en peut déduire n quantités proportionnelles à ces inconnues.

En portant ces quantités dans l'expression (16), ou, ce qui revient au même, en éliminant les constantes α entre n équations (16) et (18), on trouve

$$f_n(x) = \mathbf{M}_n \begin{vmatrix} \int \theta dx & \int x\theta dx & \ldots & \int x^{n-1}\theta dx \\ \int x\theta dx & \int x^2\theta dx & \ldots & \int x^n \theta dx \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \int x^{n-2}\theta dx & \int x^{n-1}\theta dx & \ldots & \int x^{2n-3}\theta dx \\ 1 & x & \ldots\ldots\ldots & x^{n-1} \end{vmatrix},$$

$\mathbf{M}_n$ étant un facteur constant indéterminé.

Et si l'on pose en général

$$(19)\quad \psi_n(\nu) = \begin{vmatrix} \int \theta dx & \int x\theta dx & \ldots & \int x^n \theta dx \\ \int x\theta dx & \int x^2\theta dx & \ldots & \int x^{n+1}\theta dx \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \int x^{n-1}\theta dx & \int x^n \theta dx & \ldots & \int x^{2n-1}\theta dx \\ 1 & x & \ldots\ldots\ldots & x^n \end{vmatrix},$$

la dernière formule prendra la forme

$$f_n(x) = \mathrm{M}_n \psi_{n-1}(x). \tag{20}$$

De la même manière, on trouve

$$\varphi_n(x) = \mathrm{N}_n \psi_{n-1}(x). \tag{21}$$

Or c'est ce que nous avons voulu prouver.

Les expressions (20) et (21) des fonctions $f_n(x)$ et $\varphi_n(x)$, étant portées dans les termes de la série (9), la rendent identique avec celle de M. Tchébychef, puisque les facteurs constants M_n et N_n se détruisent dans chaque terme.

8. Voyons maintenant ce que devient notre formule générale du reste (10) ensuite des conditions (13), (14), (15).

Nous avons eu

$$\mathrm{P}_1 = \begin{vmatrix} f(x_0), & f'(y_1), & \dots, & f^{(n)}(v_n) \\ f_1(x_0), & f_1'(y_1), & \dots, & f_1^{(n)}(v_n) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ f_n(x_0), & f_n'(y_1), & \dots, & f_n^{(n)}(v_n) \end{vmatrix}.$$

En effectuant la substitution circulaire des lignes de ce déterminant de manière que la première ligne prenne la place de la dernière et en ayant égard aux conditions (14), on aura

$$\mathrm{P}_1 = (-1)^n \begin{vmatrix} f_1(x_0), & 0, & 0, & \dots, & 0 \\ f_2(x_0), & f_2'(y_1), & 0, & \dots, & 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ f_n(x_0), & f_n'(y_1), & f_n''(z_2), & \dots, & 0 \\ f(x_0), & f'(y_1), & f''(z_2), & \dots, & f^{(n)}(v_n) \end{vmatrix},$$

ce qui se réduit à

$$\mathrm{P}_1 = (-1)^n f_1(x_0) f_2'(y_1) f_3''(z_2) \dots f_n^{(n-1)}(u_{(n-1)}) f^{(n)}(v_n).$$

Tous les facteurs de ce produit, le dernier excepté, sont constants, c'est-à-dire ne dépendent pas de leurs arguments $x_0, y_1, \dots$.

En les remplaçant par leurs expressions tirées de la formule (20), on peut écrire

$$P_1 = (-1)^n M\psi_0 \frac{d\psi_1}{dx}\frac{d^2\psi_2}{dx^2}\cdots\frac{d^{n-1}\psi_{n-1}}{dx^{n-1}} f^{(n)}(\xi),$$

où l'on suppose

$$M = M_1 M_2 \cdots M_n,$$

et où la lettre ξ, introduite au lieu de v_n, représente une certaine grandeur comprise entre les limites d'intégration a et b.

De la même manière, on trouve

$$Q_1 = (-1)^n N\psi_0 \frac{d\psi_1}{dx}\frac{d^2\psi_2}{dx^2}\cdots\frac{d^{n-1}\psi_{n-1}}{dx^{n-1}} \varphi^{(n)}(\eta),$$

la lettre η désignant une autre grandeur comprise entre a et b, et N désignant le produit $N_1 N_2 \ldots N_n$.

Enfin le produit U se présente en vue des relations (20) et (21) sous la forme suivante :

$$U = MN\int\psi_0^2\theta dx\int\psi_1^2\theta dx\ldots\int\psi_{n-1}^2\theta dx.$$

Si l'on porte maintenant les expressions trouvées de P_1, Q_1 et U dans la formule (10), on aura

$$R_n = \frac{f^{(n)}(\xi)\varphi^{(n)}(\eta)}{[(n-1)!]^2}\,\frac{\psi_0^2\left(\frac{d\psi_1}{dx}\right)^2\left(\frac{d^2\psi_2}{dx^2}\right)^2\cdots\left(\frac{d^{n-1}\psi_{n-1}}{dx^{n-1}}\right)^2\Delta_n}{\int\psi_0^2\theta dx\int\psi_1^2\theta dx\ldots\int\psi_{n-1}^2\theta dx}.$$

Mais des expressions générales de $\psi_n(x)$ et Δ_n (19) et (5) on déduit les relations suivantes :

$$\int\psi_n x^n\theta dx = \Delta_n \tag{22}$$

et

$$\int\psi_n x^k\theta dx = 0,$$

k étant moindre que n.

Il en résulte

$$\int\psi_n^2\theta dx = \Delta_{n-1}\int\psi_n x^n\theta dx = \Delta_{n-1}\Delta_n, \tag{23}$$

et puisqu'on a évidemment

$$\psi_0 = 1, \quad \Delta_0 = \int \theta dx,$$

l'expression de R_n devient

$$R_n = \frac{f^{(n)}(\xi)\varphi^{(n)}(\eta)}{[(n!)]^2} \cdot \frac{\left(\frac{d\psi_1}{dx}\right)^2 \left(\frac{d^2\psi_2}{dx^2}\right)^2 \cdots \left(\frac{d^{n-1}\psi_{n-1}}{dx^{n-1}}\right)^2}{\Delta_0^2 \Delta_1^2 \cdots \Delta_{n-2}^2} \cdot \frac{\Delta_n}{\Delta_{n-1}}.$$

En même temps, la différentiation de l'expression générale de $\psi_n(x)$ donne

$$\frac{d^n\psi_n}{dx^n} = n!\,\Delta_{n-1}, \tag{24}$$

ce qui réduit la dernière formule à

$$R_n = \frac{f^{(n)}(\xi)\varphi^{(n)}(\eta)}{(n!)^2} \cdot \frac{\Delta_n}{\Delta_{n-1}}.$$

Mais des relations (22), (23) et (24) on tire

$$\frac{\Delta_n}{\Delta_{n-1}} = \frac{\left(\int \psi_n x^n \theta dx\right)^2}{\int \psi_n^2 \theta dx} = \frac{n! \int \psi_n x^n \theta dx}{\frac{d^n\psi_n}{dx^n}} = \frac{(n!)^2 \int \psi_n^2 \theta dx}{\left(\frac{d^n\psi_n}{dx^n}\right)^2}.$$

Donc l'expression du reste peut être présentée sous les trois formes suivantes :

$$R_n = f^{(n)}(\xi)\varphi^{(n)}(\eta) \frac{\left(\int \psi_n x^n \theta dx\right)^2}{(n!)^2 \int \psi_n^2 \theta dx},$$

$$R_n = f^{(n)}(\xi)\varphi^{(n)}(\eta) \frac{\int \psi_n x^n \theta dx}{n! \frac{d^n\psi_n}{dx^n}},$$

$$R_n = f^{(n)}(\xi)\varphi^{(n)}(\eta) \frac{\int \psi_n^2 \theta dx}{\left(\frac{d^n\psi_n}{dx^n}\right)^2}.$$

Kharkof, 10 décembre 1883.

APERÇU

DES

QUALITÉS UTILES OU NUISIBLES DES CHAMPIGNONS

PAR M. L. QUÉLET

Indiquer parmi les innombrables espèces de champignons, même parmi les plus connues, quelles sont les *bonnes* ou les *mauvaises,* est encore impossible dans l'état actuel de cette partie de la science. Cependant, depuis quelques années, grâce au goût croissant des mycophiles pour les mets variés et souvent délicats de la nature fongine, la connaissance des *propriétés* des champignons a fait des progrès en rapport avec ceux de la *flore descriptive* dont quelques naturalistes ne dédaignent pas de s'occuper, persuadés qu'elle est, en même temps, la clef de la mycologie et le flambeau de la mycophagie.

Le mépris, dont naguère ils étaient encore l'objet, a fait place à une attrayante étude chez ces êtres intéressants qui ne sont pas des animaux, qui ne sont plus des végétaux et qui forment la branche la plus importante de la cryptogamie, sinon de la botanique. Cependant on lit encore dans les journaux, de France surtout, le récit de nombreux et terribles accidents causés par l'usage des champignons, sans que jamais il y soit fait mention du nom de l'*espèce coupable* ou tout au moins du *groupe* auquel elle appartient, faute d'un botaniste ou d'un médecin muni de notions mycologiques suffisantes et un peu familiarisé avec la flore de la contrée.

En 1876, j'ai publié dans le bulletin de la Société botanique de

France, une liste des principales espèces de la région de l'Est, réputées comestibles, suspectes ou vénéneuses. Depuis, ne tenant compte que d'expériences faites sur l'homme — celles faites sur les animaux, chat, chien, etc., peuvent et doivent servir de précieux *avertissements* — j'ai reconnu des qualités inédites dans des espèces encore inusitées et trouvé parfois, dans certaines autres, des qualités différentes de celles que, sur la foi des auteurs, je leur avais d'abord attribuées. Cette fois encore, je n'ai pas toujours émis des assertions certaines, mais bien convaincu de l'insuffisance de mes efforts — « *vita brevis, ars longa, experientia fallax, judicium difficile* » — j'ai voulu provoquer de nouveaux *essais* et de meilleures *observations;* car la notion du *poison* et de l'*aliment* fongicoles, si importante pour l'hygiène, est une parcelle de la vérité aussi féconde et tout aussi digne de recherche que la découverte de nouveaux phénomènes dans les autres régions de la science. J'espère et prévois un temps prochain où la chimie, avec ses merveilleux moyens, fera connaître enfin les propriétés encore si mystérieuses de ces fertiles productions de la nature qui, par leurs éléments nutritifs, peuvent rivaliser avec la matière animale et doivent jouer un grand rôle dans l'alimentation de l'homme.

Ayant à cœur de compléter cette trop brève indication des diverses qualités reconnues aux champignons cités dans cette nomenclature, j'ai recueilli les observations de mes amis et de mes correspondants, j'ai souvent partagé avec eux d'agréables repas qui n'empruntaient à l'art culinaire que ce qu'il faut aux préparations fongines, et, dans la solitude, j'ai fait maints périlleux essais.

I. — Espèces utiles.

Amanita :

Baccata, sapide. Sud de la France (Barla).

Cæsarea, délicieux, sud.

Coccola, très fin. Italie. Var. d'*ovoidea.*

Echinocephala, doit partager les qualités de *strobiliformis.*

Amanita *(Suite)* :

Friesii (?), succulent, odeur agréable.
Junquillea, assez délicat, Est et Ouest.
Ovoidea, avec ses formes *leucocephala* et *regia*, très délicat.
Rubescens, très sapide, un peu amer; regardé à tort comme mauvais par Krombholz, etc.
Solitaria, aliment fin; il ne faut pas le confondre avec *verna*.
Spissa, cormelle du printemps. Vosges. (Dr Mougeot.)
Strangulata, variété luxuriante de *vaginata*; peu délicat et fade.
Strobiliformis, variété de *solitaria*.
Vaginata, avec ses variétés *livida*, *spadicea*, *fulva* et *alba*.

Lepiota :

Carcharias (?), nauséeux.
Clypeolaria, paraît suspect à quelques auteurs.
Excoriata, très agréablement parfumé et sapide.
Felina (?)
Gracilenta, très agréablement parfumé et sapide.
Granulosa, fade. Var : *amianthina* et *cinnabarina*.
Guttata (?), doux, succulent.
Holosericea, assez fin, vernal. Sud et Ouest.
Mastoidea, excellent.
Naucina, très fin, succulent.
Procera, assez bon.
Rachodes, moins délicat.
Sistrata, peu charnu.

Armillaria :

Imperialis, assez bon, consommé dans le canton de Neuchatel (Suisse).
Mellea. Un demi-champignon *cru* a causé, un quart d'heure après l'ingestion, des serrements douloureux de l'estomac et des vomissements. Cependant il est généralement mangé sans inconvénient.
Robusta, mangé dans les Alpes-Maritimes.
Rufa, id.
Scruposa, délicieux; m'est inconnu.
Straminea, id.
Verrucipes, observé seulement dans le Jura, en Suède et dans le Tyrol.

Tricholoma :

Albo-brunneum, comestible, malgré son amertume.
Argyraceum (scalpturatum Fr.) comme *terreum*.
Brevipes, peu sapide.
Cartilagineum, mangé à Rochefort, etc.
Cnista, savoureux, rappelle les mousserons: odeur de farine fraîche, de viande rôtie (Fries).
Colossum, aliment fin, consommé dans les Vosges.
Columbetta, très délicat.
Cuneifolium, délicat.
Equestre, assez fin. *Auratum* en est une variété luxuriante.

Tricholoma *(Suite) :*

Exscissum.
Geminum, environs de Paris.
Glaucocanum, qualités de *Nudum.* Tyrol (Bresadola).
Grammopodium, peu savoureux.
Humile, assez bon.
Imbricatum, recherché autrefois; paraît bien grossier comme aliment.
Ionides, exigu, mais de bon goût.
Irinum, très délicat (*boreale,* en Suède), légère odeur de violette.
Leucocephalum (?), odeur de farine.
Melaleucum, fade.
Nudum, bon aliment.
Oreinum, sapide.
Panœolum, délicat.
Personatum, très bon et très savoureux. *Pied-bleu* de La Rochelle.
Pes-Capræ, comestible.
Portentosum, très sapide.
Prunulus, mousseron, le plus agréable de tous, avec ses variétés : *Georgii, albellum, palumbinum, graveolens, tigrinum* Fr. (non Schæf.), et *gambosum,* qui n'est que *Georgii* luxuriant.
Sejunctum, très affine à *portentosum,* mais moins délicat.
Sordidum, a les qualités du *Nudum,* auquel il est très affine.
Subpulverulentum, comme *Humile.*
Terreum, peu savoureux; se vend au marché dans l'Ouest, à La Rochelle.

Clitocybe :

Auricula, odeur de farine. Ouest; m'est inconnu.
Brumalis, assez délicat.
Candida, délicieux. Tyrol (Bresadola).
Catinus, sapide et parfumé.
Cinerascens Bull., peu sapide.
Conglobata. Italie, Tyrol.
Connata, délicieux. Tyrol (Bresadola).
Cyathiformis, très bon lorsqu'il est jeune.
Dealbata, assez délicat; odeur de farine.
Ericetorum, aliment fin.
Expallens, assez délicat.
Fragrans, parfumé, mais de petite taille.
Garidelli, pinedo, odeur et saveur agréables. Provence; m'est inconnu : peut-être *Hygr. Erubescens?*
Geotropa, très sapide, odeur prononcée de flouve odorante. Stipe coriace.
Gigantea, un peu coriace, mais très parfumé.
Gilva (?) paraît bon.
Gymnopodia, odeur et saveur agréables.
Hirneola, bon, mais petit.
Infundibuliformis.
Neapolitana. Italie.

Clitocybe *(Suite)* :

Nebularis. Je l'ai mangé souvent et l'ai trouvé bon; cependant il est quelquefois indigeste, lourd et nauséeux.
Obbata, comme *cyathiformis.*
Obsoleta, comme *fragrans.*
Odora ou *viridis,* trop parfumé.
Opipara, délicat.
Queletii, même goût que *cyathiformis.*
Socialis D.C., odeur agréable, très savoureux; m'est inconnu.
Splendens (?)
Squamulosa, comme *infundibuliformis.*
Suaveolens, parfumé, assez agréable au goût.
Vermicularis, espèce vernale, assez délicate.
Vibecina, insipide.

Collybia :

Collina, abondant, mais grêle.
Dryophila, assez délicat.
Erythropus, comme le précédent.
Esculenta, aliment délicat, mais par trop exigu.
Extuberans, comme *dryophila.*
Fusipes, très bon, quoique coriace.
Hariolorum, peu sapide et coriace.
Laccata, me paraît grossier et coriace.
Longipes, sapide, mais très filamenteux.
Succinea, comme *extuberans.*

Pleurotus :

Aquifolii « grande gyrole » de Paulet; excellent. Pourrait bien n'être que *geotropus,* var. *giganteus.*
Cardarella ou *Eryngii,* saveur exquise.
Dryinus, un peu coriace.
Ferulæ, comme *nebrodensis.*
Geogenius, fade, malfaisant (Paulet).
Lingulatus, amarescent, odeur de farine.
Nebrodensis, savoureux, comme *cardarella.*
Ostreatus, assez savoureux, s'il est très frais et jeune. Var. *columbinus.*
Petaloïdes, paraît trop lardacé-coriace.
Pometi (?), me paraît un peu coriace.
Porrigens, excellent.
Salignus, assez fin lorsqu'il est tout jeune.
Sapidus, odeur de farine ou de fleurs de châtaignier. Ouest.
Ulmarius, sapide, mais doit être mangé tout jeune.
Velutipes, un peu coriace.

Volvaria :

Bombycina (?), comestible, suivant les auteurs.

Pluteus :

Cervinus, peu sapide, humide.
Petasatus, id.

Entoloma :

Clypeatum, excellent. Potiron d'avril (La Rochelle); mousseron gris (Poitou).

Fertile, bon, d'après les auteurs. Est, je crois, une variété du précédent.

Prunuloïdes, paraît bon.

Clitopilus :

Orcella, très tendre et très sapide.

Prunulus, très sapide et plus ferme.

Pholiota :

Ægerita, et var. *attenuata, cylindracea,* sapides.

Mutabilis, doux, un peu fade.

Præcox, succulent, inodore.

Sphaleromorpha, succulent, inodore.

Squarrosa, pas très délicat.

Togularis, sapide, mais grêle.

Hebeloma :

Crustuliniforme, espèce que je croyais mauvaise et qui est très recherchée de certains amateurs, dans la Champagne et la Franche-Comté.

Elatum (?)

Longicaudum, assez estimé.

Sacchariolens, forte odeur de fleurs d'oranger.

Sinapizans, variété de *crustuliniforme.* Vireux, paraît à peine comestible.

Crepidotus :

Alveolus (?)

Calolepis (?)

Mollis (?)

Translucens, à Montpellier. M'est inconnu.

Naucoria :

Furfuracea, doux et sapide.

Psalliota :

Arvensis, avec variété *acicola.* Très sapide et très nourrissant.

Augusta, sapide; peu délicat.

Bernardii, gros pied; bon. Prairies maritimes du littoral de l'Ouest (G. Bernard).

Bitorquis, très fin. Alpes-Maritimes, Italie.

Campestris, délicat.

Comtula, plus parfumé que le précédent.

Cretacea, souvent il a une odeur fétide (urine de chat). Me paraît indigeste.

Pratensis (?)

Rusiophylla, très parfumé et délicat.

Semota, sapide et parfumé.

Silvatica, délicat.

Pilosace :

Algeriensis, très savoureux. (Algérie, Tunisie, etc.)

Stropharia :

Coronilla, en petite quantité, il m'a paru très bon.

Cotonea (?). Jura et Vosges.

Hypholoma :

Appendiculatum, fragile et mince, mais sapide.

Candolleanum, id.

Hypsicum, assez bon.

Spintriger, id.

Psilocybe :

Fœnisecii.

Sarcocephala (?), succulent.

Psathyra :

Fatua, bon. Il est probable que tout le genre est bon, mais trop peu charnu.

Spadiceogrisea, un peu exigu.

Torpens, id.

Coprinus :

Atramentarius, quelquefois nauséeux; il provoque des coliques.

Comatus, très sapide et délicat, à l'état naissant.

Eburneus, assez délicat, étant très jeune.

Fimetarius, vil aliment.

Ovatus, comme *comatus.*

Cortinarius :

Azureus, peu sapide.

Castaneus, vient dès le printemps, ce qui engage à manger cette espèce insipide.

Cinereo-violaceus, sapide.

Cœrulescens, succulent.

Collinitus, peu attrayant par sa viscosité.

Erythrinus, bon.

Hœmatochelis, comestible, d'après Roques.

Myrtillinus, assez bon.

Percomis, odeur agréable de lavande. (Barla.)

Turbinatus (?)

Turgidus, sapide. (Alpes-Maritimes.)

Variicolor.

Violaceus, sapide, succulent.

(Il est probable que toutes les espèces du genre sont comestibles, mais elles me paraissent peu savoureuses et parfois suspectes.)

Paxillus :

Involutus, comestible, suivant les auteurs; a cependant causé des vomissements et de la diarrhée dix ou douze heures après l'ingestion.

Lepista (?)

Gomphidius :

Glutinosus, aigrelet, saveur agréable d'acide tartrique ou citrique (Forquignon).

Roseus, saveur douce.

Hygrophorus :

Agathosmus, un peu trop parfumé (laurier-cerise). Var. : *candida,* odeur de jacinthe.

Hygrophorus *(Suite)* :

Arbustivus, sapide.
Bresadolæ (?). Tyrol (Bresadola).
Calophyllus (?)
Caprinus (?)
Cinereus (?)
Clivalis, comme *niveus.*
Erubescens ou *russula* Schaeff, aliment très sapide et très agréable.
Glyocyclus, très bon.
Hypotheius, assez bon.
Lucorum, délicat.
Niveus, délicat, s'il est employé très jeune.
Olivaceo-Albus (?)
Penarius, l'un des plus fins et des plus gros champignons.
Pratensis, très agréable.
Puniceus, insipide.
Pudorinus, paraît bon, mais encore peu mis en usage.
Queletii. Tyrol méridional (Bresadola).
Streptopus, bon.
Virgineus, très délicat.

Lactarius :

Controversus, comestible, suivant les auteurs; il ne me paraît pas d'un usage entièrement sûr.
Cyathula, sapide.
Deliciosus, certainement très bon, lorsqu'il est accommodé avec soin.
Glyciosmus, très parfumé; consommé dans les Vosges (Ferry).
Mitissimus (?), parfois âcre, peu délicat. Je ne le crois pas toujours inoffensif.
Pallidus (?), me paraît un aliment grossier et indigeste.
Piperatus, âcre-poivré, ne convient qu'aux palais peu chatouilleux. On le consomme en grand dans les Vosges.
Sanguifluus, plus fin que *deliciosus,* auquel il est préféré dans le Tyrol et dans les Alpes-Maritimes. Odeur de poivre et de menthe poivrée.
Subdulcis, peu sapide; il n'est employé qu'en temps de disette.
Utilis, très estimé en Russie.
Vellereus, comestible encore plus âcre que *piperatus,* et dont je me défie.
Voiemus (lactifluus). C'est à l'état cru qu'il est le meilleur : son lait doux et très abondant est une boisson agréable pour le botaniste, pendant les jours les plus chauds de l'année.

Russula :

Æruginea, consommé dans les Vosges, malgré sa ressemblance avec *furcata.*
Alutacea, bon goût à l'état cru; peu sapide étant cuit.
Amœna, odeur très agréable.
Aurata, réputé délicieux; me paraît peu sapide, fragile.
Azurea, délicieux. Tyrol (Bresadola).

Russula *(Suite)* :

Barlœ, doux, légère odeur de mélilot, de mousse de Corse. Alpes-Maritimes (Barla).

Chamœleontina, doux (?)

Cyanoxantha, bon et agréable par sa chair plus compacte.

Decolorans, bise jaune des Vosges, assez bon.

Delica, très bon, malgré son aspect, étant le plus souvent sali par la terre que soulève son entonnoir.

Depallens, assez bon : la chair est moins fragile que chez la plupart des russules.

Grisea, sapide, ferme.

Heterophylla, espèce peu connue, excellente. (Alpes-Maritimes.)

Incarnata, sapide, ferme. Alpes-Maritimes (Barla), Savoie (A. Mougeot).

Lactea, espèce très rare, dure, très sapide. Alpes-Maritimes et Vosges.

Lepida, goût de noisette étant cru; odeur désagréable par la cuisson.

Lilacea, délicat.

Lutea, peu sapide.

Mollis (?), acidule.

Olivascens, comme *alutacea*.

Palumbina, sapide.

Roseipes. Tyrol (Bresadola).

Turci. id. id.

Vesca ou *rosea* Sch., la plus délicate du genre.

Virescens, bon; le plus recherché comme aliment.

Xerampelina, a les qualités d'*alutacea*.

Cantharellus :

Albidus, un peu exigu.

Cibarius, assez fin quand il est jeune; peu nutritif étant développé.

Cinereus, mince, laisse à désirer comme goût.

Friesii, bon, mais un peu trop petit.

Olidus, odeur suave. Rare et rarement employé.

Marasmius :

Alliaceus. Cette espèce rare peut servir d'assaisonnement.

Cepaceus, m'est inconnu. Condimentaire en Italie.

Fœniculaceus, sapide et doux. Condimentaire en Suède; voisin de *oreades*.

Globularis, doux et sapide.

Oreades, très bon lorsqu'il est jeune.

Prasiosmus, bon comme assaisonnement.

Scorodonius, id.

Terginus, peu sapide.

Urens (?). Malgré sa saveur très poivrée, il peut servir d'assaisonnement; dangereux, selon Noulet et Dassier.

Lentinus :

Cochleatus, exhale, à l'état adulte, une fine odeur anisée.

Lepideus, coriace et un peu amer. Consommé néanmoins à Soulac (Gironde) (Forquignon).

Lentinus *(Suite) :*

Suavissimus, celui de tous les champignons qui a l'odeur la plus agréable et la plus expansive.

Panus :

Conchatus, bon étant tout jeune; il devient rapidement très coriace.

Rudis, id.

Torulosus, id. un peu plus tendre.

Boletus :

Æreus, le plus délicat des bolets.

Æstivalis, comme *edulis.*

Bovinus, l'aspect est engageant; il passe pour bon. Var. *mitis,* id.

Bresadolæ, doit avoir les qualités de *viscidus.* Tyrol (Bresadola).

Castaneus, espèce rare et peu abondante; serait délicieux.

Edulis, bon, très estimé et fort recherché.

Elegans, chair molle, peu sapide.

Fragrans, sapide. Italie surtout.

Granulatus, assez bon.

Impolitus, très bon. Bien voisin de *fragrans.* « Inter maxime deliciosos » (Fries).

Luteus, paraît un aliment grossier et est peu employé, malgré son exubérante abondance.

Obsonium, très bon. Midi de l'Europe et de la France.

Regius, très bon.

Sanguineus (?), très tendre, doux, peu connu.

Scaber, bon étant tout jeune.

Strobilaceus, mangé sans inconvénient, mais en petite quantité.

Subtomentosus (?). J'ai quelque doute sur ses propriétés alimentaires.

Vaccinus, très bon. Suède.

Variegatus (?), son odeur de chlore me le rend suspect.

Versipellis, avec ses variétés *aurantius, brunneus* et *duriusculus,* très bon quand il est frais.

Viscidus, son aspect verdâtre et sa grande viscosité ne le recommandent nullement aux amateurs.

Polyporus :

Acanthoides, odeur de bolet comestible (Duby); un peu subéreux.

Betulinus, sert de cuir à rasoir en Angleterre (Badham).

Confluens, très estimé, quoique dur. (Alpes-Maritimes, Ouest et Vosges.) Amarescent, odeur de pomme.

Fomentarius, sert à faire de l'amadou.

Frondosus, assez bon, mais trop coriace.

Giganteus, comestible (?) (Fries).

Hirsutus, sert de brosse fine.

Igniarius, sert à faire de l'amadou.

Incendiarius Boug. (*Corylinus* Viv.), apprécié en Russie (Weinm.) et dans le Tyrol (Bresadola).

Nigricans, sert à faire de l'amadou.

Ovinus, assez fin, parfumé.

Polyporus *(Suite)* :

Pescaprœ, bon. Vosges *(pied de mouton noir)*.

Squamosus, trop coriace : tout jeune il pourrait à peine être mangé.

Subsquamosus, peu délicat; cependant employé en Suède et dans les Alpes-Maritimes.

Sulfureus, amarescent, comestible étant très jeune; fournit une teinture jaune.

Tinctorius, sert à teindre en jaune dans le Sahara algérien (Dr Reboud).

Umbellatus, excellent lorsqu'il est frais, mais vite altéré.

Trametes :

Odorata, très parfumé (vanille ?) offert par les Lapons à leurs fiancées. Aphrodisiaque.

Suaveolens, odeur suave, anisée. A été employé contre la phtisie, les névroses.

Fistulina :

Hepatica. On en fait, à l'état cru, une salade plus originale que succulente. A peine mangeable étant cuit.

Dryodon :

Coralloïdes, délicat, mais un peu coriace.

Erinaceus, délicat, estimé dans les Alpes-Maritimes.

Hydnum :

Cinereum (Bull. non Fr.), très sapide. Vosges (R. Ferry).

Cirratum. Suède. Délicat (Fries).

Corrugatum. Nord de l'Europe (Fries).

Diversidens, id. Délicat (Fries).

Fragile, succulent. Suède (Fries).

Imbricatum, peu délicat; aphrodisiaque (Forquignon). *Chevrette* de Suisse.

Lævigatum. Alpes-Maritimes. Sapide, amarescent, odeur d'immortelle.

Politum, saveur agréable. Suède (Fries).

Repandum, bon étant frais, quoique amer. *Pied de mouton blanc* des Vosges.

Rufescens, variété du précédent; moins employé.

Subsquamosum, à peine comestible.

Craterellus :

Clavatus, assez fin. *Bonnet d'évêque* des Vosges.

Crispus, assez bon.

Cornucopioides, très bon étant tout jeune; goût de truffe.

Lutescens, peu employé à cause de sa rareté.

Pusillus, assez bon.

Sinuosus, id.

Tremellodon :

Vulgare, rafraîchissant à l'état cru, surtout avec du sucre (René Q.).

Guepinia :

Helvelloïdes, frais; peu sapide.

Sparassis :

Crispa, délicat tout jeune; un peu coriace.

Laminosa, délicat, plus rare et peu connu.

Clavaria :

Amethystea, le plus délicat, selon Paulet.
Botrytes, quoique regardé par tous les auteurs comme comestible, il est, ainsi que les suivants, indigeste et même dangereux.
Cinerea.
Coralloides.
Flava.
Formosa.
Fragilis.
Kunzei.
Rufescens.
Rufo-violacea.
Rugosa.
Vermiculata.

Exidia :

Recisa, fade.

Tremella :

Mesenterica, frais, mais insipide.

Lycoperdon :

Cœlatum, me paraît peu sapide et même un grossier aliment.
Furfuraceum, insipide.
Pratense, me paraît assez bon étant tout jeune.
Velatum, à peine comestible.

Globaria :

Gigantea, étant très jeune ; peu sapide. Fournit une ouate très fine.
Nigrescens, sapide ; étant très jeune, il a le goût de *psalliota campestris.*
Plumbea, id.
Pusilla, à peine comestible, insipide.

Gautieria :

Graveolens, douteux, odeur d'oignon pourri.
Morchellæformis, douteux, odeur fétide, dictame blanc (Vitt.).

Hymenogaster :

Arenarius, odeur alliacée, à peine comestible.
Bulliardi, odeur de punaise, de musc (Vitt.).
Calosporus.
Citrinus, odeur de musc, de fromage (Vitt.).
Decorus.
Griseus, odeur de *convallaria majalis.*
Klotschii, peu odorant.
Lilacinus, odeur de champignon.
Luteus, odeur agréable de fraise.
Lycoperdineus, odeur puante, alliacée, de troncs de chou (Vitt.).
Niveus, odeur de pelargonium.
Olivaceus, aromatique, odeur de dédale du chêne. (Vitt.)
Pallidus, odeur faible de primevère.
Populetorum, parfum d'œillet et de musc.

Hymenogaster *(Suite)* :

Rufus, odeur faible.

Tener, **légère odeur de fruits**.

Vulgaris, odeur de muguet des bois.

J'ai mangé la plupart de ces espèces, mais en petite quantité, vu leur peu d'abondance ou leur rareté. Il faudrait pouvoir les manger en plus grande quantité.

Hydnangium :

Asterosperma, odeur de basilic; paraît bon.

Candidum, odeur suave; paraît comestible.

Carneum, est d'un usage douteux.

Carotœcolor, id.

Stephensii, odeur de *lactarius insulsus;* douteux, me paraît suspect.

Virescens, comme *candidum*.

Hysterangium :

Clathroides, odeur de *clathre;* suspect.

Fragile, odeur de *tuber Borchii;* paraît comestible.

Nephriticum, odeur de millepertuis; douteux.

Pompholix, odeur de caoutchouc.

Thwaitesii, comme *clathroides*.

Melanogaster :

Tuberiformis, parfumé, assez bon.

Variegatus, truffe musquée, assez fin.

Chæromyces :

Meandriformis, comestible, mais un peu dur.

Terfezia :

Castanea, odeur fine.

Leonis, savoureux. Algérie.

Tuber :

Asa, très fétide, à peine mangeable.

Æstivum, assez délicat. Souvent mêlé avec *brumale*, et vendu sous le même nom.

Bituminatum, parfum désagréable; peu sapide.

Borchii, peu délicat, odeur de truffe et d'ail.

Brumale, très parfumé, saveur agréable.

Dryophilum, délicat.

Excavatum, à peine comestible à cause de sa grande dureté.

Ferrugineum, arome très fin et saveur agréable.

Fulgens, dur et d'odeur agréable.

Maculatum, assez bon, quoique amer.

Magnatum, très estimé; assez délicat.

Melanosporum, très parfumé : l'un des diamants de la cuisine. Saveur et odeur de fraise (Vitt.).

Mesentericum, parfumé et agréable.

Microsporum, assez fin.

Mougeotii, odeur de morille. Vosges.

Mutabile, assez délicat, très aromatique.

Tuber *(Suite)* :

Rapaeodorum, bon.

Rufum, un peu trop dur.

Scleroneuron, à peine comestible ; très coriace.

Leucangium :

Ophtalmosporum, finement parfumé, paraît comestible. Odeur de melon.

Genea :

Hispidula, délicat, mais bien peu charnu.

Papillosa, id.

Sphærica, délicat.

Verrucosa, id.

Balsamia :

Fragiformis, finement parfumé.

Vulgaris, odeur d'urine de souris ; coliques et diarrhée (Vitt.).

Hydnobolites :

Cerebriformis, délicat, mais bien exigu.

Hydnotria. Inconnus, paraissent comestibles.

Genabea. Id. id.

Pachyphlæus :

Citrinus, parfumé et tendre.

Melanoxanthus, saveur sucrée.

Mitrula :

Spathulata, doux, sapide.

Rufa, id.

Morchella :

Conica, rare, peu employé ; délicat.

Deliciosa, très fin et très parfumé.

Elata, très délicat.

Esculenta, très bon. Cependant cause parfois de véritables empoisonnements : éblouissements, nausées et vomissements.

Semilibera, assez délicat.

Verpa :

Agaricoides, etc., sont à essayer encore.

Digitaliformis, paraît comestible ; sa rareté ne permet pas de l'expérimenter suffisamment.

Pusilla, id.

Cudonia :

Circinans, paraît assez délicat.

Gyromitra :

Esculenta (1), morille noire, recherché et assez fin ; cause cependant des empoisonnements suivis de mort. Le *G. suspecta* est la même espèce.

Gigas, succulent, sapide. Haut-Jura, Tyrol.

---

(1) J'ai souffert, à deux reprises différentes, d'indigestions assez fortes causées par ce champignon, que j'avais mangé le soir en quantité un peu notable. Il m'a toujours paru *indigeste*, à cause de sa consistance cartilagineuse, mais je n'ai jamais constaté de véritables symptômes d'*empoisonnement*. (Note de M. Forquignon.)

Helvella :

Atra, bon, mais coriace.
Capucina, id.
Crispa, très bon lorsqu'il est jeune.
Elastica, id. plus coriace.
Infula, estimé dans les Vosges et dans les Alpes.
Lacunosa, assez délicat; un peu coriace.
Monachella, délicat. Goût de morille, odeur de cuir tanné.
Nana, comme *atra*.
Queletii, sapide, analogue à *crispa*.
Sulcata, sapide, mais dur.

Peziza :

Acetabulum, bon, rappelle *helvella crispa*.
Ancilis, variété luxuriante du précédent.
Amphora, assez délicat.
Catinus, délicat, un peu membraneux.
Cochleata, assez bon, tendre.
Corona, très délicat, tendre et croquant.
Cupularis, comme *catinus*.
Fulgens, délicat et tendre.
Helvelloides, un peu coriace.
Macropus, coriace.
Repanda, succulent et délicat, rappelle *morchella esculenta*.
Splendens, délicat.
Vesiculosa, peu sapide.

Bulgaria :

Inquinans, fade.

II. — Espèces nuisibles.

Amanita :

Aspera, vomissements, entérite.
Cariosa, suspect.
Excelsa, id.
Mappa, dysenterie.
Muscaria, folie passagère, à petite dose; cause la mort s'il est pris en quantité.
Pantherina, id.
Phalloides, accidents cholériformes souvent suivis de mort.
Porphyria, suspect.
Valida, id.
Verna, très dangereux.
Virosa, id.
Vittadinii, paraît suspect, reste à essayer.

Lepiota :

Badhami, vireux, vomissements.
Cepæstipes, vomissements.
Cristata, suspect.
Echinata, id.
Erminea, vireux, amer.
Friesii, indigeste.
Hæmatosperma, indigeste.
Lilacina (?), odeur de gaz d'éclairage en séchant.

Tricholoma :

Acerbum (?), vomissements; donné comme comestible par Roques.
Æstuans (?), saveur de fiel. Suède, Hongrie.
Album, fétide, âcre et très amer. Empoisonnement à Lyon. (J. Péteaux, Veuillot.)
Capniocephalum, odeur bitumineuse.
Flavobrunneum, suspect.
Fucatum (?).
Hordum, suspect.
Inamœnum, id.
Lascivum, id.
Mirabile, id. Tyrol. (Bresadola.)
Pardinum, maux de tête, vomissements et diarrhée pendant deux jours, après l'ingestion de 20 grammes à l'état cru.
Pessumdatum, vomissements abondants et diarrhée, deux heures après l'ingestion de deux de ces champignons à l'état cuit. (L. Forquignon.)
Rutilans, suspect.
Saponaceum, vomissements.
Sudum, suspect.
Sulfureum, suspect, — 60 grammes donnés à un chien n'ont produit aucun symptôme d'empoisonnement. (J. Péteaux.)
Variegatum, id.
Virgatum, mauvais.

Clitocybe :

Amara, amertume de la gentiane; suspect.
Amarella, très amer.
Candicans (?).
Cerussata, maux de tête, diarrhée.
Clavipes, suspect.
Inornata, odeur de rance.
Inversa, indigeste.
Phyllophila (?).
Rivulosa, maux de tête, vomissements et diarrhée, douze heures après l'ingestion.
Tornata, suspect.

Collybia :

Ambusta, suspect.

Collybia *(Suite)* :

Atrata, suspect.
Ingrata, fétide, repoussant d'aspect et de goût.
Inolens, suspect.
Maculata, suspect.
Nitellina, id.
Platyphylla, coriace.
Radicata, suspect.
Rancida, odeur fétide.
Semitalis, suspect.

Mycena :

Pelianthina, odeur vireuse.
Pura, dangereux.

Pleurotus :

Corticatus, coriace, un peu âcre.
Palmatus (?), un peu amer et poivré, odeur de mirabelle.
Phosphoreus (Olearius), amer, purgatif, vénéneux. Sud de la France.

Volvaria :

Gloiocephala, très vénéneux ; mort après l'ingestion d'un seul.
Plumulosa, suspect.
Speciosa, gastro-entérite, coma et mort.
Viperina, m'est inconnu ; très vénéneux selon les auteurs.
Volvacea, dangereux.

Entoloma :

Ameides, suspect, odeur de sucre brûlé.
Lividum, gastro-entérite, vomissements et gastralgie pendant trois jours. à la suite de l'ingestion d'un spécimen cuit.
Madidum, suspect.
Nidorosum, vomissements.
Nitidum, suspect.
Rhodopolium, suspect.
Sericeum, vomissements et diarrhée.
Turbidum, suspect.
Costatum, id.
Jubatum, id.

Leptonia, paraissent suspects.
Nolanea, id.
Eccilia, id.

Pholiota :

Adiposa (?).
Aurea, suspect.
Aurivellus (?).
Caperata (?), peut-être comestible.
Curvipes (?).
Destruens, très amer, suspect.
Dura, nausées et diarrhée.

Pholiota *(Suite) :*

Flammans (?).
Fusca, suspect.
Lucifer (?).
Radicosa (?) arome doux, très intense.
Spectabilis, amer, suspect.

Flammula. Ce genre entier paraît suspect.

Inocybe :

Corydalina, très aromatique.
Pyriodora, id. odeur de jasmin. (Barla.)
Rimosa et ses affines. Ce genre est suspect.

Hebeloma :

Fastibile et ses affines.
Glutinosum (?).

Naucoria :

Amarescens, espèce vernale assez sapide, puis très amère. Jura.

Crepidotus :

Nidulans, suspect.

Stropharia :

Æruginosa, vomissements.
Albocyanea, suspect.
Albonitens (?).
Battaræ (?).
Luteonitens (?).
Melasperma, vomissements.
Merdaria (?).
Semiglobata. (Roques.)
Squamosa, suspect.
Stercoraria (?).

Hypholoma :

Capnoides.
Dispersum.
Epixanthum.
Fasciculare, vomissements. Paulet le dit salubre.
Hydrophilum (?).
Lacrymabundum, dangereux.
Pyrotrichum, id.
Sublateritium, id.

Psilocybe :

Coprophila (?).
Ericæa (?).
Semilanceolata (?).

Coprinarius. Ce genre paraît très suspect.

Coprinus, en général suspect.

Montagnites, id.

Bolbitius, id.

Gomphidius :

Viscidus (?).

Paxillus :

Atrotomentosus.
Leptopus.
Panuoides.
Paradoxus (?).

Cortinarius :

Hircinus (?).
Traganus (?).

Hygrophorus :

Coccineus.
Conicus.
Cossus, odeur repoussante, nausées. (Le *blanc d'ivoire mortel* de Paulet.)
Chrysodon (?).
Eburneus (?), on dit qu'il est bon en Italie.
Irrigatus (?).
Metapodius (?).
Obrusseus.
Ovinus (?).
Puniceus, etc.

Les espèces de ce genre sont peut-être toutes comestibles.

Lactarius :

Acris, lait blanc rougissant, âcre.
Aspideus, lait blanc puis purpurin comme la chair, âcre.
Azonites, vénéneux, suspect. (Barla.)
Blennius, paraît mauvais.
Cilicioides, âcre.
Circellatus, comme *pyrogalus.*
Flexuosus (?). Bongard le dit comestible.
Helvus, paraît mauvais au goût, quoique l'odeur soit bonne.
Hysginus (?).
Insulsus, entérite et vomissements.
Lignyotus.
Lilacinus, âcre.
Picinus.
Plumbeus ou *turpis,* très vénéneux.
Pyrogalus, le plus âcre de tous, très redoutable.
Quietus (?), doux.
Resimus, comme *scrobiculatus.*
Rufus, serait, d'après les auteurs, le *lactarius* le plus vénéneux.
Scrobiculatus, très âcre, vireux.
Spinosulus, âcre.
Subumbonatus (?).
Theiogalus, âcre, vénéneux. (Barla.)
Torminosus, serait mangé impunément en Suède. (Fries.)

Lactarius *(Suite)* :

Trivialis (?).
Uvidus (?).
Vietus, âcre, suspect.
Viridis, âcre.
Zonarius, très dangereux.

Russula :

Adusta, aspect repoussant et mauvais goût.
Badia, très âcre, suspect.
Consobrina, âcre.
Elegans, âcre. Tyrol. (Bresadola.)
Emetica, très vénéneux.
Fellea, saveur de fiel, dangereux.
Fœtens, odeur et aspect repoussants.
Fragilis, doit avoir les qualités d'*emetica*.
Furcata, amer et nauséeux. Dysentérie et mort.
Maculata, très âcre.
Nauseosa, suspect.
Nigricans, comme *adusta*.
Ochracea, suspect.
Ochroleuca, id.
Pectinata, id.
Puellaris, dangereux, malgré son exiguité.
Queletii, très âcre, dangereux.
Rosacea, très âcre, suspect.
Rubra, très âcre. Cette belle espèce serait l'une des plus redoutables.
Sanguinea (?) *rougetto* de Toulouse, âcre; comestible par la cuisson. (Noulet et Dassier.)
Sardonia, vénéneux.
Serotina, âcre.
Vetternosa, âcre, suspect.
Violacea, comme *elegans*.

Cantharellus :

Aurantiacus, vénéneux (?).
Infundibuliformis, suspect.
Tubæformis, id.

Marasmius :

Fœtidus, fétide, douteux.
Fuscopurpureus, suspect.
Impudicus, id.

Panus :

Stypticus, vénéneux.

Boletus :

Amarellus, suspect.
Badius, mauvais. (Fries.) Il ne faut pas le prendre pour *vaccinus*.
Calopus, dangereux.

Boletus *(Suite)* :

Cyanescens, suspect; quelques auteurs le disent comestible.
Felleus, saveur de fiel; dangereux.
Flavus (?).
Lividus, suspect. (Persoon.)
Lupinus, entérite.
Luridus, suspect; cité quelquefois comme comestible.
Pachypus, vénéneux.
Piperatus, suspect.
Porphyrosporus, suspect.
Purpureus, id. serait vénéneux (Fries) comme tous ceux qui ont l'orifice des tubes *rouge*.
Satanas, vénéneux; maux de tête, vomissements et gastrite après l'ingestion d'un fragment de la grosseur d'une noix.
Tridentinus (?). Tyrol. (Bresadola.)

Boletinus :

Cavipes (?), saveur douce. Vosges.

Polyporus :

Borealis, suspect.
Casearius, acide, suspect.
Cristatus, suspect, malgré sa grande affinité avec *Pes-caprœ*.
Destructor, contribue à la destruction des bois travaillés.
Hispidus, aspect et goût repoussants.
Imbricatus, suspect.
Laricis ou *officinalis*, amarescent. Alpes. Les dieux ont voulu que ce *seul* fungus serve à la médecine.
Leucomelas, saveur de fiel après la cuisson. (Forquignon.)
Osseus, amer et dur, suspect.
Stypticus, amer, suspect.

Merulius :

Destruens, détruit les bois de charpente exposés à l'humidité.

Hydnum :

Acre, fortement âcre et poivré. Environs de Paris, Alpes-Maritimes. (Barla.)
Amarescens (?), chair douceâtre, puis amère.
Fraceolens, m'est inconnu; odeur de marc d'olives.
Graveolens, odeur de fenugrec, coriace et mince.
Melilotinum, odeur fine de mélilot bleu; subsubéreux.
Suaveolens, odeur anisée très expansive; subéreux.

Auricularia :

Auricula judœ, purgatif.

Calocera :

Viscosa (?). Cette brillante espèce a causé des nausées à l'état de crudité; odeur de réséda. (Barla.)

Scleroderma :

Bovista, suspect.
Geaster, id.

Scleroderma *(Suite)* :

Verrucosum, suspect.

Vulgare (?), a été mangé jeune sans inconvénient.

Elaphomyces :

Granulatus et affines, aphrodisiaques et dangereux (Persoon), mangés par les cerfs et les sangliers.

Endogone :

Lactiflua, balsamique, vireux.

Rhizopogon :

Luteolus, nauséabond. Comestible et aphrodisiaque. (Saint-Amans.)

Provincialis, fétide ; paraît nuisible.

Rubescens, id.

Suavis (?), fine odeur de miel et de musc. Jura.

Picoa :

Juniperi, insipide et fétide.

Gyromitra :

Pleopos, morille de loup. « Accidents presque mortels », dit Paulet. Ce doit être *G. suspecta* Kr.

Clathrus :

Ruber, balsamique et fétide.

Phallus :

Caninus, balsamique et fétide.

Impudicus, id.

ÉVAPORATION

DES DISSOLUTIONS

ET DES LIQUIDES

QUI RENFERMENT DES CORPS SOLIDES EN SUSPENSION

PAR M. E. LAVAL

INTRODUCTION

On s'accorde à reconnaître que l'évaporation de l'eau est retardée par la présence des sels qu'elle tient en dissolution; mais aucune loi n'a été donnée de cette influence. Quant aux autres liquides, on ignore absolument si leur évaporation est accélérée ou retardée par la présence de corps solides en dissolution. D'ailleurs, il est d'autres cas de l'évaporation des liquides sur lesquels on ne possède jusqu'à présent aucune donnée expérimentale.

D'abord, celui du mélange de plusieurs liquides volatils, ou celui des solutions gazeuses.

Ensuite, celui de la suspension d'un corps solide insoluble au sein du liquide, et, par une extension naturelle de la même idée, celui où le liquide ne fait que mouiller une surface solide, c'est-à-dire y est répandu en couche très mince.

C'est cette étude que je donne ici, au point de vue purement expérimental, du reste; car je crois avoir démontré dans un précédent mémoire l'impuissance actuelle de la théorie des gaz à expliquer l'évaporation (1). Cette théorie ne donne même pas la

(1) *Vérification expérimentale des lois de Dalton sur l'évaporation.* (*Mém. de la Société des Sciences phys. et nat. de Bordeaux*, t. V, 2e série, p. 107.)

cause de la spontanéité du phénomène, puisqu'on est obligé d'admettre que le départ des molécules de la surface du liquide ne peut avoir lieu qu'à la suite d'un trouble dans l'équilibre de cette surface; à plus forte raison ne peut-on lui demander d'expliquer les variations de l'évaporation dans les circonstances diverses énoncées ci-dessus. Il est bien probable que les idées actuellement admises sur la constitution des gaz et des liquides éprouveront encore bien des modifications. Je serai heureux si, par ce travail, je puis apporter une pierre à la base d'expérience sur laquelle on devra les appuyer.

PREMIÈRE PARTIE.

Évaporation des dissolutions.

Il faut distinguer ici le cas où le corps en solution est solide ou liquide, s'il est fixe ou volatil. J'ai essayé d'y rattacher, aussi par une extension naturelle, le cas des solutions gazeuses.

Évaporation des liquides tenant en dissolution un corps solide non volatil.

Les expériences ont été faites par la méthode de comparaison. Deux vases plats et à bords cylindriques contenaient, l'un le liquide pur, l'autre le même liquide tenant en solution un corps solide dont on faisait varier les proportions dans des expériences successives. Ils étaient chaque fois placés l'un à côté de l'autre. en un lieu fermé et obscur, où aucun courant d'air, aucune variation de température ne pouvaient agir sur eux. On les rapportait sur le plateau de la balance et on prenait le rapport des évaporations. Celles-ci ayant lieu dans le même temps, leur rapport est le même que celui des vitesses moyennes; il est évident d'ailleurs qu'il est uniquement fonction de la concentration plus ou moins grande des liqueurs.

Or, ce degré de concentration peut se définir très bien par *la fraction de saturation,* c'est-à-dire le rapport de la quantité du corps soluble que contient la dissolution à la quantité qu'elle contiendrait si elle était saturée à la même température.

J'ai opéré d'abord sur l'eau et différents sels. Après avoir préparé pour chacun d'eux une solution concentrée à la température ordinaire, je ramenais, par l'addition de volumes convenables d'eau pure, cette solution à avoir pour fraction de saturation un rapport simple, tel que $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, etc.

Dans le tableau suivant, en regard de la fraction de saturation, on voit les évaporations, puis leur rapport dans la colonne sui-

SEL DISSOUS	FRACTION de saturation	ÉVAPORATION de la solution e	ÉVAPORATION de l'eau pure ε	RAPPORT des évaporat^{s} $\frac{e}{\varepsilon}$	Log $\frac{e}{\varepsilon}$	Log k	Coefficient k
Carbonate de potasse.	2/3	1,787	2,055	0,870	$\bar{1}$,93952	$\bar{1}$,90428	0,8022
	1/2	0,875	0,975	0,896	$\bar{1}$,95231	$\bar{1}$,90462	0,8028
	1/3	0,975	1,050	0,929	$\bar{1}$,96801	$\bar{1}$,90403	0,8017
	1/4	0,733	0,775	0,946	$\bar{1}$,97589	$\bar{1}$,90356	0,8009
Carbonate de soude..	3/4	1,930	2,220	0,869	$\bar{1}$,93902	$\bar{1}$,91869	0,8292
	1/2	0,900	0,990	0,909	$\bar{1}$,95856	$\bar{1}$,91712	0,8263
	1/4	1,660	1,740	0,953	$\bar{1}$,97909	$\bar{1}$,91636	0,8248
Chlorure de potassium	2/3	0,622	1,025	0,607	$\bar{1}$,78247	$\bar{1}$,67870	0,4717
	1/2	1,200	1,750	0,686	$\bar{1}$,83632	$\bar{1}$,67264	0,4706
	1/3	1,652	2,110	0,783	$\bar{1}$,89376	$\bar{1}$,68058	0,4793
	1/4	1,670	2,015	0,828	$\bar{1}$,91803	$\bar{1}$,67212	0,4701
Chlorure de sodium.. (1re série.)	3/4	1,350	2,310	0,584	$\bar{1}$,76641	$\bar{1}$,68855	0,4882
	2/3	0,880	1,410	0,624	$\bar{1}$,79518	$\bar{1}$,69277	0,4929
	1/2	1,515	2,165	0,699	$\bar{1}$,84447	$\bar{1}$,68894	0,4886
	1/3	0,913	1,155	0,791	$\bar{1}$,89818	$\bar{1}$,69454	0,4949
	1/4	0,746	0,890	0,839	$\bar{1}$,92428	$\bar{1}$,69712	0,4979
Chlorure de sodium.. (2e série.)	3/5	1,265	1,940	0,652	$\bar{1}$,81425	$\bar{1}$,69042	0,4903
	1/2	1,342	1,910	0,703	$\bar{1}$,84695	$\bar{1}$,69390	0,4942
	1/5	0,815	0,940	0,867	$\bar{1}$,93802	$\bar{1}$,69010	0,4899
Sulfate de zinc.....	2/3	0,960	1,400	0,686	$\bar{1}$,83632	$\bar{1}$,75448	0,5682
	1/2	0,638	0,850	0,751	$\bar{1}$,87564	$\bar{1}$,75128	0,5640
Sulfate de soude.....	2/3	0,170	0,250	0,680	$\bar{1}$,83251	$\bar{1}$,74876	0,5607
	1/2	0,416	0,555	0,749	$\bar{1}$,87448	$\bar{1}$,74896	0,5610
	1/3	0,915	1,110	0,824	$\bar{1}$,91593	$\bar{1}$,74779	0,5595
	1/5	0,910	1,020	0,892	$\bar{1}$,95036	$\bar{1}$,75181	0,5647
Borate de soude.....	3/4	0,600	0,615	0,975	$\bar{1}$,98900	$\bar{1}$,98533	0,9668
	1/2	1,585	1,615	0,982	$\bar{1}$,99211	$\bar{1}$,98422	0,9643
Azotate de potasse...	1/2	0,570	0,770	0,740	$\bar{1}$,86923	$\bar{1}$,73846	0,5476
	1/3	3,560	4,350	0,818	$\bar{1}$,91275	$\bar{1}$,73825	0,5473
	1/4	0,581	0,675	0,860	$\bar{1}$,93450	$\bar{1}$,73800	0,5470
Chlorate de potasse..	5/6	1,298	1,390	0,934	$\bar{1}$,97035	$\bar{1}$,96442	0,9214
	2/3	1,990	2,090	0,952	$\bar{1}$,97862	$\bar{1}$,96794	0,9289
	1/2	0,973	1,010	0,963	$\bar{1}$,98362	$\bar{1}$,96724	0,9274
Acétate de soude	2/3	0,280	0,575	0,487	$\bar{1}$,68753	$\bar{1}$,53129	0,3398
	1/2	0,255	0,440	0,579	$\bar{1}$,76263	$\bar{1}$,52536	0,3352
	1/5	1,150	1,430	0,805	$\bar{1}$,90580	$\bar{1}$,52900	0,3381

vante. On reconnaît bien que l'évaporation est d'autant plus retardée par la présence du corps dissous que la fraction de saturation se rapproche davantage de l'unité, mais la loi du phénomène ne ressort pas à simple vue; elle est en effet assez compliquée; c'est par des essais successifs de diverses formes de fonctions, que je suis arrivé à reconnaître que : *le logarithme du rapport des évaporations donne un quotient constant par la fraction de saturation.*

Dès lors, si on désigne par $\frac{e}{\varepsilon}$ le rapport de l'évaporation de la dissolution à celle de l'eau pure, par s la fraction de saturation, et par $\log k$ leur quotient, on aura

$$\log \frac{e}{\varepsilon} = s \log k,$$

d'où on tire

$$e = \varepsilon k^s,$$

ce qui permet d'énoncer la loi autrement :

L'évaporation d'une dissolution est égale à l'évaporation de l'eau pure multipliée par un coefficient constant élevé à une puissance marquée par la fraction de saturation.

Il résulte du tableau précédent que, pour l'eau, le coefficient k est caractéristique de chaque sel, et qu'il est toujours plus petitt que l'unité. L'évaporation est retardée.

Voici, en résumé, ces coefficients réduits à leurs deux chiffres certains :

Carbonate de potasse	0,80
Carbonate de soude	0,83
Chlorure de potassium	0,47
Chlorure de sodium	0,49
Sulfate de zinc	0,56
Sulfate de soude	0,56
Borate de soude	0,96
Azotate de potasse	0,55
Chlorate de potasse	0,93
Acétate de soude	0,34

On peut remarquer que les sels du même genre ont des coefficients voisins. Ceux qui retardent le plus l'évaporation sont

les chlorures, les sulfates, et surtout l'acétate de soude. Ceux qui la retardent le moins sont des corps peu solubles, les chlorates et les borates. Certains corps, comme la gomme, se liquéfient dans l'eau en toutes proportions, quelle que soit la température; on peut dire que leur solubilité est en quelque sorte indéfinie. Il y a là une difficulté pour l'appréciation de la fraction de saturation; voici le sens que je crois devoir lui donner dans ce cas.

Ces corps (qu'on appelle aussi colloïdes) peuvent être introduits en quantité aussi grande qu'on voudra dans leur dissolution; mais, comme le poids du corps dissous est la différence entre le poids total de la dissolution, et le poids du dissolvant, il ne peut pas dépasser évidemment le poids de la dissolution qui est pour lui un maximum, une limite que l'on peut considérer comme correspondant à la *saturation*. Nous dirons donc, par suite de cette extension d'idée, que la saturation a lieu lorsqu'il n'y a pas de dissolvant du tout, le corps occupant alors à lui tout seul le volume total de la dissolution. La fraction de saturation se définira donc : le rapport du poids du corps dissous au poids d'un volume de ce corps égal au volume total de la solution.

J'ai préparé d'après ces données deux solutions de gomme arabique, l'une ayant pour fraction de saturation $\frac{55}{100}$ et l'autre $\frac{12}{100}$; en dédoublant ensuite cette dernière, j'ai obtenu une troisième solution à $\frac{6}{100}$. Voici le résultat des expériences effectuées au moyen de ces solutions (1) :

FRACTION DE SATURATION	ÉVAPORATION DE LA SOLUTION e	ÉVAPORATION DE L'EAU PURE ε	RAPPORT $\frac{e}{\varepsilon}$
0,55	0,145	0,230	0,630
0,12	0,660	0,720	0,916
0,06	0,985	1,030	0,956

(1) Pour établir ces dissolutions, je me suis servi du poids spécifique de la gomme *solide* (déterminé spécialement sur l'échantillon employé). Théoriquement, dans ce que j'appelle *par extension* la saturation, la gomme est censée entièrement liquide; aurait-elle alors la même densité qu'à l'état solide? C'est un desideratum. Mais il est permis de croire que la rectification de cette inexactitude, si elle était possible, n'infirmerait pas la loi trouvée.

FRACTION DE SATURATION	Log $\frac{e}{\varepsilon}$	Log k	k
0,55	$\bar{1}$,79934	$\bar{1}$,62608	0,4227
0,12	$\bar{1}$,96190	$\bar{1}$,68250	0,4814
0,06	$\bar{1}$,98045	$\bar{1}$,67417	0,4722

Les deux derniers nombres coïncident mieux entre eux qu'avec le premier; c'est qu'ils ont été obtenus avec la même solution dédoublée.

Dans tous les tableaux qui précèdent, on pourra remarquer que je ne fais pas figurer le cas où $s = 1$, c'est-à-dire celui de la saturation. D'après la loi énoncée, on devrait alors avoir pour rapport des évaporations le coefficient k lui-même; mais les expériences tentées dans ces conditions divergent notablement, tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, et leurs résultats doivent être abandonnés pour les raisons suivantes :

Le premier effet de l'évaporation, dans ce cas, est de faire passer une partie du sel à l'état solide; s'il reste à la surface comme le sel marin en trémies, il diminue celle-ci en cachant le liquide; s'il *grimpe* le long des parois du vase, comme les azotates, les sulfates de soude et de zinc, etc., il augmente cette surface par l'imbibition des cristaux; enfin, dans tous les cas, la solution se trouve dans la situation des liquides mélangés aux solides, ou imbibant seulement leur surface.

Il faut ajouter enfin que beaucoup de solutions concentrées absorbent l'humidité de l'air, ce qui est un obstacle à leur mise en expérience.

Expériences avec les liquides autres que l'eau.

Ces expériences ont porté sur l'alcool, la benzine et le sulfure de carbone; avec le premier de ces liquides, j'ai préparé une solution d'acide tartrique; dans les deux autres, j'ai fait dissoudre du soufre. Le tableau suivant montre que l'évaporation de l'alcool et de la benzine a été très peu influencée par la présence du corps tenu en dissolution, mais que dans ces deux cas l'évapora-

tion est retardée suivant la même loi que les solutions aqueuses que nous avons étudiées :

SOLUTIONS	SOLUTION de saturation.	ÉVAPORATION de la solution e	ÉVAPORATION du liquide pur ε	RAPPORT $\frac{e}{\varepsilon}$	Log $\frac{e}{\varepsilon}$	Log k	Coefficient k
Acide tartrique dans l'alcool.	3/4	0,577	0,595	0,970	$\bar{1}$,98677	$\bar{1}$,97949	0,953
	1/2	1,026	1,050	0,977	$\bar{1}$,98989	$\bar{1}$,97978	0,954
	1/3	0,797	0,810	0,984	$\bar{1}$,99300	$\bar{1}$,97900	0,953
Soufre dans la benzine.	3/4	1,08	1,12	0,96	$\bar{1}$,98227	$\bar{1}$,97636	0,947
	1/2	1,28	1,31	0,97	$\bar{1}$,98677	$\bar{1}$,97354	0,941
	1/3	0,86	0,87	0,98	$\bar{1}$,99122	$\bar{1}$,97366	0,941
Soufre dans le sulfure de carbone (1re série.)	3/4	1,341	0,911	1,482	0,17084	0,22778	1,689
	1/2	1,194	0,924	1,292	0,11126	0,22252	1,679
	1/3	1,251	0,055	1,186	0,07408	0,22224	1,668
(2e série.)	2/3	1,663	1,182	1,407	0,14829	0,22243	1,669
	1/5	0,939	0,841	1,108	0,04453	0,22265	1,685

La solution du soufre dans le sulfure de carbone accélère au contraire l'évaporation de ce liquide, il en résulte qu'en essayant comme pour les précédents la vérification de la loi, on arrive à un coefficient plus grand que l'unité. Sa constance, dans les cinq expériences relatées ci-dessus, montre du reste que la loi énoncée peut encore s'appliquer au cas d'une augmentation de l'évaporation.

Avant de quitter cette étude des dissolutions de corps solides dans des liquides, il importe de répondre à deux questions importantes.

La première se présente sous la forme d'une objection à la loi que je viens d'énoncer : nous avons démontré dans un travail précédent que l'évaporation est proportionnelle à la tension maximum du liquide; dans le cas des solutions salines, doit-on entendre par là la *tension de la solution* ou celle de l'*eau pure?* D'après MM. Babo et Wüllner (1), la tension d'une dissolution saline est égale à la tension de l'eau pure diminuée d'une quantité

(1) Wüllner, *Traité de physique*, t. III, page 611 (3e édition).

qui est exactement proportionnelle au poids du sel dissous; on est donc autorisé à se demander si la diminution de la tension maximum ne serait pas suffisante pour expliquer la diminution de l'évaporation.

S'il en était ainsi, la diminution de l'évaporation serait, comme la diminution de la tension, proportionnelle aux quantités de sel en dissolution. Or, on peut essayer cette vérification sur une quelconque de mes expériences. Je choisirai l'une des séries du chlorure de sodium, parce que c'est avec ce sel que j'ai fait le plus grand nombre d'essais. Comme pour chacune des observations la durée a été différente; j'ai comparé la diminution brute de l'évaporation à l'évaporation de l'eau dans le même temps. Les quantités de sel dissoutes ont été calculées en partant du nombre 0,35 comme représentant la saturation à la température moyenne des expériences.

FRACTION de saturation	QUANTITÉS de sel en dissolution (pour cent) q	DIMINUTION brute de l'évaporation	DIMINUTION rapportée à l'évaporation de l'eau pure d	RAPPORT $\frac{q}{d}$
2/4	26,3	0,960	0,416	63
2/3	23,3	0,530	0,376	61
1/2	17,5	0,650	0,300	58
1/3	11,7	0,242	0,209	56
1/4	8,7	0,144	0,161	54

Le rapport $\frac{q}{d}$ qui devrait être constant dans l'hypothèse ci-dessus, va au contraire en diminuant, ce qui prouve que la diminution de l'évaporation n'est pas proportionnelle aux quantités de sel dissoutes et par conséquent que la variation de l'évaporation ne peut être attribuée à la variation de la tension maximum. Il convient donc, jusqu'à plus ample informé, de conserver dans l'énoncé de la loi la proportionnalité de l'évaporation à la tension de l'eau pure; l'observation qui va suivre achèvera d'ailleurs la démonstration.

La deuxième question à examiner est relative à la température

de la dissolution. La solubilité des sels augmente en général avec la température, par suite la fraction de saturation d'une même dissolution, dont la température s'élève, doit aller en diminuant; le coefficient k que nous avons trouvé constant pour toutes les dissolutions d'un même sel à la même température devra-t-il être conservé à toute température?

Cette vérification demande évidemment que l'on tienne compte de la variation de l'évaporation proportionnellement à la tension maximum de l'*eau pure*, ainsi qu'il vient d'être dit, et elle servira par là de démonstration *à posteriori* du principe ci-dessus.

J'ai choisi pour cette expérience l'azotate de potasse dont la courbe de solubilité présente une grande inclinaison; une dissolution de ce sel, ayant pour fraction de saturation $\frac{1}{2}$ à la température de 11 degrés, a été placée dans mon appareil à vase de Mariotte (1). Un thermomètre était placé dans le vase, qui fut échauffé de 11 à 40 degrés, puis abandonné au refroidissement. Pendant la période d'échauffement ainsi que pendant la période de refroidissement, je faisais en sorte, comme dans les expériences relatives à l'influence de la température des liquides, dans ma vérification des lois de Dalton d'obtenir de temps en temps une température stationnaire pendant une durée assez longue pour observer l'intervalle écoulé entre l'apparition des bulles.

Les fractions de saturation étaient calculées au moyen de la courbe de solubilité du sel, donnée par Regnault.

A une température quelconque t_1 nous avons vu que l'on a

$$e_1 = \varepsilon_1 = k^{t_1}.$$

Puisque ε_1 est proportionnel à la tension maximum F_1 de l'eau pure, écrivons

$$e_1 = m F_1 k^{t_1};$$

(1) Voir la description de cet appareil dans le mémoire déjà cité sur la vérification expérimentale des lois de Dalton.

à une autre température t_1, si on admet que le coefficient k soit le même, on aura :

$$e_2 = m F_2 k^{s_2},$$

et en prenant les rapports

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{F_1}{F_2} k^{s_1 - s_2},$$

Désignons, pour abréger, ces rapports par R_e et R et prenons les logarithmes, on aura

$$\log R_1 = \log R_f + (s_1 - s_2) \log k,$$

ce qui permet de calculer log k d'après les données de l'expérience et d'en vérifier la constance. On trouvera les éléments de ce calcul dans le tableau suivant :

t	F_t	RAPPORT $R_f = \frac{F_t}{F_{10}}$	Log R_f	s	Différence $s - 0{,}16$	Intervalles observés i	RAPPORT inverse des intervalles $R_e = \frac{33}{i}$	Log k	k
11	9,79	0,178	$\bar{1}$,25042	0,50	0,34	227	0,145	$\bar{1}$,73839	0,5475
20	17,39	0,316	1,49968	0,33	0,17	115	0,286	1,74580	0,5569
40	54,91	1	0	0,16	0	33	1	.....	.....
35	41,82	0,761	$\bar{1}$,88138	0,18	0,02	44	0,750	$\bar{1}$,68400	0,4830
32	35,36	0,644	$\bar{1}$,80888	0,21	0,05	53	0,622	$\bar{1}$,69820	0,4992
29	29,78	0,542	$\bar{1}$,73400	0,23	0,07	63	0,523	$\bar{1}$,77858	0,6006
26	24,99	0,455	$\bar{1}$,65801	0,25	0,09	76	0,434	$\bar{1}$,77440	0,5948
22	19,66	0,358	$\bar{1}$,55388	0,30	0,14	100	0,330	$\bar{1}$,74735	0,5594
									3,3414
								Moyenne..	0,5485

Le nombre k ainsi calculé présente des divergences très notables; cela tient au procédé d'observation, qui est, ainsi que je l'ai démontré, beaucoup moins précis que ceux où on fait usage de la balance. Les quatre figures que j'ai conservées aux nombres de la dernière colonne ne représentent que la lecture brute des tables de logarithmes; un examen scrupuleux du degré d'approximation possible montre qu'il faudrait même en toute conscience les réduire à deux. Quoi qu'il en soit, si l'on prend la

moyenne de tous ces nombres, on trouve pour k une valeur qui coïncide remarquablement avec celle obtenue précédemment :

Coefficient calculé avec la même solution à diverses températures	0,5185
Coefficient calculé avec des solutions à divers titres, à la même température	0,5470

On doit donc admettre que le coefficient k est constant à toute température.

Évaporation d'un mélange de liquides.

Les cas où le corps dissous s'évapore lui-même présentent de telles complications, que j'ai dû me borner à n'en étudier spécialement qu'un petit nombre. Comme exemple d'un mélange de deux liquides, j'ai choisi celui de l'eau et de l'alcool, et j'ai comparé, comme précédemment, l'évaporation de chacun de ces liquides en mélange à celle qui aurait eu lieu s'ils avaient été isolés. L'évaporation totale du mélange étant déterminée par une différence de pesées, j'ai calculé la perte en alcool au moyen de la diminution du degré alcoométrique, et la perte en eau par la différence entre l'évaporation totale et celle de l'alcool. Enfin, placés dans des circonstances identiques, deux autres vases évaporatoires renfermaient, l'un de l'eau pure, l'autre de l'alcool, aussi anhydre que possible.

Dans ces expériences, les divers mélanges étaient faits longtemps d'avance, pour être à l'abri des variations de densité, et renfermés dans des flacons bien bouchés. Les trois vases évaporatoires renfermant l'un l'alcool, l'autre l'eau et le troisième le mélange, étaient abandonnés pendant le même temps dans une enceinte formée d'une caisse en bois assez vaste, dont l'air était desséché au moyen de fragments de chaux vive; l'alcool s'évaporant dans une atmosphère privée de sa vapeur, il fallait que l'eau fût dans les mêmes conditions.

On sait que le mélange de l'alcool et de l'eau se fait suivant des proportions quelconques, dont la grandeur n'a de limites que le volume même du mélange; il faut donc lui appliquer, pour définir la fraction de saturation, ce qui a été dit de la gomme et des corps

appelés colloïdes. La fraction de saturation de l'eau sera le rapport du poids de l'alcool contenu dans le mélange au poids de l'alcool qui occuperait le volume même du mélange; cette définition revient exactement à celle du *degré* observé avec l'alcoomètre centésimal.

Inversement l'alcool, considéré comme tenant en dissolution l'eau, aura pour fraction de saturation l'unité diminuée du degré alcoométrique. Voici le résultat de quatre expériences, choisies parmi les plus concordantes :

DEGRÉ alcoométrique	ÉVAPORATION totale	ÉVAPORATION de l'alcool dans le mélange	ÉVAPORATION de l'eau dans le mélange	ÉVAPORATION de l'alcool pur	ÉVAPORATION de l'eau pure
43,5	0,450	0,360	0,090	0,580	0,290
23,8	0,383	0,303	0,080	0,589	0,157
21,3	0,685	0,543	0,142	1,079	0,254
14,2	1,040	0,797	0,243	1,690	0,360

On voit que l'évaporation de chacun des liquides est retardée. Les tableaux suivants montrent que la loi de ce retard est la même que celle qui concerne les corps solides :

FRACTION de saturation	RAPPORT des évaporations $\frac{e}{\varepsilon}$	Log $\frac{e}{\varepsilon}$	Log k	k
		Eau.		
$\frac{1}{2,298}$	0,310	$\bar{1}$,49146	$\bar{2}$,83114	0,06783
$\frac{1}{4,201}$	0,509	$\bar{1}$,70757	$\bar{2}$,77115	0,05909
$\frac{1}{4,694}$	0,559	$\bar{1}$,74741	$\bar{2}$,81434	0,06521
$\frac{1}{7,042}$	0,675	$\bar{1}$,82930	$\bar{2}$,79793	0,06280
		Alcool.		
$\frac{1}{1,769}$	0,620	$\bar{1}$,79239	$\bar{1}$,62273	0,4195
$\frac{1}{1,395}$	0,515	$\bar{1}$,71181	$\bar{1}$,62391	0,4206
$\frac{1}{1,276}$	0,503	$\bar{1}$,70157	$\bar{1}$,61920	0,4161
$\frac{1}{1,165}$	0,471	$\bar{1}$,67302	$\bar{1}$,62023	0,4171

Dans ces tableaux, j'ai donné, pour plus de simplicité, à la fraction de saturation la forme d'un rapport ayant pour numérateur l'unité.

On peut remarquer combien le coefficient relatif à l'eau est faible.

En définitive, l'évaporation totale du mélange est donnée par la formule

$$E = \varepsilon k^{n} + \varepsilon' k'^{(1-n)}.$$

Évaporation des solutions gazeuses.

Ce cas présente une grande analogie avec le précédent, sauf qu'il n'y a lieu de s'occuper que de l'évaporation du liquide dissolvant, le gaz n'existant pas à l'état liquide pour la température à laquelle on opère.

J'ai choisi la solution aqueuse d'acide carbonique et celle du gaz ammoniac comme se prêtant le mieux aux dosages rapides que nécessite ce genre d'expérience (1). Toutefois il surgit dans le détail tant de difficultés d'expérimentation, que je ne puis donner ces deux séries d'expériences qu'à titre d'essai; les résultats, quoique vérifiant grossièrement la loi déjà trouvée, ne présenteraient pas une précision suffisante pour la prouver à eux seuls.

Quant à la manière d'opérer, elle est toujours la même : l'évaporation totale de la solution et celle de l'eau pure dans les mêmes circonstances, s'obtiennent à l'aide de la balance. La perte de gaz se détermine par des analyses volumétriques exécutées avant et après l'expérience (2).

Il reste à déterminer la fraction de saturation. D'après la

(1) Au point de vue chimique, on pourrait objecter que ces deux liquides ne sont peut-être pas de simples solutions de gaz, car l'un renferme l'acide hydraté et l'autre l'oxyde d'ammonium. Je me crois autorisé à ne pas tenir compte, au point de vue purement physique, de ces considérations théoriques, puisque, dès que le corps dissous est mis en liberté par une cause quelconque, il prend la forme de gaz ammoniac ou d'anhydride carbonique, et que d'ailleurs les réactions chimiques sur lesquelles s'appuient ces considérations théoriques ne se passent qu'entre liquides.

(2) Ces dosages volumétriques devaient être très rapides. Dans le cas de la solution sursaturée d'acide carbonique, il importait surtout de ne faire qu'un seul transvase

définition adoptée, il faut comparer le poids du gaz contenu dans le liquide (et que donnent les analyses) au poids que celui-ci contiendrait à égal volume sous la même pression et à la même température. Pour plus de commodité, j'ai supposé ces conditions constantes 760 millimètres pour la pression et 15 degrés pour la température. Le coefficient de solubilité a été pris égal à 1 pour l'acide carbonique et à 740 pour l'ammoniaque.

L'expérience avait lieu, comme pour l'alcool et l'eau, dans une enceinte limitée, mais suffisamment vaste. Dans le cas de l'acide carbonique, les deux vases étaient disposés l'un à côté de l'autre; des fragments de potasse caustique en morceaux privaient l'air de l'enceinte à la fois d'eau et d'acide carbonique, afin que les deux gaz pussent se dégager dans une atmosphère à peu près *sèche* au point de vue de l'un et de l'autre.

Dans le cas de l'ammoniaque, le dégagement du gaz étant très abondant, on a surtout à craindre que l'eau pure ne dissolve une portion notable du gaz qui s'échappe de l'autre vase. Il fallait, pour éviter cette cause d'erreur, éloigner le plus possible les deux vases. Pour cela, l'enceinte, composée d'une caisse en bois, ainsi qu'il a été dit, était partagée par une cloison horizontale en deux compartiments; l'eau était placée dans le compartiment inférieur, le liquide ammoniacal dans le compartiment supérieur. De plus, chacun des deux vases évaporatoires était accompagné d'un autre vase plat renfermant de l'acide sulfurique.

Les conditions de similitude de circonstances sont de cette façon toutes observées, sauf une : la température de la dissolution ammoniacale est constamment plus basse que celle de l'eau pure.

---

ment, et avec le moins d'agitation possible. J'ai dû imaginer pour cela un procédé qui, s'il n'est pas susceptible d'une grande exactitude, ni d'une sensibilité particulière, donne néanmoins de bons résultats, une fois qu'on l'a pratiqué, qu'on s'y est fait la main. J'ai remarqué qu'en versant une solution concentrée d'acide carbonique dans de l'eau de chaux, on saisit très exactement le moment où le précipité se redissout. Sans entrer dans les détails qu'on peut se figurer sur les manipulations nécessaires, je dirai que, d'après les notions que l'on possède sur la solubilité du carbonate de chaux, et les quelques expériences préliminaires que j'ai dû faire, 5 centimètres cubes d'eau de chaux exigent pour la précipitation et la dissolution $0^{gr}03$ d'acide carbonique.

Cette dissolution se comporte à la manière des liquides volatils; abandonnée à elle-même en masse peu considérable, elle se refroidit jusqu'à production d'une différence de température qui devient constante au bout d'un certain temps. Des expériences préalables m'ayant donné (dans un air calme) à 15 degrés une différence de 3 degrés, il suffisait dès lors de corriger l'évaporation observée de l'eau pure, en la diminuant dans le rapport des tensions maxima correspondantes à 15 et à 12 degrés, c'est-à-dire dans le rapport $\frac{10,457}{12,699} = 0,8156$.

Les deux tableaux suivants, disposés comme je l'ai fait pour le cas de l'alcool et de l'eau, montrent qu'en prenant le logarithme du rapport des évaporations et en le divisant par la fraction de saturation, on a encore un nombre suffisamment constant, ce qui démontre que la loi exponentielle indiquée est commune à toutes les substances en dissolution :

Évaporation de la solution d'acide carbonique.

FRACTION de saturation	ÉVAPORATION totale de la dissolution	PERTE d'acide carbonique	ÉVAPORATION de l'eau dans la dissolution e	ÉVAPORATION de l'eau pure ε	RAPPORT $\frac{e}{\varepsilon}$	Log $\frac{e}{\varepsilon}$	Log k	k
2,35	0,555	0,070	0,485	0,310	1,50	0,17609	0,0749	1,18
1,72	0,270	0,030	0,240	0,155	1,55	0,19033	0,1106	1,29
1,29	0,300	0,020	0,280	0,200	1,40	0,14613	0,1132	1,30
1,01	0,175	0,020	0,155	0,120	1,29	0,11038	0,1094	1,28
0,82	0,265	0,015	0,250	0,200	1,25	0,09691	0,1181	1,31
0,71	0,210	0,015	0,195	0,158	1,25	0,09691	0,1365	1,37
0,250	0,240	0,015	0,225	0,210	1,070	0,02938	0,11750	1,311
0,168	0,195	0,012	0,183	0,175	1,046	0,01953	0,11618	1,306

Évaporation de la dissolution du gaz ammoniac.

FRACTION de saturation	ÉVAPORATION totale de la dissolution	PERTE de gaz ammoniac	ÉVAPORATION de l'eau dans la dissolution e	ÉVAPORATION de l'eau pure ε	RAPPORT $\frac{e}{\varepsilon}$	Log $\frac{e}{\varepsilon}$	Log k	k
0,471	1,415	1,286	0,129	0,085	1,41	0,14922	0,316	2,07
0,287	0,930	0,832	0,098	0,075	1,30	0,11394	0,397	2,49
0,234	0,730	0,632	0,098	0,080	1,22	0,08635	0,369	2,34
0,140	0,690	0,569	0,121	0,110	1,10	0,04139	0,295	1,98

Dans le cas de l'acide carbonique, le tableau commence par des dissolutions sursaturées; on y voit aussi la fraction de saturation 1,01 très voisine de l'unité; j'avais en effet cherché à réaliser la saturation exacte en abandonnant à elle-même pendant longtemps une solution sursaturée.

Les deux derniers liquides, qui ont des fractions de saturation plus faibles, ont été analysés par le procédé au chlorure de baryum, plus précis que celui qui a servi aux précédents; aussi ai-je cru devoir conserver trois chiffres au rapport qui les concerne.

On peut remarquer qu'à partir de la fraction de saturation 1,01 et au-dessus, la loi ne se vérifie plus exactement; le coefficient k va en diminuant. Cette anomalie doit évidemment être attribuée à une cause d'erreur inhérente à la manière de procéder : l'opération du dosage volumétrique exige des transvasements successifs qui, bien que faits avec rapidité, renouvellent et augmentent la surface d'évaporation et permettent de s'échapper à une portion du gaz, qui serait restée dans le liquide si celui-ci eût conservé son immobilité. On obtient donc une perte d'acide carbonique trop considérable, et comme la perte en eau est calculée par différences, on a pour cette dernière un nombre trop petit. Il est d'ailleurs impossible de pousser les expériences plus loin; à ce degré de sursaturation, les dissolutions sont en général recouvertes de bulles qui présentent une autre cause d'erreur.

Dans le cas de l'ammoniaque, dont la tension est considérable à la température ordinaire, la rapidité des opérations est tout aussi essentielle; aussi, quoique mes pesées à trois chiffres soient très exactes, je n'ai cru devoir en conserver que deux au rapport $\frac{e}{\varepsilon}$.

En résumé, il ressort de l'examen de ces tableaux :

1° Que l'évaporation de l'eau est activée dans ces deux cas, puisque le coefficient k est plus grand que l'unité;

2° Que la loi déjà énoncée pour les dissolutions salines s'applique probablement encore au cas des gaz au-dessus comme au-dessous du point de saturation.

DEUXIÈME PARTIE.

Évaporation des liquides mélangés à des corps insolubles.

Les corps qu'on peut mettre réellement en suspension dans un liquide se réduisent à ceux dont le poids spécifique n'est pas trop différent de celui du liquide : dans l'eau, par exemple, on peut mettre des quantités plus ou moins grandes d'amidon, de cellulose, etc.

Les corps plus lourds se précipiteraient au bout de très peu de temps et laisseraient au-dessus d'eux une épaisseur de liquide limpide, si on n'avait pas soin d'en mettre assez dans le vase évaporatoire pour que leur surface ne soit en quelque sorte que baignée par le liquide.

Enfin, en suivant le même ordre d'idées, j'ai été amené à composer une surface en quelque sorte artificielle, c'est-à-dire formée d'un corps solide imprégné de liquide : une feuille de papier, par exemple, un tissu, etc.; pour cela, le vase évaporatoire étant toujours cylindrique et plat, un anneau de liège entrait à frottement dans le vase et servait de support à la surface dont on voulait étudier l'influence. Si celle-ci était plus légère que le liquide, deux ou trois épingles la fixaient sur le liège, et dans tous les cas le liquide devait le surmonter d'une faible hauteur, toujours inférieure à 1 millimètre.

Le procédé est toujours celui de la comparaison des pesées : deux vases, l'un renfermant les substances en question avec le liquide, l'autre le liquide pur, étaient mis en expérience en même temps et dans des conditions identiques, et, comme pour les solutions salines, je prenais les rapports des pertes de poids obtenues dans le même temps.

Les rapports consignés dans les tableaux suivants sont des moyennes de plusieurs expériences semblables; ils ont été obtenus

en prenant pour numérateur la perte de poids du liquide mélangé à des solides et pour dénominateur l'évaporation de l'eau pure dans les mêmes circonstances :

1° Corps en suspension dans l'eau.

Amidon délayé à froid	1,28
Empois d'amidon fait à chaud, puis refroidi	1,53
Pâte de cellulose destinée à la fabrication du papier	1,38
Sciure de bois (pin maritime)	1,22
Gomme adragante gonflée	1,25

Je dois faire observer que ces nombres ne peuvent pas être donnés comme des coefficients absolus, mais qu'ils ne sont destinés qu'à fournir des indications sur le sens dans lequel agit l'intervention des corps en suspension : ici, l'évaporation de l'eau est bien évidemment activée. Il resterait à établir l'influence de la quantité de matière; je l'ai essayé pour l'amidon à l'état de poudre et à l'état d'empois : en délayant le liquide primitif dans un volume d'eau deux, trois fois plus grand, j'ai obtenu des rapports décroissants, mais aucune de ces expériences n'a pu m'amener à un résultat traduisible en formule. Sans doute le corps en suspension n'est jamais répandu d'une manière uniforme et homogène aux environs de la surface.

2° Corps insolubles précipités et surfaces artificielles.

Ici il n'en est pas de même que pour le cas précédent. Le vase évaporatoire était toujours rempli du corps insoluble mouillé et les surfaces étaient toujours identiques à elles-mêmes. On peut donc considérer les rapports ci-dessous comme de vrais coefficients d'évaporation :

Évaporation de l'eau mélangée des corps suivants :

Carbonate de chaux (précipité chimique)	1,32
Hydrocarbonate de magnésie	1,29
Kaolin blanc	1,09
Argile plastique	1,05
Sesquioxyde de fer (colcothar)	1,03
Ocre jaune	1,02
Marne limoneuse de la Garonne	1,25

Évaporation de l'eau sur une surface de :

Papier à filtrer commun, gris	1,11
Papier à filtrer blanc	1,12
Papier dit *suédois,* moins serré que le précédent	1,06
Tissu de coton	1,28
Tulle de soie	1,05
Étoffe de laine	1,04
Vessie	1,08
Toile de fer galvanisé (mailles de plus de 2 millimètres)	1,25
Toile de laiton (mailles plus fines)	1,23

Les expériences sur les divers papiers ont eu pour but de discuter le fonctionnement de l'appareil de M. Piche, dont je reparlerai plus loin. On remarquera que le rapport relatif aux tissus de coton se rapproche de celui de la pâte à papier, qui est également de la cellulose au même degré de pureté. Le nombre faible, relatif au tulle de soie, s'expliquerait par la faiblesse même de la masse de ce tissu; mais il est singulier que l'étoffe de laine, dont la masse est beaucoup plus considérable, donne un rapport tout aussi voisin de l'unité. Il est à remarquer également que la vessie donne un rapport qu'on peut encore identifier avec le précédent. Il y a donc lieu de rapprocher les membranes et les tissus d'origine animale; les unes et les autres n'augmentent que très peu la vitesse d'évaporation de l'eau.

Les liquides autres que l'eau donnent avec des substances diverses des résultats variables, dont le tableau suivant peut donner une idée :

	CÉRUSE	CARBONATE de chaux	PAPIER	TOILE de coton	TULLE de soie	TOILE métallique
Alcool éthylique	1,4	1,0	0,7	0,6	1,6	1,0
Alcool méthylique	1,1	1,1	0,8	0,8	1,1	1,2
Éther	1,0	1,0	0,9	0,8	0,9	0,9
Benzine	1,0	1,0	1,6	1,4	1,2	1,8
Essence de térébenthine	0,7	0,8	0,8	0,6	0,7	0,7
Essence de pétrole	0,9	0,9	1,3	1,5	1,0	1,2
Sulfure de carbone	1,0	0,9	0,7	0,6	0,9	0,8

Il ressort à première vue de l'examen de ces rapports :

1° Que la vitesse d'évaporation des liquides plus volatils que l'eau subit de la part des corps étrangers une influence tantôt accélératrice, tantôt retardatrice;

2° Les composés minéraux sont ceux qui exercent la moindre influence;

3° La cellulose, au contraire, soit à l'état de papier, soit à l'état de tissu, exerce une action sensible, *accélératrice* sur les carbures d'hydrogène, *retardatrice* sur les liquides oxygénés et le sulfure de carbone (1).

On pourrait se demander quelle est l'influence de la température sur les rapports ci-dessus. Je me suis borné, pour répondre à cette question, à quelques expériences sur des liquides très volatils

TEMPÉRATURE	ÉVAPORATION du liquide mélangé	ÉVAPORATION du liquide pur	RAPPORT
Éther et Carbonate de chaux.			
28	1,46	1,33	1,09
18	0,98	1,00	0,98
12	0,91	0,89	1,02
Éther et Papier.			
25	1,40	1,41	0,99
17,5	1,75	1,81	0,97
11,3	0,89	0,88	1,01
Sulfure de carbone et Carbonate de chaux.			
27	1,15	1,18	0,97
17,8	0,66	0,70	0,94
12,1	1,70	1,77	0,96
Sulfure de carbone et Papier.			
21,5	0,80	1,12	0,71
18	0,65	0,90	0,72
11,8	0,77	1,08	0,71

(1) L'essence de térébenthine paraît faire exception; mais on sait que ce liquide absorbe l'oxygène de l'air, et il est possible que, de ce fait, les nombres donnés ci-dessus soient entachés d'inexactitude. Quoique j'aie pris la précaution de faire évaporer ce liquide dans une atmosphère d'acide carbonique, il a pu absorber un peu d'oxygène pendant le transport du vase sur le plateau de la balance.

dans des conditions de température aussi différentes que me l'ont permis les variations atmosphériques. J'ai trouvé des rapports concordants, du moins dans les limites de l'approximation qu'il était permis d'espérer. Je ferai remarquer de nouveau que la pesée d'un liquide tel que le sulfure de carbone ou l'éther doit être faite avec une rapidité extrême, et que, par suite de cette condition, il règne sur le chiffre des centigrammes lui-même une certaine incertitude.

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS.

Les résultats précédents peuvent se résumer ainsi :

1° L'évaporation d'un liquide est modifiée par la présence des corps qu'il tient en dissolution; l'évaporation de la dissolution est égale à celle qui aurait eu lieu avec le liquide pur, multipliée par un coefficient spécifique, élevé à une puissance marquée par la fraction de saturation.

2° Ce coefficient est plus petit que l'unité pour l'eau et les substances salines; l'évaporation de l'eau est donc retardée. Pour les autres liquides, il est tantôt plus grand, tantôt plus petit que l'unité.

3° La même loi s'applique certainement au mélange de deux liquides et probablement aussi aux solutions gazeuses.

4° La présence des corps solides insolubles, immergés dans le voisinage de la surface, modifie également l'évaporation des divers liquides; celle de l'eau est toujours accélérée par ce fait.

Si on cherche les causes de ces modifications de l'évaporation, on songera tout d'abord à la conductibilité et à la capacité calorifique des corps en présence.

Si le corps dissous ou mélangé a une capacité calorifique plus faible, par exemple, que le liquide, comme il tient la place d'une certaine quantité de celui-ci et ne peut fournir autant de chaleur

dans le même temps, il se formera évidemment moins de vapeur. Le contraire arrivera si sa chaleur spécifique est plus grande que celle du liquide.

Si le corps dissous ou mélangé a un pouvoir conducteur plus grand ou plus petit que le liquide, la vapeur en formation pourra, par une raison analogue, trouver dans la masse plus ou moins de chaleur.

Mais quand on veut vérifier ces prévisions, on se heurte à une difficulté qui consiste en ce que les corps les plus conducteurs ont en général la moindre capacité calorifique; il se produira donc dans certains cas une compensation plus ou moins complète des effets produits, et la prépondérance de l'une ou de l'autre cause ne sera pas toujours facile à expliquer.

Dans les solutions salines aqueuses, l'influence de la chaleur spécifique doit passer en première ligne, car tout étant liquide, les mouvements et les courants intérieurs ou superficiels se font sans obstacles, et la chaleur nécessaire à la vaporisation peut être puisée à une profondeur sensiblement la même dans tous les cas, sans l'intervention de la conductibilité.

La même explication convient à l'alcool tenant en dissolution de l'acide tartrique; mais les chaleurs spécifiques du sulfure de carbone et de soufre étant à peu près égales (0,22 et 0,20), la forte augmentation de l'évaporation peut difficilement s'expliquer par une plus grande conductibilité.

Il en est de même de l'alcool et de l'eau : ces deux liquides voient leur évaporation diminuer par le fait de leur mélange. Cela prouve que pour l'un au moins des deux liquides l'explication ci-dessus est insuffisante.

Dans le cas des solides insolubles, les courants sont à peu près nuls; la chaleur est prise au corps solide, et dans la plupart des cas la conductibilité agit pour augmenter l'évaporation. Toutefois cette explication, satisfaisante pour le cas des toiles métalliques, devient faible pour le cas des membranes ou des tissus de nature animale.

Dans toutes ces circonstances en litige, il n'est pas d'ailleurs

nécessaire d'imaginer une nouvelle cause physique; l'attraction moléculaire, qui varie avec les corps en présence, peut bien intervenir ici concurremment avec les deux autres causes.

De l'observation de l'évaporation en météorologie.

Bien des instruments différents ont été imaginés pour observer l'évaporation de l'eau en météorologie. Quand il s'agit de l'eau pure, on se sert en général d'un vase plein d'eau, à large surface, et portant un flotteur qui accuse et enregistre même au besoin les variations du niveau du liquide. Il existe aussi un petit appareil très ingénieux, dû à M. Piche, dans lequel l'eau s'évapore sur un disque de papier sans colle placé à la partie inférieure d'une petite éprouvette renversée : l'air remonte en bulles imperceptibles pour remplacer l'eau à la partie supérieure de l'éprouvette, et on peut observer à chaque instant l'évaporation en lisant le niveau de l'eau sur une graduation appropriée.

Cet évaporomètre a dû à sa simplicité et à la facilité de sa manipulation d'être adopté dans tous les observatoires. A Montsouris, M. Moureaux, qui en a suivi pendant longtemps les indications, a reconnu qu'il donne un résultat constamment moindre qu'un évaporomètre à large surface placé sous le même toit; cela tient surtout à ce que l'éprouvette se refroidit plus que l'évaporomètre à grande masse d'eau, à cause de sa faible masse et de sa forme. On pourrait alléguer aussi que l'évaporation s'y fait à la partie inférieure de la colonne d'eau, ce qui ne permet pas le renouvellement de la couche déjà refroidie; mais je crois cette cause sans grande influence, d'après quelques expériences qui seront citées plus loin. Le refroidissement peut donc non seulement compenser l'influence accélératrice de la présence du papier, mais même agir en sens inverse.

Si donc un vase évaporatoire de grande masse peut seul donner une idée exacte de l'évaporation de l'eau pure dans un bassin, un

lac, etc., en revanche l'évaporomètre Piche pourra être utile pour comparer en un même lieu par des observations rapides les évaporations dans diverses circonstances.

Voici quelques expériences ayant pour but de rechercher, dans ce dernier instrument, l'influence de l'étendue et de la nature de la surface. Deux évaporomètres à surfaces différentes étaient placés à côté d'un vase évaporatoire ayant une surface sensiblement égale à celle de l'un d'eux et contenant une masse de liquide à peu près égale à celle de chacun d'eux : l'influence du refroidissement était ainsi la même pour les trois instruments. L'évaporation dans le vase à surface libre était obtenue par des pesées.

	ÉVAPORATION PENDANT			
	4 heures	6 heures	9 heures	12 heures
Évaporomètre n° 1, papier de 15 millim., surface 1235^{mmq}.	0,350	0,650	1,900	2,650
Évaporomètre n° 2, papier de 19 millim., surface 549^{mmq}.	0,100	0,250	1,000	1,600
Vase H en verre, surface 1245^{mmq}.	0,320	0,275	1,500	2,310

Dans le vase H et l'évaporomètre n° 1, l'évaporation a lieu sur des surfaces qu'on peut considérer comme égales sans erreur sensible. Les rapports des évaporations de l'instrument à l'évaporation vraie sont :

Pour 4 heures.....	1,09
Pour 6 heures.....	1,13
Pour 9 heures.....	1,26
Pour 12 heures.....	1,25

On voit que ces nombres vont en croissant pour se maintenir ensuite à 1,26 ou 1,25 lorsque le papier fonctionne depuis longtemps. Ce nombre est précisément le coefficient qui convient au papier, à la cellulose et au coton.

L'évaporomètre n° 2, à plus petite surface, ne donne de résultats

concordants ni avec le premier ni avec le vase H. Il faut donc renoncer à des surfaces aussi petites.

Quant à l'influence de la nature du papier, j'ai reconnu que le papier généralement en usage pour cet instrument peut être indifféremment remplacé par la plupart des papiers à filtrer en usage dans les laboratoires de chimie.

LES

RÉSEAUX TÉLÉPHONIQUES

DE BORDEAUX

PAR M. AUGUSTE BONEL

Directeur de l'Agence de la Société générale des Téléphones.

I.

RÉSEAU DE LA SOCIÉTÉ

Appelé en 1880 à établir le réseau de la Société générale des téléphones à Bordeaux, après une longue attente, c'est en mars 1881 seulement que j'ai pu commencer à le faire fonctionner.

Les difficultés rencontrées furent cause de ces longs retards. L'incrédulité et la routine, opposées aux efforts employés à faire triompher l'entreprise, faillirent en compromettre le succès; car au bout de huit mois, avec un seul abonné, il était assez naturel de se laisser aller au découragement. Les objections présentées provenaient du téléphone lui-même, on se rappelait l'appareil employé à l'Exposition de 1878 et jamais on ne voulait admettre que, même avec des perfectionnements, on arriverait à un résultat sérieux. D'autre part, on se refusait à accepter une innovation dérangeant les vieilles habitudes, adoptées par les ancêtres et transmises avec respect de génération en génération.

Le premier noyau d'abonnés se forma de négociants possédant deux points à relier. On parla de son comptoir à son chai; puis, trouvant le moyen commode, les abonnés conversèrent entre eux, ensuite quelques courtiers prirent le téléphone. Ils amenèrent

beaucoup d'adhésions et il en résulta que d'autres négociants, mécontents de voir les courtiers favoriser les possesseurs du nouvel instrument, suivirent le courant; si bien que beaucoup de personnes, ayant tout d'abord accueilli ce moyen de correspondance avec indifférence et quelquefois avec dédain, ne voudraient pour beaucoup s'en passer aujourd'hui.

Il ne fallait pas seulement vaincre les difficultés pour trouver des abonnés; il pouvait s'en rencontrer encore d'autres. Le cahier des charges imposait la construction des lignes par l'État. On devait en outre faire accepter le réseau souterrain par la municipalité et obtenir les autorisations nécessaires des administrations diverses et des particuliers.

Il m'est très agréable de déclarer que dans ces questions souvent très ardues j'ai rencontré l'accueil le plus favorable des fonctionnaires de tout ordre. Quoiqu'en acomplissant strictement son mandat, chacun a bien voulu donner son appui à l'entreprise naissante.

Je voudrais en dire autant des propriétaires dont les maisons ont à supporter les poteaux qui soutiennent les fils. Il s'en trouve de très complaisants; mais j'ai le regret de constater que certains abusent de la situation. Plus d'un, profitant de l'occasion, a su faire réparer gratuitement sa toiture ou remplacer sa tapisserie endommagée par des gouttières dont les agents téléphonistes étaient parfaitement innocents. Dans les commencements, une malveillance intéressée répandit le bruit que les poteaux formaient autant d'attire-foudre. C'est absolument faux, et même une expérience de quatre ans m'a prouvé au contraire que le réseau préservait les maisons, en servant de paratonnerre. L'électricité condensée dans l'atmosphère trouve par les fils, pour s'écouler dans le sol, une foule de conducteurs, et, en cas de fort orage, on a seulement vu les indicateurs tomber au bureau central et entendu tinter les sonneries chez les abonnés.

Le réseau téléphonique bordelais se composait, il y a trois ans, de fort peu de lignes. Elles se sont considérablement augmentées, on en jugera par les chiffres suivants :

En août 1881, on comptait : 27,000 mètres de fils aériens ; 36,000 câbles sous plomb et 120,000 câbles ordinaires.

En avril 1884, il existait : 201,000 fils aériens ; 59,000 câbles sous plomb et 347,000 câbles ordinaires.

On remarquera l'énorme accroissement du réseau aérien comparativement aux autres. C'est que les câbles avaient été placés en attente. Le chemin était à moitié fait. Il a fallu, pour relier les abonnés, simplement de distance en distance transformer les conducteurs souterrains en aériens.

La pose des fils en l'air commence à causer de sérieux embarras pour les lignes d'intérêt privé ; leur aspect est disgracieux, tandis que les fils de la Société, placés sur les toits les plus élevés, ne blessent en rien la vue de l'observateur et ne se découvrent même qu'après un examen assez soutenu.

Dans les premiers temps, le fil employé à Bordeaux était en acier de deux millimètres. La plus longue portée construite avec ce conducteur a été de deux cent vingt mètres ; mais malgré sa galvanisation, après deux ans de service, il s'est réduit à cause de l'humidité, dans certains endroits, à un millimètre d'épaisseur, ce qui nécessite son changement.

Si les fils aériens présentent de grands avantages, leurs inconvénients sont nombreux. Les premiers se résument dans l'économie et la facilité de les réparer. Ils donnent peu d'induction ; mais par contre le bruit causé par le vent et les mélanges est difficile à éviter. J'ai combattu le premier au moyen de sourdines en caoutchouc. Cette matière se durcissant à l'air, j'ai employé avec plus de succès le chanvre pour entourer le fil en contact avec la cloche en porcelaine ; toutefois, je n'ai obtenu de résultat complet qu'avec un conducteur en bronze de onze dizièmes de millimètre. Avec d'autres fils, l'inconvénient du vent est fort grave. Parfois le bruit est insupportable, surtout si le support est placé contre un mur plein. On entend alors résonner le fil dans tout le bâtiment. Il est préférable de mettre le poteau sur le faîtage au-dessus d'un grenier. Il existe dans ce cas une couche d'air qui, en partie du moins, empêche le son de se propager.

Il est à remarquer que le côté d'où souffle le vent produit un bruit plus ou moins désagréable. Ainsi pendant une forte tempête venant de l'Ouest, on l'entend faiblement; tandis que la bise, même légère, donne un ronflement sonore comme une grosse cloche ou le grondement de la vapeur qui se condense. J'ai remarqué aussi que le temps passant du chaud au froid produisait un son très étendu pendant quelques instants.

J'ai mis à l'épreuve un nouveau fil de bronze fabriqué à Angoulême par M. Lazare Weiller. Il se compose de cuivre et d'étain et, au lieu d'y mélanger du phosphore au moment de la fusion, on y introduit du silicium.

M. L. Weiller assure à ses fils aériens une conductibilité de 97 à 98 p. %, une ténacité de 45 à 46 kilogrammes par millimètre carré, et enfin ils ne se rompent qu'avec 1 p. % d'allongement seulement.

J'ai employé du fil de onze dizièmes de millimètre. Ce diamètre, un peu faible, donne trop de ruptures, et je n'en fais usage que si le bruit du vent m'y oblige; autrement, je place du fil de deux millimètres, bien qu'il revienne à un prix assez élevé; il offre de grands avantages pour la solidité et pour l'audition téléphonique.

Dans un temps donné, à cause de l'accroissement du nombre des fils, on devra employer des câbles souterrains. En outre, il existe des villes dont la topographie réclame des artères souterraines. Telle est la ville de Bordeaux étendue sur la rive gauche de la Garonne, offrant plus de largeur que de profondeur. On ne peut charger les maisons d'une trop grande quantité de fils aériens, et des réseaux de ce genre avec cent ou deux cents conducteurs sont absolument impossibles. Bordeaux exige donc beaucoup de câbles sous terre. Ainsi que je l'ai dit dans une première notice (1), le réseau est formé de fils aériens partant de chez les abonnés et devenant pour la majorité souterrains, placés dans deux égouts, les autres dans des tuyaux en ciment qui aboutissent au bureau

(1) Voir les *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles*, 2e série, tome V, page 27.

central. Les lignes aériennes directes n'ont pas sensiblement augmenté, sauf deux réseaux de dix fils chacun, allant rue Esprit-des-Lois et rue Lafayette.

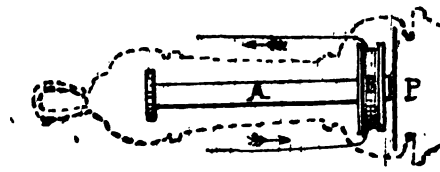
Les réseaux en égout emploient celui des Quinconces, en laissant des câbles jusqu'à la rue Huguerie. Les fils, devenus aériens, vont rue Fondaudège jusqu'à la Croix-de-Seguey, en alimentant les abonnés situés sur ce parcours. L'autre égout est celui du Peugue, renfermant des fils sous plomb greffés au grand réseau des quais. Ces fils sont semés cours d'Alsace-et-Lorraine, cours Saint-Jean, rue du Palais-de-Justice et rue Nauville. De là, les lignes aériennes s'étendent dans une partie des quartiers du sud et de l'ouest. Le réseau du bureau central à la place de Bourgogne dessert la Bourse, la Bastide par le pont de pierre, le quartier Saint-Michel et se termine en Paludate. L'artère du central à la rue Lucien-Faure relie les abonnés des quais Louis XVIII, des Chartrons et de Bacalan, en même temps ceux des rues voisines comprises entre le cours du Jardin-Public et celui de Balguerie-Stuttenberg. Arrivé aux docks, le réseau devient totalement aérien. Il contourne le bassin à flot et s'arrête rue de Lormont. Un nouvel embranchement traverse les Quinconces, les allées de Tourny et la rue Jean-Jacques-Bel, monte sur la tour de la Bibliothèque et rayonne en fils aériens sur les environs.

Enfin, pour augmenter le nombre des fils en Paludate, je fais continuer la tranchée de la porte de Bourgogne sur le quai Sainte-Croix; de cette façon, vingt ou trente fils de plus permettront de satisfaire les abonnés nouveaux qui attendent de ce côté.

Il est permis, sous certaines conditions, de relier des abonnés en dehors de la ville. Il en existe fort peu, quelques-uns à Talence et les autres en Queyries et à Lormont.

La Société se sert pour le service de ses abonnés du téléphone Bell et du microphone Crossley. Le premier est bien connu, c'est un aimant A (*fig.* 1) au sommet duquel s'enroule du fil de cuivre très fin recouvert de soie faisant partie du circuit. Devant le pôle

garni de cette bobine B, on fixe un diaphragme P ou plaque métallique dite vibrante, enduite d'une légère couche de vernis.



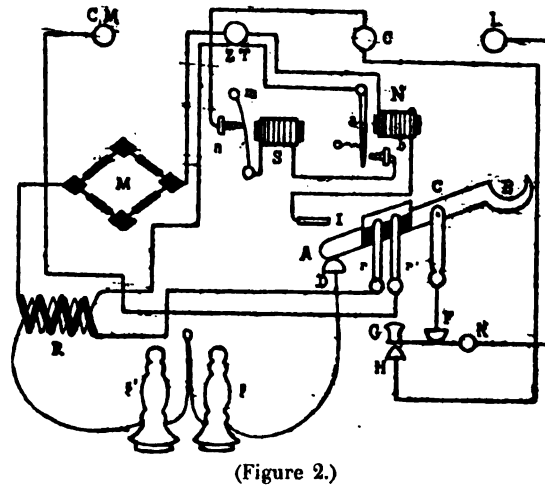
(Figure 1.)

Les vibrations émises au départ par le microphone influencent l'aimant qui, à son tour agissant sur la plaque, reproduit exactement la voix.

Voici la description du microphone Crossley. Remarquons, en passant, que les dispositions intérieures des systèmes se servant du microphone sont toutes les mêmes à peu de chose près.

Dans l'appareil Crossley, les crayons sont en quadrilatère. La plaque vibrante est une planchette de sapin contre laquelle sont fixés les supports des charbons. Le tout est placé dans une boîte renfermant également une sonnerie à relais et une bobine d'induction. Un ressort établit automatiquement la communication, soit avec les téléphones, soit avec le trembleur.

Une barre AB (*fig.* 2) pouvant basculer au point C s'appuie, au



(Figure 2.)

moyen du ressort (non indiqué dans la figure), sur le bouton D.

Son support C communique à l'arrêt F, contre lequel presse GK. Sur le côté de la lame AB se trouve une plaque en ébonite et, au-dessus, une lame de cuivre, cette dernière indépendante de AB, mais se mouvant avec elle. De cette façon, l'appareil étant sur téléphone, les deux ressorts r et r' communiquent entre eux.

La transmission a lieu de la manière suivante : quand on parle devant la planchette, la voix la fait vibrer et imprime son mouvement au microphone M, déterminant des variations de courant dans le gros fil de la bobine R, dont le circuit est ainsi constitué : le négatif du premier élément vient du bouton ZT attaché au zinc et à la terre, traverse MR, les ressorts r et r', et va rejoindre le positif CM. Les modifications du courant principal font naître des courants secondaires dans le fil induit, qui, d'un côté, va à la terre par ZT, de l'autre gagne la ligne par t t et DCK.

La réception s'opère simplement. Les courants induits du correspondant arrivant de la ligne L traversent KCD, ainsi que les téléphones, et aboutissent à la terre par R et ZT.

Lorsqu'on suspend un téléphone en B, la barre bascule. A quitte D et va s'appuyer contre le butoir I; alors r et r' glissent sur la lame d'ébonite et se trouvent isolés. L'appareil est sur sonnerie. Pour produire le signal, il suffit de presser G contre H. G cesse d'être en contact avec F et prend le positif C, tandis que le zinc de la pile entière va à la terre par ZT.

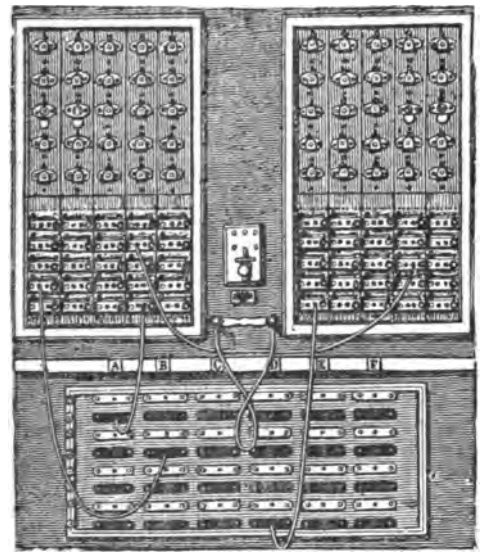
Pour former le signal, le courant du correspondant arrive par L, traverse KFCI, la bobine N du relais et se rend à la terre, en attirant la lame a contre b, ce qui ferme le circuit local de ZT à C, en traversant a, b, S, m et n. De cette façon, le trembleur fonctionne. Le marteau m, sous l'attraction du fer doux de S, quitte n. Alors le circuit est rompu. Il se referme quand m retombe sur n, et ainsi de suite quand le courant vient de L.

Le système employé pour mettre les abonnés en communication était formé jadis de commutateurs suisses et d'indicateurs dont le signal était donné par des lames de fer vulgairement appelées *lapins*. Aujourd'hui, on les a supprimés et voici la description de l'organisation actuelle.

Les fils aériens viennent de la terrasse de la maison occupée par la Société et rejoignent les câbles souterrains qui montent du sol dans des tuyaux en fonte, puis tous suivent des caniveaux en bois jusqu'à un appartement où se trouve une sorte de guérite dont les deux parois latérales possèdent une ouverture circulaire d'un mètre de diamètre, autour de laquelle, à l'extérieur, sont placés des serre-fils à double vis munis d'un paratonnerre à papier. Les câbles, après avoir été répartis en dedans de la guérite, sortent par des trous et se relient symétriquement aux vis des serre-fils, tandis que des fils paraffinés, attachés aux autres bornes plus près du centre, s'étendent par séries de sept sur le bord de l'ouverture circulaire, retenus par des boules en caoutchouc vissées contre le cercle, pour se réunir dans un anneau soutenu au centre de la circonférence en dedans de la guérite au moyen d'appuis en fer. De cette façon, les fils paraffinés s'épanouissent en rosace. Ils retombent jusqu'au sol et, se relevant par séries de vingt-cinq, gagnent au plafond un caniveau qui les mène au bureau central. Sur la rosace auprès des câbles, sont clouées des fiches portant le nom des abonnés et sur les fils paraffinés d'autres indiquent le numéro des fils. Le but de cette rosace est de séparer les communications entre les abonnés et le bureau central, afin de manipuler les fils avec plus de facilité en cas de changement de lignes.

Les fils paraffinés relient la rosace aux tableaux (*fig.* 3). Chaque tableau renferme, par rangées de cinq, vingt-cinq annonciateurs surmontant vingt-cinq blocs appelés jack-knives, avec lesquels ils communiquent séparément, le premier annonciateur avec le premier jack-knife et ainsi de suite. Le jack-knife, d'importation américaine, se compose d'un bloc de cuivre sur le haut duquel est un ressort posé à plat qui sert à amener le courant. Il est fixé sur le tableau au moyen de deux vis; celle de droite est isolée du jack-knife au moyen d'une rondelle en ébonite; elle communique à la terre à travers la bobine de l'annonciateur. Au repos, le bout du ressort touche à cette vis par une légère saillie. Le bloc est percé de deux trous; dans celui de droite dépasse un goujon soudé au ressort, de telle façon que si l'on introduit une fiche

métallique, le ressort soulevé abandonne la saillie de la seconde vis et la communication se trouve interrompue entre le fil de ligne et l'annonciateur.



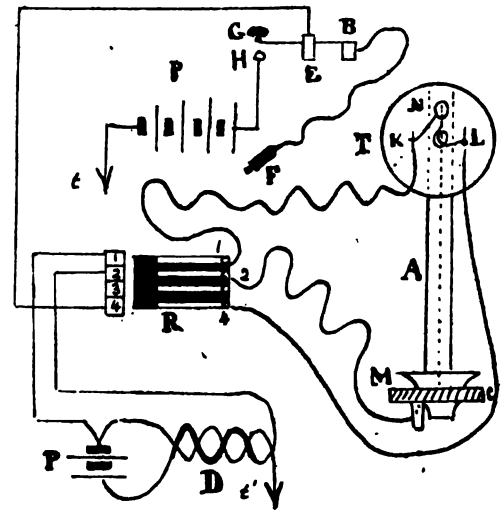
(Figure 3.)

L'annonciateur possède sur le devant du tableau un volet métallique retenu par le prolongement de la palette d'un électro-aimant placé derrière la boiserie. Lorsque l'abonné veut appeler l'attention du bureau central, il appuie sur le bouton de sonnerie de son appareil. Le courant suit la ligne, arrive à la rosace, passe dans le fil paraffiné, traverse le jack-knife et la bobine de l'indicateur pour se perdre à la terre. Alors la palette attirée bascule et le volet tombe en découvrant le numéro. Ce dernier se trouve répété, avec le nom et l'adresse de l'abonné, sur une plaque au-dessus du jack-knife. Le volet en s'abaissant frappe contre un bouton de cuivre et ferme ainsi le circuit local pour actionner une sonnerie d'avertissement qu'on met en fonction seulement pendant la nuit.

Dans la figure 3, les numéros 11, 12, 39 et 40 appellent le bureau central. La disposition pour répondre aux abonnés est un peu plus compliquée. Il existe entre les deux tableaux une clef

d'appel, en dessous de cette dernière une ouverture carrée et, en dessous encore, un cordon souple rouge métallique terminé par une fiche enfoncée au repos dans un bloc.

La clef G B (*fig.* 4) est une lame relevée contre un arrêt E. Le bouton H communique avec le positif d'une pile P d'environ



(Figure 4.)

dix éléments. Au bloc B, supportant la lame, est attaché le cordon rouge précité, et de cette façon, en introduisant la fiche F dans le trou de droite du jack-knife correspondant au numéro découvert, on rompt la communication avec l'indicateur et on la met entre la clef et l'abonné, de sorte que si l'on presse sur le bouton G, la lame quitte l'arrêt E, touche H et lance le courant sur la ligne.

Pour parler à l'abonné, l'employée possède un appareil Edison, transformé et rendu portatif. Il se compose d'un téléphone placé de façon à s'appuyer contre l'oreille, tandis que le transmetteur horizontal et légèrement mobile s'adapte contre la bouche. Les deux instruments sont joints par l'intermédiaire d'un barreau aimanté redressé convenablement et qui joue le rôle de poignée.

Trois fils s'attachent, un bleu et un vert au téléphone, le

troisième, rouge, au transmetteur. Par leur autre extrémité ils sont reliés à des ressorts légèrement bombés fixés sur une plaque d'ébonite qui peut s'adapter hermétiquement dans l'ouverture carrée située au-dessous de la clef. Cette ouverture possède deux montants en cuivre revenant en équerre en bas et en haut, et dans cette dernière partie existent en outre deux petites plaques métalliques qui, avec les montants, forment quatre contacts suffisamment écartés les uns des autres et fixés sur une lame d'ébonite. (Ils sont indiqués dans la figure 4, avec la plaque prête à être glissée dans l'ouverture.) Le fil bleu du téléphone s'attache à la lame 1, le fil vert à la lame 4 et le fil rouge du microphone à la lame 2. Les lames communiquent aux contacts du même numéro. La lame et le contact 3 servent seulement quand il existe un fil de retour.

Supposons la planchette R appliquée aux contacts de l'ouverture, voici comment se forme le circuit de transmission. D'un côté, en quittant la pastille de charbon C, il gagne le négatif de la pile P′ en passant par le fil rouge, la lame et le contact 2; de l'autre, il suit l'aimant A; arrivé en N il est joint à K, traverse le fil bleu, la lame et le contact 1, touche en passant le positif de P′ et se rend à la terre t' à travers le petit fil de D; par conséquent, en parlant devant M, les vibrations vocales déterminent des différences moléculaires dans la pastille de charbon C. Les courants induits développés dans le petit fil se rendent à la ligne par le contact et le ressort 1, le fil bleu, K, N, la bobine du téléphone, L, le fil vert, la lame et le contact 4, E, B, le cordon rouge et F.

La réception par le téléphone s'opère ainsi : les courants induits émis par l'abonné arrivent par F, B, E, le contact et le ressort 4, le fil vert jusqu'à L, d'où ils remontent dans la bobine entourant l'aimant considérablement réduit, pour agir sur la plaque vibrante et ensuite se rendre à la terre par N, K, le fil bleu, le ressort et le contact 1 et enfin le petit fil de la bobine D.

Les blocs situés en dessous des tableaux (*fig.* 3), marqués longitudinalement A, B, C, D, E, F et numérotés perpendiculaire-

ment de 1 à 8, servent à faire correspondre entre eux les tableaux éloignés. Chaque série est reliée par le même fil, ainsi A 1 du premier tableau communique avec A 1 de chaque groupe, A 2 avec A 2 et ainsi de suite, on obtient ainsi le moyen de mettre en rapport quarante-huit abonnés à la fois. Les rangs pairs sont noirs et les impairs jaunes, afin de les mieux distinguer.

En résumé, voici comment s'exécutent les manœuvres :

Quand un abonné veut parler, son volet tombe, l'employée enfonce la fiche F dans le trou de droite du jack-knife de cet abonné, puis elle sonne, introduit la planchette du téléphone dans l'ouverture carrée en dessous de la clef; elle dit ensuite : « voilà, monsieur! » L'abonné donne le nom de la personne qu'il veut entretenir.

Pour parler à l'autre abonné. L'employée place la fiche F dans le trou de droite du jack-knife du second abonné, sonne, puis met son téléphone en communication, appelle l'abonné et lui dit : « avec Monsieur X. » Elle retire la fiche ainsi que l'appareil et replace la première dans le jack-knife de l'abonné appelant, pour l'avertir par un coup de sonnette qu'il peut parler. Elle prend alors un cordon souple vert métallique terminé par deux fiches, enfonce l'une *dans le trou de gauche* du plus bas numéro et l'autre *dans le trou de droite* du numéro supérieur.

Cette différence a pour but de laisser une communication par le premier jack-knife avec son avertisseur et la terre, de façon que si l'un des abonnés sonne, le volet en tombant signale la fin de la conversation.

Cette façon d'opérer ne peut se faire que sur deux tableaux voisins. On irait encore au besoin aux premiers numéros d'un troisième; mais s'il s'agit d'une plus grande étendue, on se sert des conjoncteurs du bas. Je suppose que le numéro 200 veuille parler au numéro 310; on place une fiche d'un cordon vert dans le trou de gauche du jack-knife 200, la fiche d'un second cordon dans le trou de droite du jack-knife 310 et les fiches libres de chaque cordon dans les blocs du bas portant le même numéro et la même lettre.

Comme dans l'autre disposition aussitôt que l'indicateur laissé en dérivation fait tomber son volet, la conversation est terminée et on enlève les cordons.

Dans la figure 3, on a relié les jack-knifes des numéros 17 et 43. Le premier tableau a des communications avec d'autres plus éloignés, par le jack-knife numéro 4 relié au bloc B 4 et le jack-knife numéro 20 en rapport avec le bloc A 2. Le cordon rouge du milieu est au repos et le second tableau a seulement sur les conjoncteurs le bloc D 8 avec le jack-knife numéro 30.

Il existe seize tableaux au bureau central. Ils sont destinés à quatre cents abonnés et il est à supposer qu'ils seront bientôt insuffisants, puisqu'à l'heure qu'il est trois cent trente numéros fonctionnent.

Le réseau de Bordeaux, ainsi qu'on l'a vu par ce qui précède, s'est considérablement développé; on apprécie de plus en plus ce mode de correspondance, de sorte que dans un temps prochain le téléphone sera considéré comme un accessoire indispensable.

Les chiffres suivants donneront une idée de l'accroissement du service. Au mois de novembre 1881, il y avait 146 abonnés avec 825 communications par semaine; en novembre 1882, 233 abonnés et 4,500 communications; au même mois 1883, 298 abonnés et 12,100 communications.

On voit que les abonnés, en tenant compte de leur nombre, ont usé du téléphone dans une forte progression.

II.

RÉSEAU MUNICIPAL.

En 1883, la ville de Bordeaux, sur l'initiative de M. Bayssellance, ingénieur de la marine, adjoint délégué aux travaux publics, et de M. Wolff, ingénieur en chef des ponts et chaussées, directeur des travaux municipaux, a fait établir un réseau destiné à relier les postes d'octroi et de police au moyen du téléphone.

Il y a quelques années, alors que les moyens de correspondance

se trouvaient limités au télégraphe, la ville de Bordeaux avait fait établir des appareils Bréguet pour le service des incendies.

Le télégraphe à cadran, très bon jadis, quand on ne connaissait pas d'autre instrument, est aujourd'hui complètement démodé, on le retire de partout. La Compagnie des chemins de fer du Midi l'abandonne pour le Morse, et les grandes usines le rejettent pour les téléphones; malgré son apparente simplicité, le cadran ne laisse pas que d'être fort compliqué et sous prétexte qu'il n'exige d'autre apprentissage que de connaître ses lettres, on le confie à des mains inexpérimentées, comme les simples pompiers qui, malgré la manœuvre enseignée par le chef télégraphiste, occasionnent des retards par leur mauvaise manipulation; tandis qu'avec un téléphone, les appels seraient entendus d'une façon intelligible et rapide, et c'est justement un service d'une importance aussi majeure qui devrait être muni de cet appareil.

L'instrument téléphonique choisi pour les autres établissements municipaux est l'Ader.

Le réseau téléphonique de la ville comporte les points suivants :

Police,	1er arrondissement,	cours Balguerie-Stuttenberg, 124.
—	2e —	rue Sicard, 4.
—	3e —	rue Jean-Jacques-Bel, 2.
—	4e —	rue de la Franchise, 18.
—	5e —	rue Guiraude, 18.
—	6e —	rue Bonafoux, 28.
—	7e —	rue du Hâ, 22.
—	8e —	rue Sainte-Catherine, 232.
—	9e —	rue de Belleville, 151.
—	10e —	route d'Espagne, 67.
—	11e —	rue Lafargue, 1.
—	12e —	avenue Thiers, 127.
—	le poste	des Docks.
—	—	des Quinconces.
—	—	de la rue Lambert.
—	—	du pont La Bastide.
—	—	de Brienne.
Le cabinet du Préfet.		
—	du Commissaire central.	
Octroi,	la Direction, rue du Loup.	
—	le poste	d'Arès.

Octroi, le poste Croix de Seguey.
— — route de Saint-Médard.
— — route de Toulouse.
— — rue de Pessac.
— — rue de la Benauge.
— — rue Saint-Genès.
— — rue de Lormont.
— — de Brienne.
L'hôpital Saint-André.

Ces lignes seront augmentées dans l'avenir; car la municipalité et ses différents services ont pu apprécier les avantages des téléphones déjà posés.

Il faut encore ajouter au réseau de la ville pour le service des incendies un fil placé gratuitement par la Société entre son poste central et celui de la municipalité; de cette façon les abonnés peuvent signaler un accident grave, un incendie et même au besoin demander les secours médicaux de nuit.

Au bureau central de la Permanence, où tous les fils des services municipaux viennent aboutir, se trouve un appareil à peu près semblable à celui décrit précédemment (voir la *fig.* 3). Il y a deux tableaux chacun de trente annonciateurs et de trente jack-knives; on a supprimé les conjoncteurs et au lieu de la clef à sonnerie et du téléphone Edison, on a placé entre les deux tableaux un Ader grand modèle.

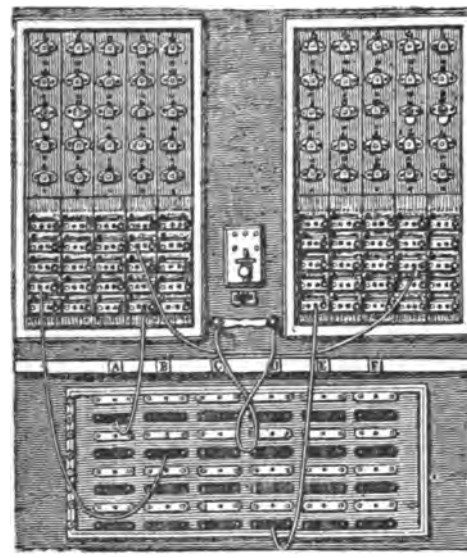
Cet appareil possède un transmetteur et deux récepteurs. Le premier se compose d'une planchette comme le Crossley, seulement les charbons au lieu d'être en quadrilatère sont parallèles. Le système intérieur est le même et un paratonnerre à pointes existe au-dessus de la planche contre laquelle est fixé le système. Il existe quatre boutons en haut et quatre en bas. Ceux du haut communiquent, le premier à gauche avec la ligne, le second et le troisième avec le paratonnerre et la terre et le quatrième avec la sonnerie placée au dehors. Ceux du bas sont reliés le premier et le second à la pile microphonique, le troisième au négatif et le quatrième au positif de la pile d'appel.

On parle, comme dans tous les systèmes de ce genre, devant la planchette et on appuie les cornets des récepteurs contre les oreilles.

Les fils aériens viennent de la terrasse de la maison occupée par la Société et rejoignent les câbles souterrains qui montent du sol dans des tuyaux en fonte, puis tous suivent des caniveaux en bois jusqu'à un appartement où se trouve une sorte de guérite dont les deux parois latérales possèdent une ouverture circulaire d'un mètre de diamètre, autour de laquelle, à l'extérieur, sont placés des serre-fils à double vis munis d'un paratonnerre à papier. Les câbles, après avoir été répartis en dedans de la guérite, sortent par des trous et se relient symétriquement aux vis des serre-fils, tandis que des fils paraffinés, attachés aux autres bornes plus près du centre, s'étendent par séries de sept sur le bord de l'ouverture circulaire, retenus par des boules en caoutchouc vissées contre le cercle, pour se réunir dans un anneau soutenu au centre de la circonférence en dedans de la guérite au moyen d'appuis en fer. De cette façon, les fils paraffinés s'épanouissent en rosace. Ils retombent jusqu'au sol et, se relevant par séries de vingt-cinq, gagnent au plafond un caniveau qui les mène au bureau central. Sur la rosace auprès des câbles, sont clouées des fiches portant le nom des abonnés et sur les fils paraffinés d'autres indiquent le numéro des fils. Le but de cette rosace est de séparer les communications entre les abonnés et le bureau central, afin de manipuler les fils avec plus de facilité en cas de changement de lignes.

Les fils paraffinés relient la rosace aux tableaux (*fig.* 3). Chaque tableau renferme, par rangées de cinq, vingt-cinq annonciateurs surmontant vingt-cinq blocs appelés jack-knives, avec lesquels ils communiquent séparément, le premier annonciateur avec le premier jack-knife et ainsi de suite. Le jack-knife, d'importation américaine, se compose d'un bloc de cuivre sur le haut duquel est un ressort posé à plat qui sert à amener le courant. Il est fixé sur le tableau au moyen de deux vis; celle de droite est isolée du jack-knife au moyen d'une rondelle en ébonite; elle communique à la terre à travers la bobine de l'annonciateur. Au repos, le bout du ressort touche à cette vis par une légère saillie. Le bloc est percé de deux trous; dans celui de droite dépasse un goujon soudé au ressort, de telle façon que si l'on introduit une fiche

métallique, le ressort soulevé abandonne la saillie de la seconde vis et la communication se trouve interrompue entre le fil de ligne et l'annonciateur.



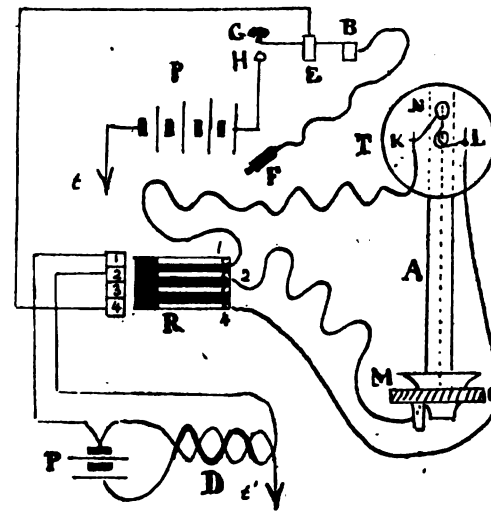
(Figure 3.)

L'annonciateur possède sur le devant du tableau un volet métallique retenu par le prolongement de la palette d'un électro-aimant placé derrière la boiserie. Lorsque l'abonné veut appeler l'attention du bureau central, il appuie sur le bouton de sonnerie de son appareil. Le courant suit la ligne, arrive à la rosace, passe dans le fil paraffiné, traverse le jack-knife et la bobine de l'indicateur pour se perdre à la terre. Alors la palette attirée bascule et le volet tombe en découvrant le numéro. Ce dernier se trouve répété, avec le nom et l'adresse de l'abonné, sur une plaque au-dessus du jack-knife. Le volet en s'abaissant frappe contre un bouton de cuivre et ferme ainsi le circuit local pour actionner une sonnerie d'avertissement qu'on met en fonction seulement pendant la nuit.

Dans la figure 3, les numéros 11, 12, 39 et 40 appellent le bureau central. La disposition pour répondre aux abonnés est un peu plus compliquée. Il existe entre les deux tableaux une clef

d'appel, en dessous de cette dernière une ouverture carrée et, en dessous encore, un cordon souple rouge métallique terminé par une fiche enfoncée au repos dans un bloc.

La clef G B (*fig.* 4) est une lame relevée contre un arrêt E. Le bouton H communique avec le positif d'une pile P d'environ



(Figure 4.)

dix éléments. Au bloc B, supportant la lame, est attaché le cordon rouge précité, et de cette façon, en introduisant la fiche F dans le trou de droite du jack-knife correspondant au numéro découvert, on rompt la communication avec l'indicateur et on la met entre la clef et l'abonné, de sorte que si l'on presse sur le bouton G, la lame quitte l'arrêt E, touche H et lance le courant sur la ligne.

Pour parler à l'abonné, l'employée possède un appareil Edison, transformé et rendu portatif. Il se compose d'un téléphone placé de façon à s'appuyer contre l'oreille, tandis que le transmetteur horizontal et légèrement mobile s'adapte contre la bouche. Les deux instruments sont joints par l'intermédiaire d'un barreau aimanté redressé convenablement et qui joue le rôle de poignée.

Trois fils s'attachent, un bleu et un vert au téléphone, le

troisième, rouge, au transmetteur. Par leur autre extrémité ils sont reliés à des ressorts légèrement bombés fixés sur une plaque d'ébonite qui peut s'adapter hermétiquement dans l'ouverture carrée située au-dessous de la clef. Cette ouverture possède deux montants en cuivre revenant en équerre en bas et en haut, et dans cette dernière partie existent en outre deux petites plaques métalliques qui, avec les montants, forment quatre contacts suffisamment écartés les uns des autres et fixés sur une lame d'ébonite. (Ils sont indiqués dans la figure 4, avec la plaque prête à être glissée dans l'ouverture.) Le fil bleu du téléphone s'attache à la lame 1, le fil vert à la lame 4 et le fil rouge du microphone à la lame 2. Les lames communiquent aux contacts du même numéro. La lame et le contact 3 servent seulement quand il existe un fil de retour.

Supposons la planchette R appliquée aux contacts de l'ouverture, voici comment se forme le circuit de transmission. D'un côté, en quittant la pastille de charbon C, il gagne le négatif de la pile P′ en passant par le fil rouge, la lame et le contact 2; de l'autre, il suit l'aimant A; arrivé en N il est joint à K, traverse le fil bleu, la lame et le contact 1, touche en passant le positif de P′ et se rend à la terre t' à travers le petit fil de D; par conséquent, en parlant devant M, les vibrations vocales déterminent des différences moléculaires dans la pastille de charbon C. Les courants induits développés dans le petit fil se rendent à la ligne par le contact et le ressort 1, le fil bleu, K, N, la bobine du téléphone, L, le fil vert, la lame et le contact 4, E, B, le cordon rouge et F.

La réception par le téléphone s'opère ainsi : les courants induits émis par l'abonné arrivent par F, B, E, le contact et le ressort 4, le fil vert jusqu'à L, d'où ils remontent dans la bobine entourant l'aimant considérablement réduit, pour agir sur la plaque vibrante et ensuite se rendre à la terre par N, K, le fil bleu, le ressort et le contact 1 et enfin le petit fil de la bobine D.

Les blocs situés en dessous des tableaux (*fig.* 3), marqués longitudinalement A, B, C, D, E, F et numérotés perpendiculaire-

ment de 1 à 8, servent à faire correspondre entre eux les tableaux éloignés. Chaque série est reliée par le même fil, ainsi A 1 du premier tableau communique avec A 1 de chaque groupe, A 2 avec A 2 et ainsi de suite, on obtient ainsi le moyen de mettre en rapport quarante-huit abonnés à la fois. Les rangs pairs sont noirs et les impairs jaunes, afin de les mieux distinguer.

En résumé, voici comment s'exécutent les manœuvres :

Quand un abonné veut parler, son volet tombe, l'employée enfonce la fiche F dans le trou de droite du jack-knife de cet abonné, puis elle sonne, introduit la planchette du téléphone dans l'ouverture carrée en dessous de la clef; elle dit ensuite : « voilà, monsieur! » L'abonné donne le nom de la personne qu'il veut entretenir.

Pour parler à l'autre abonné. L'employée place la fiche F dans le trou de droite du jack-knife du second abonné, sonne, puis met son téléphone en communication, appelle l'abonné et lui dit : « avec Monsieur X. » Elle retire la fiche ainsi que l'appareil et replace la première dans le jack-knife de l'abonné appelant, pour l'avertir par un coup de sonnette qu'il peut parler. Elle prend alors un cordon souple vert métallique terminé par deux fiches, enfonce l'une *dans le trou de gauche* du plus bas numéro et l'autre *dans le trou de droite* du numéro supérieur.

Cette différence a pour but de laisser une communication par le premier jack-knife avec son avertisseur et la terre, de façon que si l'un des abonnés sonne, le volet en tombant signale la fin de la conversation.

Cette façon d'opérer ne peut se faire que sur deux tableaux voisins. On irait encore au besoin aux premiers numéros d'un troisième; mais s'il s'agit d'une plus grande étendue, on se sert des conjoncteurs du bas. Je suppose que le numéro 200 veuille parler au numéro 310; on place une fiche d'un cordon vert dans le trou de gauche du jack-knife 200, la fiche d'un second cordon dans le trou de droite du jack-knife 310 et les fiches libres de chaque cordon dans les blocs du bas portant le même numéro et la même lettre.

Comme dans l'autre disposition aussitôt que l'indicateur laissé en dérivation fait tomber son volet, la conversation est terminée et on enlève les cordons.

Dans la figure 3, on a relié les jack-knifes des numéros 17 et 43. Le premier tableau a des communications avec d'autres plus éloignés, par le jack-knife numéro 4 relié au bloc B 4 et le jack-knife numéro 20 en rapport avec le bloc A 2. Le cordon rouge du milieu est au repos et le second tableau a seulement sur les conjoncteurs le bloc D 8 avec le jack-knife numéro 30.

Il existe seize tableaux au bureau central. Ils sont destinés à quatre cents abonnés et il est à supposer qu'ils seront bientôt insuffisants, puisqu'à l'heure qu'il est trois cent trente numéros fonctionnent.

Le réseau de Bordeaux, ainsi qu'on l'a vu par ce qui précède, s'est considérablement développé; on apprécie de plus en plus ce mode de correspondance, de sorte que dans un temps prochain le téléphone sera considéré comme un accessoire indispensable.

Les chiffres suivants donneront une idée de l'accroissement du service. Au mois de novembre 1881, il y avait 146 abonnés avec 825 communications par semaine; en novembre 1882, 233 abonnés et 4,500 communications; au même mois 1883, 298 abonnés et 12,100 communications.

On voit que les abonnés, en tenant compte de leur nombre, ont usé du téléphone dans une forte progression.

II.

RÉSEAU MUNICIPAL.

En 1883, la ville de Bordeaux, sur l'initiative de M. Bayssellance, ingénieur de la marine, adjoint délégué aux travaux publics, et de M. Wolff, ingénieur en chef des ponts et chaussées, directeur des travaux municipaux, a fait établir un réseau destiné à relier les postes d'octroi et de police au moyen du téléphone.

Il y a quelques années, alors que les moyens de correspondance

IMP. A. BELLIER & Cie - BORDEAUX -

NOTE

SUR

UNE NOUVELLE PILE A GAZ

ET L'ACTION CHIMIQUE DE L'EFFLUVE ÉLECTRIQUE

PAR M. A. FIGUIER.

Pile à gaz. — Synthèses chimiques obtenues avec cet appareil.

Cette pile (*fig.* 1) est constituée par deux cylindres creux en graphite, fermés à leur base inférieure, et rendus impolarisables par un dépôt adhérent de mousses charbonneuses ou métalliques. Chaque cylindre est muni, à sa partie supérieure, d'un collier métallique servant d'attache au réophore; ce collier comprime fortement le cylindre, enduit ultérieurement de résine dans la portion qui lui est contiguë, afin d'éviter l'ascension capillaire du liquide dans lequel plonge le couple.

Ces deux cylindres, offrant ainsi un grand développement de surface à l'action des gaz et du liquide, sont maintenus par le couvercle de la pile, qui ferme hermétiquement, à une très faible distance l'un de l'autre, ce qui atténue la résistance intérieure provenant du liquide interposé. Enfin, chacun de ces cylindres est fermé par un bouchon livrant passage à deux tubes servant à l'entrée et à la sortie des gaz. L'un de ces tubes affleure la base inférieure du bouchon; l'autre, le tube de sortie, pénètre jusqu'au fond du cylindre.

Cette disposition a pour but d'expulser dans un récipient disposé à cet effet, au fur et à mesure, et par la simple pression des gaz, le liquide qui peut s'infiltrer à la longue dans les cavités des cylindres. J'ai employé également, en place de cylindres en charbon de cornue, des godets en porcelaine dégourdie, et fortement imprégnés de mousse de platine. L'argent, le plomb

et d'autres métaux peuvent être substitués, par économie, au platine, dans des cas spéciaux. L'un des cylindres peut être remplacé par une tige pleine en charbon impolarisable, lorsqu'on veut faire agir isolément un gaz sur un liquide.

Il y a avantage à employer un liquide alcalin toutes les fois que les gaz, en réagissant l'un sur l'autre, doivent donner lieu à un composé acide, et réciproquement.

Ces piles ne consomment que par suite de la fermeture du circuit; dans le cas contraire, l'usure des gaz provenant d'actions locales se réduit à peu de chose.

La détermination du courant définitif, dans la pile à gaz, est subordonnée à un ensemble de conditions dont il faut d'abord tenir compte.

1° La simple immersion des deux charbons dans le liquide de la pile donne lieu à un courant différentiel, dont on ne peut prévoir le sens, provenant d'actions capillaires inégales, et qui ne cesse qu'après que l'imbibition est complète. J'ai pu constater, par une expérience directe, que ce courant était dirigé du liquide au charbon, c'est-à-dire dans le sens même du transport mécanique.

2° Tant que le liquide électrolytique n'est pas saturé par les gaz qui y parviennent, en traversant les cylindres, il s'établit un double courant de dissolution, dont la résultante est dirigée du gaz le plus soluble au liquide.

3° Une fois que le liquide est saturé, le courant devient très régulier, et de sens invariable; il se dirige alors dans le sens du mouvement diffusif prépondérant de l'un des deux gaz. On peut donc le prévoir par la loi de la diffusion simple, qui, bien qu'altérée par suite de l'interposition d'un septum entre les gaz en présence, conserve néanmoins ses allures générales.

4° Les liquides qui ont pénétré dans les cavités des charbons contiennent en plus grande quantité, surtout au pôle positif, le produit formé. Ce dernier paraît prendre naissance au contact du charbon, *et par suite de l'occlusion*.

L'action chimique s'accomplissant inégalement, mais simulta-

nément aux deux pôles de la pile, donne encore lieu à un courant différentiel, de même sens que celui provenant de la diffusion, qui n'a pour effet que de maintenir la saturation du liquide.

Il n'en est pas moins vrai, pour ces dernières raisons, que le courant extérieur indiqué par le galvanomètre ne saurait traduire la somme d'actions chimiques accomplies.

Le courant issu d'une pile à gaz à deux cylindres peut être très faible, et néanmoins l'action chimique concomitante relativement énergique.

Les mousses charbonneuses ou métalliques, qui imprégnent les électrodes, ont pour double but de maintenir l'évolution du courant, en s'opposant à la polarisation, et de faciliter l'union des gaz qui s'accumulent simultanément par occlusion, et par conséquent sous des pressions énormes, dans les interstices des corps poreux.

Chaque charbon est maintenu saturé par suite de la circulation continue du gaz qu'il reçoit et qu'il cède au liquide de la pile, tant que ce dernier n'en est point saturé; ce qui ne peut avoir lieu qu'autant que le circuit est fermé, c'est-à-dire pendant que les deux gaz, en se combinant, tendent à appauvrir le liquide. Des gazomètres bien réglés permettent d'introduire séparément, sous pression si l'on veut, les gaz dans les cylindres. Un excès de pression, soit directe, soit provenant de la circulation rapide des gaz, a pour effet d'augmenter l'intensité du courant.

Les cylindres saturés de gaz différents accusent une polarité distincte, de même que le liquide et le cylindre récepteur du gaz, lorsqu'on fait intervenir un seul gaz sur un liquide. Ces piles donnent des courants faibles mais très constants, contribuant, avec l'occlusion, à combiner des gaz qui, dans les conditions ordinaires, resteraient indéfiniment à l'état de mélange. Leur jeu peut se rapprocher de celui des autres électro-moteurs, où l'on voit le courant se propager dans le sens même du transport mécanique, du mouvement moléculaire ou d'ordre purement physique, comme cela a lieu pour la machine hydro-électrique d'Amstrong, pour les piles ordinaires, où le métal dissous pénètre chimiquement dans le liquide actif.

La fermeture du circuit doit augmenter le mouvement diffusif dans la pile à gaz; j'ai démontré un fait analogue pour la dialyse des liquides. Ce phénomène s'accompagne d'un courant électrique, dirigé dans le sens du transport plus rapide de l'un des deux liquides, à travers le septum qui les sépare. La vitesse de diffusion augmente ou diminue, suivant qu'on ferme ou qu'on ouvre le circuit. Cette vitesse augmentera si l'on relie plusieurs dialyseurs en tension électrique, soit entre eux, soit avec un couple ordinaire; elle diminuera, au contraire, si le courant propre de la dialyse est opposé à celui du couple extérieur. Dans quelques-unes des expériences que je mentionnerai, j'ai soumis, à un moment donné, à l'action de l'effluve, successivement secs et humides, les gaz qui alimentaient la pile. Cette dernière, en relation constante avec un galvanomètre sensible, permettait d'apprécier les modifications survenues dans les gaz, propres à influer nécessairement sur le régime du courant.

La bobine de Ruhmkorff, qui excitait les tubes à décharge traversés par les gaz, était disposée dans une pièce voisine, de même que les tubes juxtaposés à la pile, à une assez grande distance du galvanomètre ainsi soustrait à leur influence.

Expériences faites avec la pile à gaz.

Couples. — *Hydrogène et Oxygène.* — Acide sulfurique étendu. Hydrogène, pôle négatif. L'effluve a été sans influence sur l'hydrogène; le courant a fortement augmenté après l'ozonisation de l'oxygène.

Acide sulfureux et Air atmosphérique. — Eau ordinaire. Acide sulfureux, pôle positif. Formation d'acide sulfurique. Courant intense.

Chlore et Hydrogène. — Eau distillée; chlore, pôle positif. Courant énergique. Formation d'acide chlorhydrique.

a. *Chlore et Oxygène.* — Eau distillée contenant cinq millièmes de soude caustique. Chlore, pôle positif. L'effluve a été sans action

sur le chlore; sur l'oxygène elle a eu pour effet d'augmenter le courant. Acide chlorique.

b. *Chlore et Oxygène.* —Eau pure. Chlore, pôle positif. L'effluve n'a point agi dans cette expérience. La liqueur rendue acide contenait de l'acide chlorique.

NOTA. — Les couples qui ont servi aux essais sur le chlore étaient montés avec des charbons à mousse charbonneuse.

Azote et Oxygène. —Solution très étendue de carbonate de soude. Oxygène, pôle positif. Courant faible. Le couple était formé de quatre cylindres, contenus dans un même vase et reliés deux à deux en quantité. L'effluve a été sans effets appréciables sur l'azote; avec l'oxygène ozonisé, le courant est devenu plus fort. Acide azotique.

Azote et Hydrogène. — Eau très légèrement acidulée. Formation d'ammoniaque.

a. *Acide carbonique et Oxyde de carbone.* — Solution très étendue de carbonate d'ammoniaque. Acide carbonique, pôle positif. Acide formique. Traces d'acide oxalique.

b. *Oxyde de carbone et Carbonate neutre de soude à 2 0/0.* — Un seul cylindre recevant l'oxyde de carbone. L'autre pôle était constitué par une baguette de charbon. Oxyde de carbone, pôle négatif. Formation simultanée d'acides oxalique et formique.

Gaz oléfiant et Oxygène.—Carbonate de soude dilué au centième. Courant faible. Oxygène pôle positif; effluve sans action appréciable sur l'hydrocarbure. L'ozonisation de l'oxygène active fortement le courant. Acides acétique et formique.

Acide carbonique et Hydrogène. — Cette expérience a été faite avec une pile formée de quatre cylindres en porcelaine, fortement platinés, associés deux à deux en quantité, et contenus dans un seul vase. Bicarbonate de soude dilué au centième; hydrogène, pôle négatif. Acide formique. Après quelques jours d'action, on a fait cesser le courant d'acide carbonique en maintenant le courant d'hydrogène. L'acide formique a fini par disparaître presque complètement. La liqueur a donné alors toutes les

NOTE

SUR

UNE NOUVELLE PILE A GAZ

ET L'ACTION CHIMIQUE DE L'EFFLUVE ÉLECTRIQUE

PAR M. A. FIGUIER.

Pile à gaz. — Synthèses chimiques obtenues avec cet appareil.

Cette pile (*fig.* 1) est constituée par deux cylindres creux en graphite, fermés à leur base inférieure, et rendus impolarisables par un dépôt adhérent de mousses charbonneuses ou métalliques. Chaque cylindre est muni, à sa partie supérieure, d'un collier métallique servant d'attache au réophore; ce collier comprime fortement le cylindre, enduit ultérieurement de résine dans la portion qui lui est contiguë, afin d'éviter l'ascension capillaire du liquide dans lequel plonge le couple.

Ces deux cylindres, offrant ainsi un grand développement de surface à l'action des gaz et du liquide, sont maintenus par le couvercle de la pile, qui ferme hermétiquement, à une très faible distance l'un de l'autre, ce qui atténue la résistance intérieure provenant du liquide interposé. Enfin, chacun de ces cylindres est fermé par un bouchon livrant passage à deux tubes servant à l'entrée et à la sortie des gaz. L'un de ces tubes affleure la base inférieure du bouchon; l'autre, le tube de sortie, pénètre jusqu'au fond du cylindre.

Cette disposition a pour but d'expulser dans un récipient disposé à cet effet, au fur et à mesure, et par la simple pression des gaz, le liquide qui peut s'infiltrer à la longue dans les cavités des cylindres. J'ai employé également, en place de cylindres en charbon de cornue, des godets en porcelaine dégourdie, et fortement imprégnés de mousse de platine. L'argent, le plomb

et d'autres métaux peuvent être substitués, par économie, au platine, dans des cas spéciaux. L'un des cylindres peut être remplacé par une tige pleine en charbon impolarisable, lorsqu'on veut faire agir isolément un gaz sur un liquide.

Il y a avantage à employer un liquide alcalin toutes les fois que les gaz, en réagissant l'un sur l'autre, doivent donner lieu à un composé acide, et réciproquement.

Ces piles ne consomment que par suite de la fermeture du circuit; dans le cas contraire, l'usure des gaz provenant d'actions locales se réduit à peu de chose.

La détermination du courant définitif, dans la pile à gaz, est subordonnée à un ensemble de conditions dont il faut d'abord tenir compte.

1° La simple immersion des deux charbons dans le liquide de la pile donne lieu à un courant différentiel, dont on ne peut prévoir le sens, provenant d'actions capillaires inégales, et qui ne cesse qu'après que l'imbibition est complète. J'ai pu constater, par une expérience directe, que ce courant était dirigé du liquide au charbon, c'est-à-dire dans le sens même du transport mécanique.

2° Tant que le liquide électrolytique n'est pas saturé par les gaz qui y parviennent, en traversant les cylindres, il s'établit un double courant de dissolution, dont la résultante est dirigée du gaz le plus soluble au liquide.

3° Une fois que le liquide est saturé, le courant devient très régulier, et de sens invariable; il se dirige alors dans le sens du mouvement diffusif prépondérant de l'un des deux gaz. On peut donc le prévoir par la loi de la diffusion simple, qui, bien qu'altérée par suite de l'interposition d'un septum entre les gaz en présence, conserve néanmoins ses allures générales.

4° Les liquides qui ont pénétré dans les cavités des charbons contiennent en plus grande quantité, surtout au pôle positif, le produit formé. Ce dernier paraît prendre naissance au contact du charbon, *et par suite de l'occlusion*.

L'action chimique s'accomplissant inégalement, mais simulta-

nément aux deux pôles de la pile, donne encore lieu à un courant différentiel, de même sens que celui provenant de la diffusion, qui n'a pour effet que de maintenir la saturation du liquide.

Il n'en est pas moins vrai, pour ces dernières raisons, que le courant extérieur indiqué par le galvanomètre ne saurait traduire la somme d'actions chimiques accomplies.

Le courant issu d'une pile à gaz à deux cylindres peut être très faible, et néanmoins l'action chimique concomitante relativement énergique.

Les mousses charbonneuses ou métalliques, qui imprégnent les électrodes, ont pour double but de maintenir l'évolution du courant, en s'opposant à la polarisation, et de faciliter l'union des gaz qui s'accumulent simultanément par occlusion, et par conséquent sous des pressions énormes, dans les interstices des corps poreux.

Chaque charbon est maintenu saturé par suite de la circulation continue du gaz qu'il reçoit et qu'il cède au liquide de la pile, tant que ce dernier n'en est point saturé; ce qui ne peut avoir lieu qu'autant que le circuit est fermé, c'est-à-dire pendant que les deux gaz, en se combinant, tendent à appauvrir le liquide. Des gazomètres bien réglés permettent d'introduire séparément, sous pression si l'on veut, les gaz dans les cylindres. Un excès de pression, soit directe, soit provenant de la circulation rapide des gaz, a pour effet d'augmenter l'intensité du courant.

Les cylindres saturés de gaz différents accusent une polarité distincte, de même que le liquide et le cylindre récepteur du gaz, lorsqu'on fait intervenir un seul gaz sur un liquide. Ces piles donnent des courants faibles mais très constants, contribuant, avec l'occlusion, à combiner des gaz qui, dans les conditions ordinaires, resteraient indéfiniment à l'état de mélange. Leur jeu peut se rapprocher de celui des autres électro-moteurs, où l'on voit le courant se propager dans le sens même du transport mécanique, du mouvement moléculaire ou d'ordre purement physique, comme cela a lieu pour la machine hydro-électrique d'Amstrong, pour les piles ordinaires, où le métal dissous pénètre chimiquement dans le liquide actif.

La fermeture du circuit doit augmenter le mouvement diffusif dans la pile à gaz; j'ai démontré un fait analogue pour la dialyse des liquides. Ce phénomène s'accompagne d'un courant électrique, dirigé dans le sens du transport plus rapide de l'un des deux liquides, à travers le septum qui les sépare. La vitesse de diffusion augmente ou diminue, suivant qu'on ferme ou qu'on ouvre le circuit. Cette vitesse augmentera si l'on relie plusieurs dialyseurs en tension électrique, soit entre eux, soit avec un couple ordinaire; elle diminuera, au contraire, si le courant propre de la dialyse est opposé à celui du couple extérieur. Dans quelques-unes des expériences que je mentionnerai, j'ai soumis, à un moment donné, à l'action de l'effluve, successivement secs et humides, les gaz qui alimentaient la pile. Cette dernière, en relation constante avec un galvanomètre sensible, permettait d'apprécier les modifications survenues dans les gaz, propres à influer nécessairement sur le régime du courant.

La bobine de Ruhmkorff, qui excitait les tubes à décharge traversés par les gaz, était disposée dans une pièce voisine, de même que les tubes juxtaposés à la pile, à une assez grande distance du galvanomètre ainsi soustrait à leur influence.

Expériences faites avec la pile à gaz.

Couples. — *Hydrogène et Oxygène.* — Acide sulfurique étendu. Hydrogène, pôle négatif. L'effluve a été sans influence sur l'hydrogène; le courant a fortement augmenté après l'ozonisation de l'oxygène.

Acide sulfureux et Air atmosphérique. — Eau ordinaire. Acide sulfureux, pôle positif. Formation d'acide sulfurique. Courant intense.

Chlore et Hydrogène. — Eau distillée; chlore, pôle positif. Courant énergique. Formation d'acide chlorhydrique.

a. *Chlore et Oxygène.* — Eau distillée contenant cinq millièmes de soude caustique. Chlore, pôle positif. L'effluve a été sans action

sur le chlore; sur l'oxygène elle a eu pour effet d'augmenter le courant. Acide chlorique.

b. *Chlore et Oxygène.* —Eau pure. Chlore, pôle positif. L'effluve n'a point agi dans cette expérience. La liqueur rendue acide contenait de l'acide chlorique.

NOTA. — Les couples qui ont servi aux essais sur le chlore étaient montés avec des charbons à mousse charbonneuse.

Azote et Oxygène. —Solution très étendue de carbonate de soude. Oxygène, pôle positif. Courant faible. Le couple était formé de quatre cylindres, contenus dans un même vase et reliés deux à deux en quantité. L'effluve a été sans effets appréciables sur l'azote; avec l'oxygène ozonisé, le courant est devenu plus fort. Acide azotique.

Azote et Hydrogène. — Eau très légèrement acidulée. Formation d'ammoniaque.

a. *Acide carbonique et Oxyde de carbone.* — Solution très étendue de carbonate d'ammoniaque. Acide carbonique, pôle positif. Acide formique. Traces d'acide oxalique.

b. *Oxyde de carbone et Carbonate neutre de soude à 2 0/0.* — Un seul cylindre recevant l'oxyde de carbone. L'autre pôle était constitué par une baguette de charbon. Oxyde de carbone, pôle négatif. Formation simultanée d'acides oxalique et formique.

Gaz oléfiant et Oxygène.—Carbonate de soude dilué au centième. Courant faible. Oxygène pôle positif; effluve sans action appréciable sur l'hydrocarbure. L'ozonisation de l'oxygène active fortement le courant. Acides acétique et formique.

Acide carbonique et Hydrogène. — Cette expérience a été faite avec une pile formée de quatre cylindres en porcelaine, fortement platinés, associés deux à deux en quantité, et contenus dans un seul vase. Bicarbonate de soude dilué au centième; hydrogène, pôle négatif. Acide formique. Après quelques jours d'action, on a fait cesser le courant d'acide carbonique en maintenant le courant d'hydrogène. L'acide formique a fini par disparaître presque complètement. La liqueur a donné alors toutes les

réactions de l'acide acétique, avec des traces insignifiantes d'acide oxalique.

La recherche synthétique des acides oxalique, formique et acétique a été faite en vue d'éclairer la genèse de ces composés dans l'économie vivante.

Nota. — Les couples Chlore et Oxygène, Acide carbonique et Hydrogène ont donné lieu au début à un courant de dissolution. Le chlore et l'acide carbonique ont fixé d'abord le pôle négatif. Le courant dans chacun de ces couples a diminué peu à peu et a fini par s'inverser, pour faire place au courant normal de diffusion. Cette observation vient à l'appui de ce qui a été dit plus haut à propos du sens du courant dans les piles.

Expériences faites par l'intermédiaire de l'effluve à l'aide de nouveaux ozoniseurs.

Ces expériences ont été exécutées à l'aide des appareils à décharge électrique figurés sur le croquis ci-joint, accompagné d'une légende explicative.

Les gaz expérimentés, soit isolément, en présence d'un composé solide, soit mélangés à d'autres gaz ou à des vapeurs, parcouraient lentement, et d'une façon continue, l'appareil. J'ai cherché ainsi à éviter la formation de produits secondaires, qui auraient pu provenir de la condensation ou de la dissociation de la molécule primitivement formée. Cet effet a lieu généralement quand on opère en vase clos, en prolongeant l'action de l'électricité. L'ensemble des résultats obtenus paraît montrer que la décharge disruptive, qui peut déterminer la combinaison de certains mélanges gazeux, est propre en même temps à provoquer des phénomènes de dissociation;

Que l'effluve, sous forme de pluie de feu, convient pour provoquer des actions chimiques par voie de substitution, et enfin que l'effluve obscure se prête davantage à la formation de composés par voie d'addition.

Action de l'effluve sur le soufre. — Une solution de sulfure de sodium sursaturée de soufre a été introduite dans un petit ozoniseur vertical. Une baguette d'étain et une lame de platine platini-

sée plongeaient simultanément dans la liqueur, et constituaient ainsi un couple dont le courant très régulier était mesuré à l'aide d'un galvanomètre intercalé dans son circuit. Dès que l'ozoniseur a été excité, le courant est devenu plus fort; l'effluve ayant cessé d'agir, le courant a rétrogradé très lentement. L'expérience, répétée plusieurs fois, a donné des résultats concordants, et paraît démontrer que le soufre aurait subi une modification analogue à celle de l'oxygène devenu ozone, et activant son affinité.

Oxygène et Soufre. — L'oxygène était dirigé dans l'ozoniseur contenant de la pierre ponce imprégnée de fleur de soufre humide. L'acide sulfurique se forme plus rapidement et en plus grande abondance que par l'action, en dehors de l'ozoniseur, de l'ozone sur le soufre délayé dans l'eau.

Ozone et Sélénium. — Acide sélénieux.

Ozone et Tellure. — Action insensible.

Oxygène et Chlore humides, sur ponce potassée. — Acide chlorique.

Oxygène et vapeurs d'acide chlorhydrique. — Acide chlorique.

Ozone et Iode, en présence de l'eau. — Acide iodique.

Ozone et Brôme, en présence de l'eau. — Acide brômique.

Air atmosphérique et Potasse caustique; pierre ponce potassée contenue dans l'ozoniseur traversé par l'air. — Acide azotique.

Oxygène et Protoxyde d'azote, sur pierre ponce potassée. — Acide azotique.

Hydrogène et Azote; ponce imbibée d'acide sulfurique très étendu. — De l'Ammoniaque s'est dégagé en abondance, au sortir de l'ozoniseur.

Hydrogène et Soufre. — Hydrogène sulfuré.

Hydrogène et Sélénium. — Hydrogène sélénié; action moins énergique que la précédente.

Hydrogène et Tellure. — Action insensible.

Hydrogène et Arsenic. — d°

Hydrogène et Antimoine. — d°

Hydrogène et Phosphore rouge. — d°

Hydrogène et Phosphore ordinaire. — Hydrogène phosphoré, spontanément inflammable.

Oxygène et Alcool; l'oxygène pénétrait dans l'ozoniseur contenant de la ponce potassée, après avoir barboté dans de l'alcool tiède. — Acide acétique souillé d'un peu d'acide formique.

Oxygène et Formiate de soude (pluie de feu). — Acide oxalique en quantité notable, et traces d'acide carbonique.

Oxygène et Acide formique (décharge disruptive sur mélange d'oxygène et de vapeur d'acide formique). — Acide carbonique et traces d'acide oxalique. Avec l'effluve, l'essai a été négatif.

Oxyde de carbone et Carbonate de potasse. — Formation en faible quantité d'acides oxalique et formique.

Oxyde de carbone et Carbonate d'ammoniaque. — Même résultat que ci-dessus.

Oxyde de carbone et Potasse caustique. — Acide formique en quantité notable.

a. *Oxyde de carbone et Ammoniaque;* l'oxyde de carbone barbotait dans de l'ammoniaque liquide, avant de se rendre dans l'ozoniseur contenant de la ponce potassée. — Acide formique.

b. *Oxyde de carbone desséché et Ammoniaque anhydre, sur ponce desséchée.* — Acides cyanhydrique et formique.

Oxyde de carbone et Acide carbonique (pluie de feu). Cet essai a été exécuté dans un ozoniseur vertical contenant un peu d'eau distillée, reposant sur un bain d'amiante et chauffé par en bas. — Absence d'acide oxalique. Acide formique en quantité notable, provenant probablement de l'action exclusive, sur la vapeur d'eau, de l'oxyde de carbone à l'état naissant, par suite de la dissociation de l'acide carbonique.

Dissociation de l'Acide carbonique en présence de l'eau et de l'hydrogène (décharge disruptive en vase clos). — Traces d'acide formique.

Hydrogène et Acide carbonique (effluve). — Acide formique en quantité notable. (Cet essai a été fait dans un ozoniseur traversé par le mélange gazeux).

Hydrogène et Acide formique (décharge disruptive). — Réduction de l'acide formique, avec dépôt charbonneux.

Hydrogène et Bicarbonate de soude. — Acide formique.

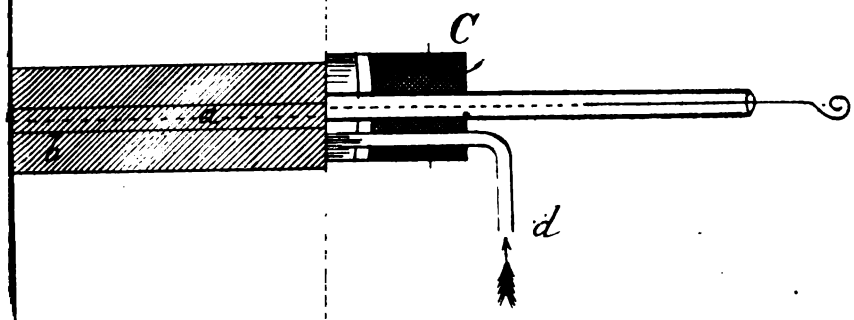
Hydrogène et Oxalate de potasse. — Acide formique.

a. *Gaz des marais et Acide carbonique* (décharge obscure). — Acide acétique et traces d'acide formique.

b. *Même essai avec la pluie de feu.* — Acide acétique et acide formique, ce dernier en plus grande quantité que dans l'essai précédent.

Éthylène et Hydrogène passant sur le soufre contenu dans l'ozoniseur (décharge obscure). — L'hydrogène sulfuré à l'état naissant, agissant sur l'éthylène, a formé du mercaptam.

effluve pour faire eux



eure en platine platu
ure formée par une fe ne
, en soie ou en carton
ge recouvert de carto até.
ruit comme le préce
De sortie du gaz.

THÉORIE

DU

PARALLÉLOGRAMME DE WATT

Précis historique.

L'ingénieux appareil qui porte le nom de Watt, son inventeur, a été, presque dès son apparition, l'objet des études soit géométriques, soit analytiques des savants contemporains.

Malgré ses avantages pour certaines fabrications, la machine à balancier est aujourd'hui moins fréquemment construite que par le passé, et telle machine horizontale à glissières fonctionne tout aussi régulièrement.

Le problème de cynématique, que Watt, il y a près de cent ans, avait résolu avec une grande approximation, l'a été rigoureusement en 1867 (1) par le général Peaucellier, alors capitaine du génie. Son *Losange réciprocateur,* plus connu et mieux apprécié en Angleterre que dans son pays d'origine, remplacera très certainement un jour le mécanisme de Watt. Chercher la théorie de ce dernier peut donc sembler aventureux et hors de saison. Mais il y a toujours un attrait puissant à s'occuper d'une courbe, ancienne il est vrai, mais dont personne jusqu'à ce jour n'a donné une équation simple.

Il convient d'abord de bien connaître et saisir l'idée mère de

---

(1) En 1864, cet officier avait, dans les *Nouvelles Annales de Terquem*, proposé une question qui montre qu'il possédait déjà sa découverte. Mais ce n'est que le 20 juillet 1867 que son appareil a été présenté à la Société Philomathique de Paris par M. Manheim. De son côté, M. Lipkine avait trouvé la même solution, mais il a été prouvé que c'est postérieurement à M. Peaucellier.

l'inventeur pour établir les bases du calcul, puis de résumer les recherches dont l'appareil a été déjà l'objet, afin de comparer la nouvelle théorie aux plus anciennes, et préciser les résultats nouveaux qu'elle indique.

Le 30 juin 1784 (1), Watt écrivait à son associé Boulton pour lui faire connaître l'objet et le fruit de ses recherches du moment. « Je suis sur une nouvelle piste; j'ai l'idée d'une méthode dont » l'application doit avoir pour résultat d'obliger une tige de piston » à se mouvoir verticalement dans les deux sens, à la condition » de la relier simplement au balancier par une pièce en fer, sans » chaînes, sans glissières ou frottement nuisibles, sans secteurs ou » autres pièces pesantes... J'ai commencé par exécuter un petit » modèle d'essai, d'après lequel on ne peut pas encore construire... » Toutefois je vous prie de ne rien dire de la chose jusqu'à ce que » j'aie produit la spécification de ma patente. »

Cette patente est datée du 24 août 1784. Elle a pour titre : *Perfectionnements de J. Watt aux machines à vapeur.*

Elle porte, à la collection grand in-octavo des patentes anglaises, le n° 1432, comprend quatorze pages de texte et vingt figures. Parmi les nombreuses améliorations que l'auteur y indique, on en compte six relatives à la transmission du mouvement de la tige du piston au balancier. Page 5 de la patente se trouve la description du parallélogramme, appuyée de trois figures portant les numéros 9, 10 et 11. La figure 1 de la planche ci-jointe est la reproduction du calque relevé sur la figure 9 de Watt. Elle suffit pour comprendre la description.

La pièce K est une forte poutre en bois de position invariable. Elle porte en A le coussinet recevant l'axe d'oscillation du balancier A′, qui est aussi en bois. De ce centre A partent deux rayons ponctués, dont un seul AH est précisé par des lettres. L'extrémité A′ du balancier est armée d'un étrier, auquel est jointe, en dessous, une bride droite rigide E, D, C. En chacun de ces trois

(1) *Cynématique* de F. Reuleaux, traduite de l'allemand par Debise. Paris, Savy, 1877, gr. in-8°, p. 5 et 625.

points est indiquée une articulation. Celle en E permet à la bride de tourner autour de ce point. Sur celle D est montée la tige du piston DB. Celle en C reçoit l'extrémité de la tringle, ou contre-balancier, en bois CF mobile autour de son centre F. La position de ce dernier est assurée par un tourillon solidement fixé à un mur ou tout autre appui parfaitement invariable. Watt ajoute que la position du point D, par rapport à ceux E et C, varie avec la longueur relative des tringles ou bras AA′, FC, mais il n'indique pas dans quelle proportion.

Dans sa correspondance, et particulièrement dans une lettre écrite à son fils en novembre 1808, Watt a laissé quelques indications sur la marche de sa pensée. Elles la précisent et font savoir comment il a été conduit à la conception du mécanisme dont il s'agit (1).

« L'idée prit naissance de la manière suivante : comme je trou-
» vais l'emploi des doubles chaînes ou des arcs dentés avec
» crémaillères très peu satisfaisant, pour passer du mouvement
» rectiligne du piston au mouvement angulaire du balancier, je
» méditai de rechercher s'il ne serait pas possible de réaliser cette
» transformation, en ayant recours à des mouvements autour
» d'axes de rotation, et, au bout de quelque temps, j'arrivai à
» trouver que, si AB et CD (*fig.* 2) (2) sont deux rayons égaux,
» mobiles autour des centres B et C, et réunis par une bride AD, *ces*
» *rayons, en tournant d'un certain angle, éprouvent, par rapport*
» *aux lignes horizontales passant par leur centre, des déplace-*
» *ments égaux de sens contraire*, en même temps que le point E
» décrit une ligne *sensiblement* droite. Je reconnus, en outre, que,
» dans le cas où il serait nécessaire de faire le rayon CD égal à la
» moitié seulement de AB, la même propriété subsisterait encore,
» à la condition de prendre le point E plus rapproché du point D.
» Je me suis ainsi trouvé conduit au dispositif qu'on a désigné
» plus tard sous le nom de parallélogramme.

(1) F. Reuleaux, déjà cité, p. 5.

(2) La figure 2 est calquée sur celle donnée par M. Reuleaux. Elle semble être le *fac-simile* de celle existant dans la lettre de Watt.

» Bien que je n'aie pas pour la gloire un amour exagéré, je » dois avouer pourtant que je suis plus fier de l'invention de ce » dispositif que d'une quelconque de mes autres découvertes en » mécanique. »

M. Reuleaux fait observer, avec juste raison, que cette lettre, écrite vingt-quatre ans après l'obtention de la patente, est naturellement le produit de la réflexion et du souvenir, nous ajouterons même, de l'expérience.

Remarquons que, dans la citation précédente, le passage souligné ferait croire que Watt admet que, pendant le mouvement, les angles α', α'', faits par AB et CD avec l'horizontale, sont égaux; ce qui n'est pas. Il semble ensuite le reconnaître en disant que le point E décrit une ligne *sensiblement* droite.

Quoi qu'il en soit, il est bien démontré par ce qui précède que, en 1808 et probablement avant, Watt considérait comme organes principaux et élémentaires de son appareil deux bras égaux et une bride, dont le point E, qu'il ne précise pas, mais qui semble en être le milieu, décrit la courbe cherchée.

Le dessin de la machine à vapeur montée à Paris à l'Ile-des-Cygnes par les frères Perrier fait comprendre comment, dix ou douze ans après la patente de 1784, Watt ou ceux à qui il en accordait la licence réalisaient dans la pratique les conceptions du brevet.

Cette machine, construite pour conduire des meules à blé, est décrite dans la *Nouvelle Architecture hydraulique* de M. de Prony (2e partie) (1). Cet illustre ingénieur l'étudie très minutieusement. Il dessine, à grande échelle, le parallélogramme tel que nous le connaissons, mais avec un balancier en bois. Il donne aussi une transmission absolument pareille à celle du brevet de Watt indiquée figure 1. Prony donne encore, à petite échelle, une figure qui, réduite aux lignes élémentaires du tracé, est présentée figure 3. Il fait observer que les points A et B sont en ligne droite avec le centre O d'oscillation du balancier et décrivent des courbes

(1) Paris, Firmin Didot, 1796, in-4°.

semblables, qui sont de la classe des *lemniscates* ou *courbes à nœud*.

Il établit en fonction des dimensions, longueurs et angles du mécanisme, l'expression des coordonnées d'un point quelconque de la courbe décrite. Il peut, au moyen de ces formules, déterminer numériquement la position de tel point à connaître et sa distance à la verticale de la tige, c'est-à-dire la déviation que l'appareil imprime à la tige du piston.

Par ce procédé il arrive, pour la machine de l'Ile-des-Cygnes, à une déviation maxima de $\frac{1}{360} = 0{,}0028$ de la demi-course du piston, chiffre qui se trouve d'accord avec ce qu'il a relevé soigneusement sur la machine même.

Prony n'a pas jugé nécessaire de déduire l'équation du lieu décrit, de l'expression générale des coordonnées d'un point. Son mémoire se retrouve en partie dans les tomes X et XII des *Annales des Mines*.

L'*Histoire des machines à vapeur*, par J.-N.-P. Hachette (1), donne sur le parallélogramme de Watt des détails fort intéressants et complets. L'ensemble décrit par l'illustre inventeur à son fils, dans sa lettre de 1804, comporte bien deux tringles ou bras égaux; Watt le dit expressément dans un appendice du tome II du *Système de physique mécanique de Robison*, p. 153 (2).

Hachette ajoute que, plus tard, pour réduire la longueur de l'ensemble, Watt a inventé le parallélogramme. Cela doit être avant l'établissement de la machine de l'Ile-des-Cygnes, puisqu'on le trouve dans les figures de Prony en 1796.

Hachette observe que, dans le parallélogramme (*fig.* 3), les courbes décrites par les points A et B sont semblables.

L'élimination que Prony avait négligée, ou plutôt passée sous silence après l'avoir opérée, ce qui paraît plus probable, cette élimination Hachette l'a faite. Il est arrivé à une équation du 6e degré, sans utilité pour la pratique. Il cherche alors, et trouve

(1) Paris, Corby, mars 1830, in-8°.
(2) Édimbourg, 1822, in-8°.

THÉORIE

DU

PARALLÉLOGRAMME DE WATT

Précis historique.

L'ingénieux appareil qui porte le nom de Watt, son inventeur, a été, presque dès son apparition, l'objet des études soit géométriques, soit analytiques des savants contemporains.

Malgré ses avantages pour certaines fabrications, la machine à balancier est aujourd'hui moins fréquemment construite que par le passé, et telle machine horizontale à glissières fonctionne tout aussi régulièrement.

Le problème de cynématique, que Watt, il y a près de cent ans, avait résolu avec une grande approximation, l'a été rigoureusement en 1867 (1) par le général Peaucellier, alors capitaine du génie. Son *Losange réciprocateur,* plus connu et mieux apprécié en Angleterre que dans son pays d'origine, remplacera très certainement un jour le mécanisme de Watt. Chercher la théorie de ce dernier peut donc sembler aventureux et hors de saison. Mais il y a toujours un attrait puissant à s'occuper d'une courbe, ancienne il est vrai, mais dont personne jusqu'à ce jour n'a donné une équation simple.

Il convient d'abord de bien connaître et saisir l'idée mère de

(1) En 1864, cet officier avait, dans les *Nouvelles Annales de Terquem*, proposé une question qui montre qu'il possédait déjà sa découverte. Mais ce n'est que le 20 juillet 1867 que son appareil a été présenté à la Société Philomathique de Paris par M. Manheim. De son côté, M. Lipkine avait trouvé la même solution, mais il a été prouvé que c'est postérieurement à M. Peaucellier.

Théorie du Parallélogramme de Watt.

Le général Morin et plusieurs autres auteurs tracent comme il suit l'appareil composé de deux bras égaux, reliés par une bride, ensemble qui forme la première conception de Watt.

Soit (*fig.* 4) une horizontale GP, sur laquelle le point G est le centre de rotation du bras de gauche. Par ce point, avec la longueur GD de ce bras pour rayon, décrivons un arc de circonférence FDH. Sur cet arc on prend deux points F,H, tels que la corde FH soit égale à la course du piston et que cette corde soit perpendiculaire au bras GD. Du point D comme centre avec la longueur DE de la bride pour rayon on décrit un arc qui courbe en E la corde HF. Dans cette position le milieu M de la bride DE est le centre de l'axe ou bouton, sur lequel est articulée la tête de la tige du piston, et il se trouve, en ce point, sur la verticale même de cette tige.

On mène ensuite EK égale et parallèle à GD. K est le centre de rotation du bras de droite, M est le milieu de la ligne GK, KP est la projection verticale, et GP celle horizontale de la distance GK des centres.

De K comme centre, avec KE = GD comme rayon, on décrit l'arc LEN que l'on arrête à son intersection N avec celui FDH, et que l'on prend, LEN = HDF. Joignant par des droites les points N et H et ceux L et F. Les lignes LF, NH sont parallèles et égales l'une et l'autre à la bride DE. Elles représentent ses positions extrêmes en haut et en bas de la course de la tige. Leurs milieux A et B sont les positions limites du bouton M et se trouvent rigoureusement en ligne droite, condition imposée pour que la déviation latérale de ce bouton soit très faible.

Ceci bien établi par M. Morin, prolongeons la tige KL d'une quantité LL′ = KL. Par L′ menons L′F′ parallèle à LF et prenons L′F′ = 2 LF. Par suite de la similitude des triangles, la ligne A′K passera par le point A et celle F′K par le point F.

Par F' menons F'G' parallèle à FG; toujours par la même raison, F'G' = 2 FG et le point G' sera sur le prolongement de la ligne des centres KG. Il s'y trouvera, et à cette distance, quelle que soit la position du point L sur l'arc NL; si en K, L, F, G, L', A' il existe des articulations qui permettent à la figure de se déformer sans que ses côtés changent de longueur, le point F' changera de position, mais la longueur FF' sera invariable, et F'G' devra rester parallèle à GK et d'une longueur double; le point G' ne changera pas de position; absolument comme si en F' il exécutait une articulation et en G' un centre autour duquel une tringle G'F' soit forcée de se mouvoir.

Le système partie existant, partie fictif, KL'F'G' se comportera donc absolument comme celui existant KLFG, et la courbe tracée par le point A' sera semblable à celle décrite par le point A, comme cela existe pour le pantographe (1). Or l'ensemble des tringles articulées représentées par les lignes KL', L'A', A'F, FL, FG et les deux centres fixes K et G n'est autre chose que le parallélogramme de Watt. On arrivera donc à l'équation de la courbe décrite en cherchant celle que trace le milieu A' de la ligne F'L' reliée aux bras L'K et F'G'. Par suite de la similitude des systèmes, si A' marche sensiblement en ligne droite, il en sera de même pour A et tout autre point de la ligne A'K. Pour ce motif on articule généralement la tige d'une pompe au point A.

En plaçant son deuxième centre d'oscillation en G à mi-distance du point K, et prenant son contrebalancier égal en longueur à KL, Watt a supprimé le centre éloigné G', et réduit de moitié la longueur de son mécanisme.

Il veut que le balancier, étant à la position horizontale, ait décrit en dessus et en dessous la moitié de son oscillation, et le piston opéré la moitié de sa course; il recommande encore que le centre G soit sur la verticale de la tige du piston. Cette dernière condition exige que GF = FA' = LL', car d'après la première recommandation, le balancier étant horizontal, L'L

(1) Plusieurs auteurs nomment ces courbes *homothétiques* et le point K *centre d'homothétié*.

sera couché sur L'E, et A'F sur GD, d'où la nécessité que ces deux longueurs soient égales.

Il n'est pas indispensable que le point fixe G soit sur la verticale de la tige du piston. Par un point quelconque L'' de la ligne KL', menons la ligne L''F'' parallèle à LF et arrêtons-la au point F'' où elle rencontre celle KF'. Par F'' menons F''G'' parallèle à FG; le point G'' où elle coupe la ligne HG' pourra être le centre de rotation d'un autre contrebalancier, par les raisons détaillées ci-dessus. Le parallélogramme sera alors L''L'A'F'', mais le point d'attache de la tige devra toujours être en A' parce que les points seuls de la ligne A'K jouissent de la propriété de tracer la courbe dont l'arc, dans les limites voulues, diffère très peu d'une ligne droite.

On trouve dans la cynématique du général Morin, un autre procédé pour obtenir le centre G dans des cas particuliers. Après avoir tracé le parallélogramme pour le cas, on détermine les points F pour la position la plus élevée, moyenne, et la plus basse du balancier. On cherche alors le centre du cercle passant par ces trois points, c'est le centre d'oscillation du contrebalancier.

Il est évident qu'il y a avantage à avoir KL' et G'F' très grands, car s'ils étaient infinis la courbe serait absolument une ligne droite et la bride serait égale à 0. Il y a donc de l'intérêt à prendre un balancier de grand rayon; alors les angles des petits côtés du parallélogramme avec les grands ne sont ni trop ouverts ni trop fermés par rapport à la direction de la tige, ce qui est désirable à cause des frottements latéraux. Quant à la bride, on ne peut poser en principe absolu qu'elle doit être très petite. On verra par la suite que cette disposition n'est bonne que dans certaines limites.

Avec les indications primitives de Watt, deux bras égaux reliés par une bride, quelle que soit la longueur de celle-ci, le mouvement des tringles, ou bras, sera le même pour la même course, seulement les deux centres de rotation seront plus ou moins éloignés; leur distance pourra donc, suivant la dimension de la bride, être plus petite, plus grande que la double longueur

du bras, ou lui être égale, ce qui constitue trois cas. En cherchant l'équation du lieu, on ne fera à ce sujet aucune hypothèse préalable pour arriver à une équation qui les comprenne tous les trois et permette au besoin de les discuter.

Soient (*fig.* 5) :

$LN = 2h$	La course du piston.
$GD = KE = r$	Le rayon des bras ou tringles.
$ED = 2m$	La longueur de la bride
$2\alpha = LKN$	L'angle d'oscillation du balancier correspondant à la course $2h$ du piston.
$\gamma = KGP = KMX$	L'angle de la ligne des centres avec l'horizontale.
$\hat{c} = VLJ$	L'angle que la bride fait avec la verticale, quand cette bride occupe sa position supérieure, moyenne ou inférieure.
α'	L'angle variable du bras de gauche avec l'horizontale.
α'	L'angle variable du bras de droite avec l'horizontale, cet angle compte à partir des x positifs.
$GK = 2c$	La distance des centres d'oscillation des bras.
$KP = 2p$	La projection verticale de cette distance.
$GP = 2q$	La projection horizontale de cette distance.

Watt suspend son balancier par son milieu et donne à chacune de ses deux parties une longueur égale à $\left(3 + \frac{1}{12}\right) h = 3{,}0833\,h = r$.

Le grand côté du parallélogramme LL' (*fig.* 4) et le contrebalancier ont une longueur $\frac{r}{2}$.

La bride $L'A' = m$ est égale à $\frac{1}{2}h$ ou $\frac{3}{7}h$, soit $0{,}50\,h$ ou $0{,}42858\,h$.

La distance horizontale GP entre la verticale de la tige et la verticale de l'axe de tourillon du balancier, est $q = 3h$.

On a déjà dit comme il recommande de placer l'axe de rotation du contrebalancier.

D'après plusieurs auteurs, α le demi-angle d'oscillation du balancier ne doit jamais dépasser 30°.

Avec les données précédentes, celui de Watt n'est que de 18° 55' 30".

Les prescriptions de l'illustre ingénieur peuvent se résumer comme suit :

$$r = 3{,}0833\,h,$$
$$m = 0{,}50\,h \text{ ou } 0{,}42858\,h,$$
$$q = 3\,h.$$

On a (*fig.* 5) dans le triangle KNB.

$$(1) \qquad h = r\sin\alpha \qquad \text{et} \qquad KB = r\cos\alpha;$$

d'où l'on déduit :

$$(2) \qquad EB = r(1-\cos\alpha),\ EC = BC = \frac{r}{2}(1-\cos\alpha).$$

Dans le triangle KCM, on a :

$$(3) \quad KC = q = \frac{r}{2}(1+\cos\alpha) = c\cos\gamma,\quad p = c\sin\gamma,\quad c^2 = p^2+q^2.$$

Dans le triangle ECM :

$$(4) \qquad p = m\cos\delta, \qquad CB = EC = m\sin\delta.$$

En remplaçant dans la valeur (2) de EC, r par sa valeur tirée de (1), $1-\cos\alpha$ par celle connue $2\sin^2\frac{\alpha}{2}$ et $\sin\alpha$ par $2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$, on aura :

$$(5) \qquad EB = m\sin\delta = \frac{h}{2}\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2};$$

d'où :

$$(6) \quad \begin{cases} \sin\delta = \dfrac{h}{2m}\operatorname{tang}\dfrac{\alpha}{2}, \qquad \cos\delta = \dfrac{1}{2m}\sqrt{4m^2 - h^2\operatorname{tang}^2\dfrac{\alpha}{2}}, \\ \operatorname{tang}\delta = \dfrac{h\operatorname{tang}\dfrac{\alpha}{2}}{\sqrt{4m^2 - h^2\operatorname{tang}^2\dfrac{\alpha}{2}}}. \end{cases}$$

Au moyen de la valeur de $\cos\delta$, p (4) devient

$$(7) \qquad p = \frac{1}{2}\sqrt{4m^2 - h^2\operatorname{tang}^2\frac{\alpha}{2}}.$$

En remplaçant dans la valeur (3) de q, r par sa valeur (1), et $1 + \cos\alpha$ par celle connue $2\cos^2\frac{\alpha}{2}$, on aura, réductions faites :

$$q = \frac{h}{2\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}}, \tag{8}$$

et l'on sera amené pour c^2 à

$$c^2 = p^2 + q^2 = m^2 + \frac{h^2}{4}\left(\cot^2\frac{\alpha}{2} - \operatorname{tang}^2\frac{\alpha}{2}\right) = m^2 + r^2\cos\alpha, \tag{9}$$

après avoir remplacé les lignes trigonométriques en $\frac{\alpha}{2}$ par d'autres en α.

Les équations (3), (4) conduisent, à cause de (8), à :

$$\operatorname{tang}\gamma = \frac{p}{q} = \frac{\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}}{h}\,2m\cos\delta.$$

L'équation (5) donne

$$\frac{2m}{h} = \frac{\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}}{\sin\delta},$$

et on arrive à :

$$\operatorname{tang}\gamma\operatorname{tang}\delta = \operatorname{tang}^2\frac{\alpha}{2}. \tag{10}$$

Les angles γ et δ ne sont donc égaux que dans des cas particuliers; on aura occasion d'y revenir.

Le point M est situé à égale distance des deux centres G et K. Si par ce point on mène une perpendiculaire indéfinie à GK, à cause de la position symétrique des centres et de l'égalité des bras, ce qui, pendant le mouvement, se passera à droite de cette perpendiculaire se reproduira à gauche. Il en sera de même au-dessus et au-dessous de la ligne GK. Ces lignes seront donc des diamètres de la courbe. On est donc amené à prendre M pour origine, GK pour axe des x, et la perpendiculaire à GK pour axe des y.

» Bien que je n'aie pas pour la gloire un amour exagéré, je » dois avouer pourtant que je suis plus fier de l'invention de ce » dispositif que d'une quelconque de mes autres découvertes en » mécanique. »

M. Reuleaux fait observer, avec juste raison, que cette lettre, écrite vingt-quatre ans après l'obtention de la patente, est naturellement le produit de la réflexion et du souvenir, nous ajouterons même, de l'expérience.

Remarquons que, dans la citation précédente, le passage souligné ferait croire que Watt admet que, pendant le mouvement, les angles α', α'', faits par AB et CD avec l'horizontale, sont égaux; ce qui n'est pas. Il semble ensuite le reconnaître en disant que le point E décrit une ligne *sensiblement* droite.

Quoi qu'il en soit, il est bien démontré par ce qui précède que, en 1808 et probablement avant, Watt considérait comme organes principaux et élémentaires de son appareil deux bras égaux et une bride, dont le point E, qu'il ne précise pas, mais qui semble en être le milieu, décrit la courbe cherchée.

Le dessin de la machine à vapeur montée à Paris à l'Ile-des-Cygnes par les frères Perrier fait comprendre comment, dix ou douze ans après la patente de 1784, Watt ou ceux à qui il en accordait la licence réalisaient dans la pratique les conceptions du brevet.

Cette machine, construite pour conduire des meules à blé, est décrite dans la *Nouvelle Architecture hydraulique* de M. de Prony (2e partie) (1). Cet illustre ingénieur l'étudie très minutieusement. Il dessine, à grande échelle, le parallélogramme tel que nous le connaissons, mais avec un balancier en bois. Il donne aussi une transmission absolument pareille à celle du brevet de Watt indiquée figure 1. Prony donne encore, à petite échelle, une figure qui, réduite aux lignes élémentaires du tracé, est présentée figure 3. Il fait observer que les points A et B sont en ligne droite avec le centre O d'oscillation du balancier et décrivent des courbes

(1) Paris, Firmin Didot, 1796, in-4°.

semblables, qui sont de la classe des *lemniscates* ou *courbes à nœud*.

Il établit en fonction des dimensions, longueurs et angles du mécanisme, l'expression des coordonnées d'un point quelconque de la courbe décrite. Il peut, au moyen de ces formules, déterminer numériquement la position de tel point à connaître et sa distance à la verticale de la tige, c'est-à-dire la déviation que l'appareil imprime à la tige du piston.

Par ce procédé il arrive, pour la machine de l'Ile-des-Cygnes, à une déviation maxima de $\frac{1}{360} = 0{,}0028$ de la demi-course du piston, chiffre qui se trouve d'accord avec ce qu'il a relevé soigneusement sur la machine même.

Prony n'a pas jugé nécessaire de déduire l'équation du lieu décrit, de l'expression générale des coordonnées d'un point. Son mémoire se retrouve en partie dans les tomes X et XII des *Annales des Mines*.

L'*Histoire des machines à vapeur*, par J.-N.-P. Hachette (1), donne sur le parallélogramme de Watt des détails fort intéressants et complets. L'ensemble décrit par l'illustre inventeur à son fils, dans sa lettre de 1804, comporte bien deux tringles ou bras égaux; Watt le dit expressément dans un appendice du tome II du *Système de physique mécanique de Robison*, p. 153 (2).

Hachette ajoute que, plus tard, pour réduire la longueur de l'ensemble, Watt a inventé le parallélogramme. Cela doit être avant l'établissement de la machine de l'Ile-des-Cygnes, puisqu'on le trouve dans les figures de Prony en 1796.

Hachette observe que, dans le parallélogramme (*fig.* 3), les courbes décrites par les points A et B sont semblables.

L'élimination que Prony avait négligée, ou plutôt passée sous silence après l'avoir opérée, ce qui paraît plus probable, cette élimination Hachette l'a faite. Il est arrivé à une équation du 6e degré, sans utilité pour la pratique. Il cherche alors, et trouve

(1) Paris, Corby, mars 1830, in-8°.
(2) Édimbourg, 1822, in-8°.

Théorie du Parallélogramme de Watt.

Le général Morin et plusieurs autres auteurs tracent comme il suit l'appareil composé de deux bras égaux, reliés par une bride, ensemble qui forme la première conception de Watt.

Soit (*fig.* 4) une horizontale GP, sur laquelle le point G est le centre de rotation du bras de gauche. Par ce point, avec la longueur GD de ce bras pour rayon, décrivons un arc de circonférence FDH. Sur cet arc on prend deux points F,H, tels que la corde FH soit égale à la course du piston et que cette corde soit perpendiculaire au bras GD. Du point D comme centre avec la longueur DE de la bride pour rayon on décrit un arc qui courbe en E la corde HF. Dans cette position le milieu M de la bride DE est le centre de l'axe ou bouton, sur lequel est articulée la tête de la tige du piston, et il se trouve, en ce point, sur la verticale même de cette tige.

On mène ensuite EK égale et parallèle à GD. K est le centre de rotation du bras de droite, M est le milieu de la ligne GK, KP est la projection verticale, et GP celle horizontale de la distance GK des centres.

De K comme centre, avec KE = GD comme rayon, on décrit l'arc LEN que l'on arrête à son intersection N avec celui FDH, et que l'on prend, LEN = HDF. Joignant par des droites les points N et H et ceux L et F. Les lignes LF, NH sont parallèles et égales l'une et l'autre à la bride DE. Elles représentent ses positions extrêmes en haut et en bas de la course de la tige. Leurs milieux A et B sont les positions limites du bouton M et se trouvent rigoureusement en ligne droite, condition imposée pour que la déviation latérale de ce bouton soit très faible.

Ceci bien établi par M. Morin, prolongeons la tige KL d'une quantité LL′ = KL. Par L′ menons L′F′ parallèle à LF et prenons L′F′ = 2 LF. Par suite de la similitude des triangles, la ligne A′K passera par le point A et celle F′K par le point F.

Par F' menons F'G' parallèle à FG; toujours par la même raison, F'G' = 2 FG et le point G' sera sur le prolongement de la ligne des centres KG. Il s'y trouvera, et à cette distance, quelle que soit la position du point L sur l'arc NL; si en K, L, F, G, L', A' il existe des articulations qui permettent à la figure de se déformer sans que ses côtés changent de longueur, le point F' changera de position, mais la longueur FF' sera invariable, et F'G' devra rester parallèle à GK et d'une longueur double; le point G' ne changera pas de position; absolument comme si en F' il exécutait une articulation et en G' un centre autour duquel une tringle G'F' soit forcée de se mouvoir.

Le système partie existant, partie fictif, KL'F'G' se comportera donc absolument comme celui existant KLFG, et la courbe tracée par le point A' sera semblable à celle décrite par le point A, comme cela existe pour le pantographe (1). Or l'ensemble des tringles articulées représentées par les lignes KL', L'A', A'F, FL, FG et les deux centres fixes K et G n'est autre chose que le parallélogramme de Watt. On arrivera donc à l'équation de la courbe décrite en cherchant celle que trace le milieu A' de la ligne F'L' reliée aux bras L'K et F'G'. Par suite de la similitude des systèmes, si A' marche sensiblement en ligne droite, il en sera de même pour A et tout autre point de la ligne A'K. Pour ce motif on articule généralement la tige d'une pompe au point A.

En plaçant son deuxième centre d'oscillation en G à mi-distance du point K, et prenant son contrebalancier égal en longueur à KL, Watt a supprimé le centre éloigné G', et réduit de moitié la longueur de son mécanisme.

Il veut que le balancier, étant à la position horizontale, ait décrit en dessus et en dessous la moitié de son oscillation, et le piston opéré la moitié de sa course; il recommande encore que le centre G soit sur la verticale de la tige du piston. Cette dernière condition exige que GF = FA' = LL', car d'après la première recommandation, le balancier étant horizontal, L'L

(1) Plusieurs auteurs nomment ces courbes *homothétiques* et le point K *centre d'homothéité*.

sera couché sur L'E, et A'F sur GD, d'où la nécessité que ces deux longueurs soient égales.

Il n'est pas indispensable que le point fixe G soit sur la verticale de la tige du piston. Par un point quelconque L'' de la ligne KL', menons la ligne L''F'' parallèle à LF et arrêtons-la au point F'' où elle rencontre celle KF'. Par F'' menons F''G' parallèle à FG; le point G' où elle coupe la ligne HG' pourra être le centre de rotation d'un autre contrebalancier, par les raisons détaillées ci-dessus. Le parallélogramme sera alors L''L'A'F'', mais le point d'attache de la tige devra toujours être en A' parce que les points seuls de la ligne A'K jouissent de la propriété de tracer la courbe dont l'arc, dans les limites voulues, diffère très peu d'une ligne droite.

On trouve dans la cynématique du général Morin, un autre procédé pour obtenir le centre G dans des cas particuliers. Après avoir tracé le parallélogramme pour le cas, on détermine les points F pour la position la plus élevée, moyenne, et la plus basse du balancier. On cherche alors le centre du cercle passant par ces trois points, c'est le centre d'oscillation du contrebalancier.

Il est évident qu'il y a avantage à avoir KL' et G'F' très grands, car s'ils étaient infinis la courbe serait absolument une ligne droite et la bride serait égale à 0. Il y a donc de l'intérêt à prendre un balancier de grand rayon; alors les angles des petits côtés du parallélogramme avec les grands ne sont ni trop ouverts ni trop fermés par rapport à la direction de la tige, ce qui est désirable à cause des frottements latéraux. Quant à la bride, on ne peut poser en principe absolu qu'elle doit être très petite. On verra par la suite que cette disposition n'est bonne que dans certaines limites.

Avec les indications primitives de Watt, deux bras égaux reliés par une bride, quelle que soit la longueur de celle-ci, le mouvement des tringles, ou bras, sera le même pour la même course, seulement les deux centres de rotation seront plus ou moins éloignés; leur distance pourra donc, suivant la dimension de la bride, être plus petite, plus grande que la double longueur

du bras, ou lui être égale, ce qui constitue trois cas. En cherchant l'équation du lieu, on ne fera à ce sujet aucune hypothèse préalable pour arriver à une équation qui les comprenne tous les trois et permette au besoin de les discuter.

Soient (*fig.* 5) :

$LN = 2h$	La course du piston.
$GD = KE = r$	Le rayon des bras ou tringles.
$ED = 2m$	La longueur de la bride
$2\alpha = LKN$	L'angle d'oscillation du balancier correspondant à la course $2h$ du piston.
$\gamma = KGP = KMX$	L'angle de la ligne des centres avec l'horizontale.
$\delta = VLJ$	L'angle que la bride fait avec la verticale, quand cette bride occupe sa position supérieure, moyenne ou inférieure.
α'	L'angle variable du bras de gauche avec l'horizontale.
α''	L'angle variable du bras de droite avec l'horizontale, cet angle compte à partir des x positifs.
$GK = 2c$	La distance des centres d'oscillation des bras.
$KP = 2p$	La projection verticale de cette distance.
$GP = 2q$	La projection horizontale de cette distance.

Watt suspend son balancier par son milieu et donne à chacune de ses deux parties une longueur égale à $\left(3 + \frac{1}{12}\right) h = 3{,}0833\,h = r$.

Le grand côté du parallélogramme LL' (*fig.* 4) et le contrebalancier ont une longueur $\frac{r}{2}$.

La bride $L'A' = m$ est égale à $\frac{1}{2}h$ ou $\frac{3}{7}h$, soit $0{,}50\,h$ ou $0{,}42858\,h$.

La distance horizontale GP entre la verticale de la tige et la verticale de l'axe de tourillon du balancier, est $q = 3h$.

On a déjà dit comme il recommande de placer l'axe de rotation du contrebalancier.

D'après plusieurs auteurs, α le demi-angle d'oscillation du balancier ne doit jamais dépasser 30°.

est donc réel et celui $\rho = \pm\sqrt{r^2-(c-m)^2}$ imaginaire. On désignera le premier par ρ_m. Comme $\frac{d^2\rho}{d\omega^2}$ est négatif, ρ_m corrrespond à un maximum et à un point de tangence. On le verra plus clairement sur la figure 6. C'est pour ce motif que l'on ne donne pas ici le calcul de $\frac{d^2\rho}{d\omega^2}$ qui est assez long.

On peut facilement construire géométriquement cos ω' (17), ρ_1 (18), ρ_m (22). Pour cela on a tracé la figure 6, en prenant les données de Watt, à l'échelle de 0^m02 pour mètre, et faisant $h = 1^m$. Mesurant sur la ligne MK une longueur $MA = m$, élevant au point A une perpendiculaire indéfinie, du point M comme centre, avec c pour rayon, décrivant un arc de circonférence, il coupera la perpendiculaire en B, et on aura :

$$\cos BMA = \frac{MA}{MB} = \frac{m}{c} = \cos\omega'.$$

Il en sera de même de l'autre côté en B' pour lequel on a cos B'MA' $= -\cos\omega'$. Comme ces angles sont les limites de ceux pour lesquels le premier radical est réel, il y aura une branche de courbe comprise dans l'angle B'MB, et une autre symétrique en dessous dans l'angle formé par le prolongement des côtés B'M, BM.

La longueur BA est le côté d'un triangle rectangle ayant MB pour hypoténuse et MA pour troisième côté, $\overline{BA}^2 = c^2 - m^2 = \overline{MC}^2$. Si du point C comme centre, avec $CD = r$ pour rayon, on trace un arc de cercle, il coupera en D la ligne MK et on aura

$$\overline{MD}^2 = r^2 - (c^2 - m^2) = \rho_1^2.$$

En reportant, par un arc de cercle, le point D en V et V' sur les lignes MB, MB', on aura les points du lien correspondant aux valeurs de cos $\omega' = \pm\frac{m}{c}$.

Si du point K comme centre avec $KT = r$ pour rayon, on trace un arc de cercle, il coupera en T la ligne AB; et AK étant par construction égal à $c - m$, on aura

$$\overline{AT}^2 = r^2 - (c-m)^2 = \rho_m^2.$$

Le point T reporté en S par une parallèle à GK donnera le sommet de la courbe et son point de tangence. La ligne TT' sera la position correspondante de la bride, et GT', KT celles des bras. Il y aura donc une branche de courbe partant de V', s'élevant jusqu'en S et redescendant ensuite pour rejoindre le point V; il en sera de même symétriquement en dessous de M.

Sous sa forme (16), l'équation qui donne ρ^2, se prête bien aux déductions géométriques. Il convient de lui faire subir une légère transformation pour faciliter les calculs numériques qu'exige le tracé du lieu par points. Il faut y remplacer B par sa valeur (14), et calculer celle de c^2; on écrira alors

$$(23)\quad \rho^2 = r^2(1+\cos\alpha) - 2c^2\sin^2\omega \pm 2c\sin\omega\sqrt{c^2\sin^2\omega - r^2\cos\alpha},$$

en prenant r comme Watt l'a indiqué, et se donnant la course $2h = 2^m$, soit $h = 1$. Les formules précédentes donnent toutes les dimensions, longueurs et angles des divers organes du mécanisme. Les numéros entre parenthèses indiquent la formule dont on s'est servi.

$$(1)\quad \alpha = 18°55'30'', \qquad \frac{\alpha}{2} = 9°27'45''.$$

On a pris $m = 0{,}4286$ parce que cette longueur semblait plus avantageuse que $r = 0{,}50$. On y reviendra.

$$(8)\quad q = 3{,}00033.$$

Watt avait indiqué $q = 3{,}000$. Ceci vérifie donc sa disposition.

$$(6)\ \delta = 11°12'43'',\quad (7)\ p = 0{,}4204,\quad (10)\ \gamma = 7°58'39'',$$
$$(3)\ c = 3{,}0290.$$

Watt n'a donné ni p, ni c, qu'il est commode de connaître pour un tracé à faire.

$$(17)\ \omega' = 81°52'6'',\quad (18)\ \rho_1 = 0{,}3584,$$
$$90 - (\omega' + \gamma) = 90° - 89°50'45'' = 0°9'15'',$$
$$(21)\ \omega'' = 82°1'21'',\quad (22)\ \rho_m = 1{,}6551.$$

c étant plus petit que r, que Watt prend égal à 3,0833, dans son tracé, les cercles décrits par les bras se coupent.

En introduisant dans l'équation (23) les valeurs de r, α et m qui viennent d'être indiquées, et y donnant successivement à ω des valeurs comprises entre 90° et l'angle limite ω', on trouve les valeurs de ρ présentées dans le tableau ci-dessous :

$\omega =$	90°	88°	86°	84°	82°	82°1′21″ $= \omega''$	81°56′	81°51′6″ $= \omega'$
$\rho =$	1,6551 m	1,6381 m	1,5804 m	1,4436 m	1,0364 m	0	0,9070 m et 0,4835 m	0,3584 m

L'angle $\omega'' = 82°1'21''$ est (*fig.* 7), le complément de celui que l'axe MC de la courbe fait avec la verticale MU. Celui $\omega' = 81°52'6''$ est le complément de l'angle que cet axe fait avec la ligne MB qui limite le lieu. On a cherché la valeur de ρ correspondant à 81°56, pour avoir des points de la courbe très rapprochés de MB. Ce qui suit fera mieux comprendre sa forme.

Entre les angles ω'' et ω' il existe deux séries de valeurs de ρ, l'une faisant évidemment partie de la branche V′SV (*fig.*6); l'autre, appartenant à une seconde branche comprise entre les lignes qui forment les côtés de l'angle $\omega'' - \omega' = 0°9'15''$, ne peut être tracée à moins de prendre une échelle énorme. Cette portion de courbe part de M pour ω'' et arrive en V, pour ω', où elle se raccorde tangentiellement avec la branche supérieure. Il en est de même, de l'autre côté du diamètre (1) CM, et encore symétriquement en dessous du point M, ainsi qu'on l'a fait observer en discutant les angles ω' et ω''. On donne (*fig.* 7) une idée de sa forme en exagérant beaucoup les angles. La verticale MU fait avec le diamètre MC un angle $\gamma = 7°58'39''$. La ligne MB fait avec le diamètre celui $90 - \omega' = 8°7'54''$, l'angle UMB est donc $90 - \omega' - \gamma = 0°9'15''$. Le point B est à droite de la verticale, et cet angle est le plus grand écartement angulaire entre la verticale et la courbe tracée par le point d'attache de la tige du piston.

Du point V (*fig.* 7), pour lequel on a

$$\rho_1 = \sqrt{r^2 - (c^2 - m^2)} = r\sqrt{1 - \cos\alpha},$$

abaissant une perpendiculaire VQ sur la verticale, on aura la

(1) On insiste sur cette circonstance, parce que la figure 41, Pl. III, du *Traité* de M. Haton de la Goupillière pourrait, par suite d'une erreur du graveur, faire douter de cette symétrie.

plus grande déviation latérale de la tête de tige. En la nommant f on a :

$$f=\rho_1 \sin[90-(\omega'+\gamma)]=\rho_1\cos(\omega'+\gamma)=\rho_1(\cos\omega'\cos\gamma-\sin\omega'\sin\gamma).$$

On connaît la valeur de ρ_1, on a déjà trouvé :

$$(3)\ \sin\gamma=\frac{p}{c},\ \cos\gamma=\frac{q}{c}.\quad (17)\ \cos\omega'=\frac{m}{c},\ \sin\omega'=\frac{\sqrt{c^2-m^2}}{c}.$$

après ces substitutions f devient :

$$(24)\qquad f=\frac{\rho_1}{c^2}\left\{mq-p\sqrt{c^2-m^2}\right\},$$

formule qui donnera la plus forte déviation de la tige dans un cas donné, où, comme ici, toutes les quantités qui y entrent ont été préalablement calculées.

Dans tous les calculs qui précèdent, on a, avec Watt, pris r, m, q en fonction de h, et on en a déduit c, p, ρ_1, ρ_m, également en fonction de h; par conséquent dans la formule (24) h entre au cube dans le numérateur, et au carré dans le dénominateur. Elle peut donc s'écrire :

$$f=h\ \text{const.},$$

qui, en faisant le calcul numérique, devient

$$f=0{,}0009634\ h.$$

Ainsi, avec les dimensions de Watt, et pour une course $2h=2^m$, la déviation latérale n'atteint pas un millimètre.

En y remplaçant p et q par leurs valeurs, l'équation (24) peut s'écrire :

$$f=\frac{\rho_1}{2c^2}\left\{\frac{mh}{\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}}-\sqrt{\frac{p^2\cos\alpha}{\sin^2\alpha}\left(4m^2-h^2\operatorname{tang}^2\frac{\alpha}{2}\right)}\right\}.$$

On pourrait encore agir de même pour ρ_1 et c, ce qui n'y laisserait subsister que h, m et α. En regardant m comme variable indépendante, et différentiant, on arriverait à $\frac{df}{dm}$ qui, égalé à 0, indiquerait

la valeur de m correspondant à un maximum ou à un minimum de f. Mais, l'équation finale est du 6e degré, et par conséquent sans utilité pratique.

Il est évident que f sera le plus grand possible, avec les proportions de Watt, quand le radical sera nul, ce qui exige que l'on ait :

$$m = \frac{h}{2} \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} = 0{,}083336 \frac{h}{2} = 0{,}166672h.$$

On ne saurait donc prendre m aussi petit que l'on veut, et il doit être plus grand que cette valeur limite.

En se servant des formules (7) et (8), la valeur de tang γ peut s'écrire :

$$\operatorname{tang}\gamma = \frac{p}{q} = \frac{\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}}{h}\sqrt{4m^2 - h^2\operatorname{tang}^2\frac{\alpha}{2}},$$

qui, pour la limite $m = \frac{h}{2}\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}$, donne tang $\gamma = 0$. Ainsi, en se donnant *à priori* $\gamma = 0$, on arrive au maximum de déviation. D'un autre côté, on a également tang $\gamma = 0$, pour $\alpha = 0$. Ainsi, en plaçant, *à priori*, les centres sur une ligne horizontale, on arrive ou à une impossibilité, ou à un maximum de déviation. C'est donc une disposition à éviter soigneusement.

Il semble cependant qu'il y ait avantage à avoir γ petit pour que le diamètre s'écarte peu de la verticale et que la courbe soit plus resserrée.

Pour les mêmes motifs, on peut désirer encore que cos ω' soit petit, et ω' grand. On a (9) :

$$\cos\omega' = \frac{m}{c} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{h^2\cos\alpha}{m^2\sin^2\alpha}}}.$$

Pour y arriver m doit donc être petit par rapport à h.

Si l'angle $\omega'' - \omega'$ était nul, la seconde branche du lieu (*fig.* 6), qui part de M et aboutit à V, serait absolument en ligne droite. Mais on a déjà vu que ces angles ne peuvent être égaux.

Ces considérations montrent que la théorie donne bien des indications générales, mais ne fournit pas des chiffres précis menant au meilleur résultat possible. Watt est arrivé à faire simultanément l'angle γ et celui $\omega'' - \omega'$ assez petits, en même temps que m assez grand, pour obtenir une très faible déviation latérale. Ses lettres précitées montrent qu'il lui a fallu un certain temps pour arriver à cette solution. Il est à croire qu'il y est parvenu, soit par des tracés graphiques à très grande échelle, soit par des essais avec des règles en bois, ce qui semble plus probable d'après sa correspondance.

Serait-il possible, en s'imposant une condition de plus que l'inventeur ne l'a fait, d'arriver à une solution meilleure ou équivalente? Telle est la question que l'on a dû se poser et chercher à résoudre.

On s'est donné la condition $c = r$, et on est arrivé, en l'introduisant dans les diverses équations, aux formules suivantes; puis, en faisant les calculs numériques, aux chiffres qui les accompagnent, en partant toujours des valeurs de r, α, adoptées par Watt :

$$m = \frac{h}{\cos\frac{\alpha}{2}\sqrt{2}} = 0{,}7169.h, \qquad q = \frac{h}{2\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}} = 3{,}0000.h,$$

$$p = \frac{h}{2\cos\frac{\alpha}{2}}\sqrt{1+\cos^2\frac{\alpha}{2}} = 0{,}7120.h.$$

$$\sin\delta = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\sqrt{2}}, \qquad \operatorname{tang}\gamma = \operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}\sqrt{\frac{1+\cos^2\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}}},$$

$$\delta = 6°40'32'', \qquad \gamma = 13°21'5''.$$

$$\cos\omega' = \sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{2}, \qquad \omega' = 76°93'42'',$$

$$90 - \omega' = 13°26'18'', \qquad 90 - \omega' - \gamma = 0°5'13''.$$

$$\rho_1 = \frac{h}{\cos\frac{\alpha}{2}\sqrt{2}} = 0{,}7169\,h = m, \quad \sin\omega'' = \cos^2\frac{\alpha}{2},$$

$$\omega'' = 76°38'55'', \qquad 90 - \omega'' = 13°21'5''.$$

$$\omega'' - \omega' = 0°5'13'', \qquad \rho_m = \frac{h}{\cos\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{2}}} - \frac{1}{2} = 1{,}9791.h,$$

$$\omega' + \gamma = 89°54'47'', \quad \therefore \quad f = \rho_1 \cos(\omega' + \gamma) = 0{,}001443.h.$$

En traçant la figure 8, à la même échelle et par les mêmes moyens que celle 6, on voit que le lieu de l'équation est compris dans l'angle B'MB, dont les côtés font, à droite et à gauche du diamètre, un angle $90° - \omega' = 13°26'18''$, plus grand de $90° - \omega' - \gamma = 0°5'13''$ que celui du diamètre avec la verticale.

La branche supérieure a son sommet en S, et s'arrête en V' et V où elle est tangente à MB' et MB. La seconde branche est de chaque côté enserrée dans un angle de $\omega'' - \omega' = 0°5'13''$. Ces branches diffèrent donc très peu de la ligne droite. La déviation latérale ici $0{,}001443h$ est les $\frac{3}{2}$ de celle de Watt $0{,}0009634.h$.

Ces chiffres, calculés par logarithmes, et pour un angle très voisin de 90°, peuvent laisser du doute dans l'esprit; mais il est certain qu'en se donnant $c = r$, c'est-à-dire la condition que les cercles soient tangents, on arrive à une déviation latérale plus forte que celle de Watt.

On a encore cherché si, en partant de $\delta = \gamma$ on obtenait un résultat satisfaisant. Sans résumer ici le calcul, on peut faire prévoir ce qu'il doit donner dans l'expression de la déviation

$$f = \rho_1 \cos(\omega' + \gamma);$$

ρ_1 est généralement fractionnaire, il est dans le cas présent égal à $0{,}7169h$. La caractéristique de son logarithme est donc $\bar{1}$. Pour que f soit aussi petit que pour les données de Watt, il faut que celle du logarithme de $\cos(\omega' + \gamma)$ soit $\bar{3}$ ou même $\bar{4}$, ce qui n'existe que pour des angles de 89°30' et au-dessus. Ici, le calcul

donne $\omega' = 79°38'$ et $\omega' + \gamma = 89°5'45''$ dont le cosinus a $\bar{2}$ pour caractéristique, ce qui conduit à $f = 0{,}01132.h$. Il faut donc pour qu'un tracé soit admissible que $\omega' + \gamma$ ne diffère de 90° que de 3 ou 4 minutes au plus. On ne doit donc pas se donner $\hat{c} = \gamma$.

En ramenant la théorie du parallélogramme de Watt à celle de l'ensemble de deux bras égaux reliés par une bride, on a pu arriver à l'équation bicarrée (16), tandis que l'hypothèse de deux bras inégaux amenait à celle du 6e degré trouvée par divers auteurs, équation que l'emploi des coordonnées polaires ne rendait pas plus utile pour la pratique.

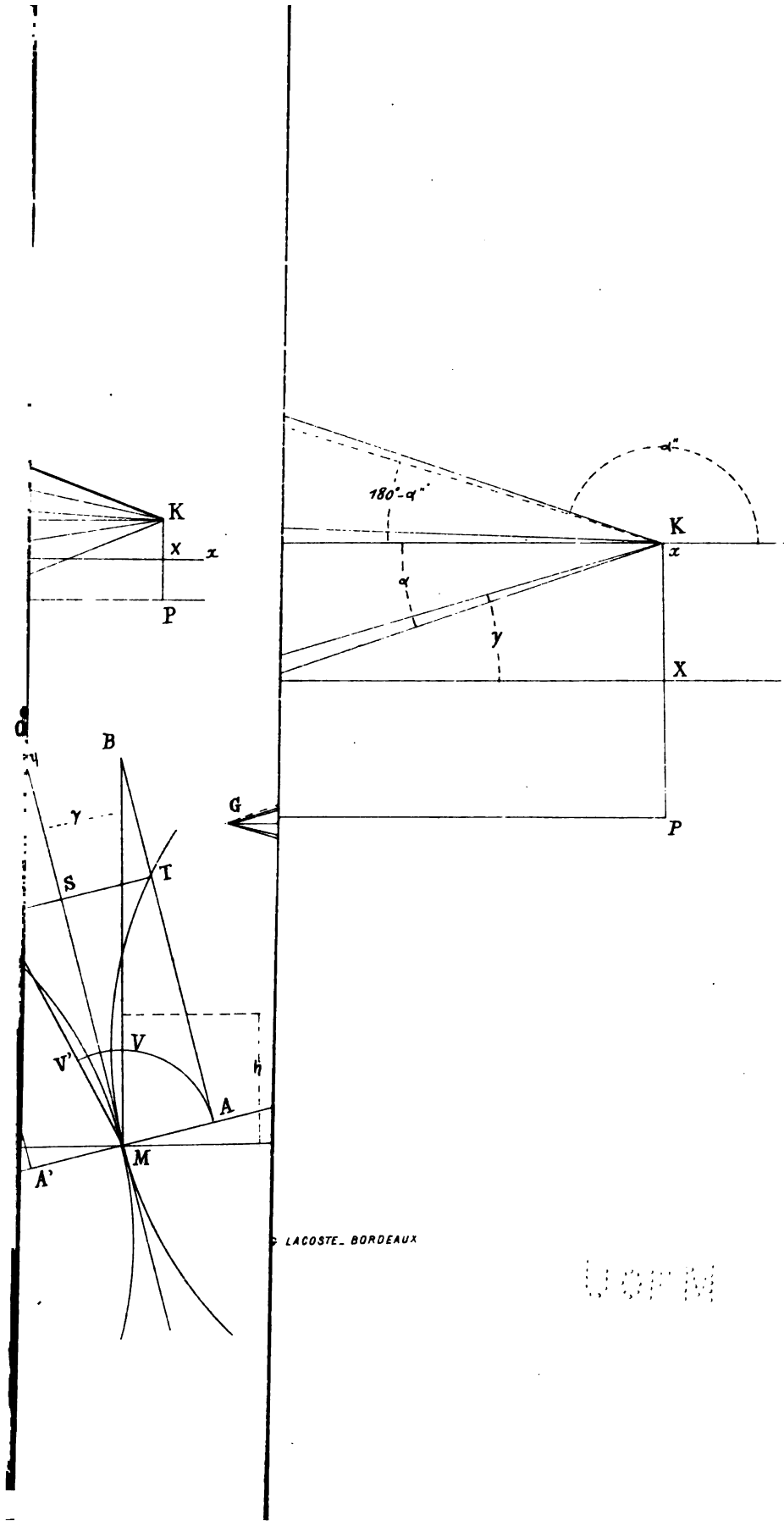
La courbe de Watt est bien une courbe à nœud, mais non la lemniscate de Bernoulli, qui est généralement présentée sous deux formes :

$$y^2 - x^2 + x^4 = 0, \qquad (y^2 + x^2)^2 + (y^2 - x^2) = 0.$$

Toutes deux donnent des courbes en ∞ couché, de même amplitude horizontale, la seconde ayant moins d'amplitude verticale que la première. Ces deux équations rapportées à des coordonnées polaires deviennent :

$$\rho = \frac{\sqrt{\cos 2\omega}}{\cos^2 \omega}, \qquad \rho = R\sqrt{\cos 2\omega},$$

qui diffèrent toutes deux de l'équation (16). La figure 7 en fait facilement comprendre la raison. Le lieu de Bernoulli n'a qu'un point d'inflexion double au centre, celui de Watt en a en outre un simple sur chacune de ses quatre branches.



LACOSTE_BORDEAUX

NRAU

NOTE

SUR

L'ANALYSE INDÉTERMINÉE ET LA GÉOMÉTRIE

A n DIMENSIONS

PAR M. G. BRUNEL.

---

1. L'*Analyse indéterminée* s'occupe de la résolution en nombres entiers ou fractionnaires des équations à plusieurs inconnues ou des systèmes d'équations où le nombre des inconnues est supérieur au nombre des équations proposées.

2. Considérons n quantités $x_1, x_2, \ldots, x_n$ indépendantes l'une de l'autre, et pouvant prendre chacune toutes les valeurs depuis $+\infty$ jusqu'à $-\infty$, nous appelons *espace à n dimensions* l'ensemble des valeurs de ces différentes quantités. Si l'on se donne entre $x_1, x_2, \ldots, x_n$ p équations, ces p équations définiront pour nous un espace à $n - p$ dimensions détaché dans l'espace fondamental. Lorsque les p équations sont linéaires, nous dirons que l'espace à $n - p$ dimensions est linéaire; sinon, l'espace est gauche. Nous conservons aux espaces à deux dimensions et à une dimension respectivement les noms de *surfaces* et de *courbes;* des valeurs déterminées pour les n variables définiront un *point*.

Il y a souvent avantage à introduire une nouvelle quantité x_{n+1} qui permet de rendre homogènes les diverses équations.

3. Nous pouvons dès lors définir l'objet de l'Analyse indéterminée comme le suivant : *déterminer sur un espace à $n - p$ dimensions tracé dans l'espace fondamental linéaire à n dimensions les points à coordonnées rationnelles ou entières.*

la valeur de m correspondant à un maximum ou à un minimum de f. Mais, l'équation finale est du 6e degré, et par conséquent sans utilité pratique.

Il est évident que f sera le plus grand possible, avec les proportions de Watt, quand le radical sera nul, ce qui exige que l'on ait :

$$m = \frac{h}{2} \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} = 0{,}083336 \frac{h}{2} = 0{,}166672 h.$$

On ne saurait donc prendre m aussi petit que l'on veut, et il doit être plus grand que cette valeur limite.

En se servant des formules (7) et (8), la valeur de $\operatorname{tang} \gamma$ peut s'écrire :

$$\operatorname{tang} \gamma = \frac{p}{q} = \frac{\operatorname{tang} \frac{\alpha}{2}}{h} \sqrt{4m^2 - h^2 \operatorname{tang}^2 \frac{\alpha}{2}},$$

qui, pour la limite $m = \frac{h}{2} \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2}$, donne $\operatorname{tang} \gamma = 0$. Ainsi, en se donnant *à priori* $\gamma = 0$, on arrive au maximum de déviation. D'un autre côté, on a également $\operatorname{tang} \gamma = 0$, pour $\alpha = 0$. Ainsi, en plaçant, *à priori*, les centres sur une ligne horizontale, on arrive ou à une impossibilité, ou à un maximum de déviation. C'est donc une disposition à éviter soigneusement.

Il semble cependant qu'il y ait avantage à avoir γ petit pour que le diamètre s'écarte peu de la verticale et que la courbe soit plus resserrée.

Pour les mêmes motifs, on peut désirer encore que $\cos \omega'$ soit petit, et ω' grand. On a (9) :

$$\cos \omega' = \frac{m}{c} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{h^2 \cos \alpha}{m^2 \sin^2 \alpha}}}.$$

Pour y arriver m doit donc être petit par rapport à h.

Si l'angle $\omega'' - \omega'$ était nul, la seconde branche du lieu (*fig.* 6), qui part de M et aboutit à V, serait absolument en ligne droite. Mais on a déjà vu que ces angles ne peuvent être égaux.

Ces considérations montrent que la théorie donne bien des indications générales, mais ne fournit pas des chiffres précis menant au meilleur résultat possible. Watt est arrivé à faire simultanément l'angle γ et celui $\omega'' - \omega'$ assez petits, en même temps que m assez grand, pour obtenir une très faible déviation latérale. Ses lettres précitées montrent qu'il lui a fallu un certain temps pour arriver à cette solution. Il est à croire qu'il y est parvenu, soit par des tracés graphiques à très grande échelle, soit par des essais avec des règles en bois, ce qui semble plus probable d'après sa correspondance.

Serait-il possible, en s'imposant une condition de plus que l'inventeur ne l'a fait, d'arriver à une solution meilleure ou équivalente? Telle est la question que l'on a dû se poser et chercher à résoudre.

On s'est donné la condition $c = r$, et on est arrivé, en l'introduisant dans les diverses équations, aux formules suivantes; puis, en faisant les calculs numériques, aux chiffres qui les accompagnent, en partant toujours des valeurs de r, α, adoptées par Watt :

$$m = \frac{h}{\cos\frac{\alpha}{2}\sqrt{2}} = 0{,}7169.h, \qquad q = \frac{h}{2\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}} = 3{,}0000.h,$$

$$p = \frac{h}{2\cos\frac{\alpha}{2}}\sqrt{1+\cos^2\frac{\alpha}{2}} = 0{,}7120.h.$$

$$\sin\delta = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\sqrt{2}}, \qquad \operatorname{tang}\gamma = \operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}\sqrt{\frac{1+\cos^2\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}}},$$

$$\delta = 6°40'32'', \qquad \gamma = 13°21'5''.$$

$$\cos\omega' = \sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{2}, \qquad \omega' = 76°93'42'',$$

$$90 - \omega' = 13°26'18'', \qquad 90 - \omega' - \gamma = 0°5'13''.$$

UofM

NOTE

SUR

L'ANALYSE INDÉTERMINÉE ET LA GÉOMÉTRIE

A n DIMENSIONS

PAR M. G. BRUNEL.

---

1. L'*Analyse indéterminée* s'occupe de la résolution en nombres entiers ou fractionnaires des équations à plusieurs inconnues ou des systèmes d'équations où le nombre des inconnues est supérieur au nombre des équations proposées.

2. Considérons n quantités $x_1, x_2, \ldots, x_n$ indépendantes l'une de l'autre, et pouvant prendre chacune toutes les valeurs depuis $+\infty$ jusqu'à $-\infty$, nous appelons *espace à n dimensions* l'ensemble des valeurs de ces différentes quantités. Si l'on se donne entre $x_1, x_2, \ldots, x_n$ p équations, ces p équations définiront pour nous un espace à $n - p$ dimensions détaché dans l'espace fondamental. Lorsque les p équations sont linéaires, nous dirons que l'espace à $n - p$ dimensions est linéaire; sinon, l'espace est gauche. Nous conservons aux espaces à deux dimensions et à une dimension respectivement les noms de *surfaces* et de *courbes;* des valeurs déterminées pour les n variables définiront un *point*.

Il y a souvent avantage à introduire une nouvelle quantité x_{n+1} qui permet de rendre homogènes les diverses équations.

3. Nous pouvons dès lors définir l'objet de l'Analyse indéter minée comme le suivant : *déterminer sur un espace à $n - p$ dimensions tracé dans l'espace fondamental linéaire à n dimensions les points à coordonnées rationnelles ou entières.*

Pour montrer l'avantage de l'emploi des considérations géométriques, il suffirait de rappeler la théorie des points dérivés sur une cubique plane. En un point P_1 de la cubique, qui n'est pas un point d'inflexion, menons la tangente qui rencontre la courbe en un point P_2 déterminé individuellement, de P_2 on déduit de même un point P_3, etc. Si, par suite, les coordonnées du point P_1 étaient rationnelles, il en sera de même pour P_2, P_3, etc. Nous voyons donc comment, d'une solution rationnelle de l'équation homogène du troisième degré $f(x_1, x_2, x_3) = 0$, on déduira en général une infinité de solutions; je dis, en général, car il pourrait se faire que le point P_n et le point P_1 fussent les mêmes, d'où l'importance de la considération des polygones de Steiner, dans la théorie des nombres. En Analyse indéterminée, on ne se borne pas au cas de deux ou trois variables en coordonnées non homogènes, de trois ou quatre variables en coordonnées homogènes; nous ferons de même, en employant les termes de la géométrie, quel que soit le nombre des variables.

4. Dans son Algèbre, Euler, après avoir démontré l'impossibilité de la résolution, en nombres entiers, de l'équation

$$x^3 + y^3 = z^3,$$

s'occupe de l'équation :

(1) $$x^3 + y^3 = z^3 + u^3.$$

Les formules auxquelles il arrive, après avoir été modifiées par Binet, ont appelé l'attention de M. Hermite, qui, remarquant que l'équation (1) représentait une surface du troisième ordre, a déduit de considérations géométriques simples les formules d'Euler et de Binet. (*Nouvelles Annales*, 1872.)

5. Considérons l'équation plus générale :

(2) $$\left\{ x_1^n + x_2^n = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 & \dots & y_{n-1} & 0 \\ 0 & y_1 & \dots & y_{n-2} & y_{n-1} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ y_2 & y_3 & \dots & 0 & y_1 \end{vmatrix} \right.,$$

dont les équations

$$x_1^2 + x_2^2 = y_1^2,$$
$$x_1^3 + x_2^3 = y_1^3 + y_2^3,$$

ne sont que des cas particuliers.

Nous supposerons, pour plus de simplicité, n impair et premier, et nous désignerons par α une quelconque des racines imaginaires de l'équation

$$x^n + 1 = 0.$$

L'équation (2) représente, en coordonnées homogènes, un espace à $n-1$ dimensions détaché dans l'espace linéaire à n dimensions. Nous pouvons écrire cette équation sous la forme :

$$\begin{aligned}&(x_1 + \alpha x_2)(x_1 + \alpha^2 x_2) \ldots (x_1 + \alpha^n x_2) = \\ &(y_1 + \alpha y_2 + \alpha^2 y_3 + \ldots + \alpha^{n-2} y_{n-1}) \times \\ &(y_1 + \alpha^2 y_2 + \alpha^4 y_3 + \ldots + \alpha^{2(n-2)} y_{n-1}) \times \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &(y_1 + \alpha^n y_1 + \alpha^{2n} y_3 \qquad + \alpha^{n(n-2)} y_{n-1}).\end{aligned}$$

Cette forme nous montre que l'espace à $n-1$ dimensions considéré contient en particulier les $n-1$ espaces linéaires à $n-2$ dimensions définies par les équations

$$(3) \qquad x_1 + \alpha^k x_2 = 0, \qquad y_1 + \alpha^k y_2 + \ldots + \alpha^{k(n-2)} y_{n-1} = 0,$$

où k prend les valeurs $1, 2, 3, \ldots, n-1$.

Considérons dès lors, dans l'espace linéaire à n dimensions que nous avons choisi, une droite. Si elle était quelconque, elle rencontrerait l'espace gauche en question, qui est du $n^{\text{ième}}$ ordre en n points; mais, si nous assujettissons $n-1$ de ces points à se trouver sur les espaces linéaires à $n-2$ dimensions définis par les équations (3), il ne restera plus qu'un point arbitraire, et c'est ce point dont nous allons maintenant chercher les coordonnées :

Une droite quelconque a pour équations :

$$(4) \qquad \begin{cases} y_1 = a_1 x_1 + b_1 x_n, \\ y_2 = a_2 x_1 + b_2 x_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_{n-1} = a_{n-1} x_1 + b_{n-1} x_2; \end{cases}$$

si nous faisons

$$x_1 = -\alpha^k x_2,$$

nous trouvons, en substituant dans l'équation

$$y_1 + \alpha^k y_2 + \ldots + \alpha^{k(n-2)} y_{n-1} = 0,$$

les valeurs correspondantes de $y_1, y_2, \ldots, y_{n-1}$,

$$\begin{aligned} &-\alpha^k (a_1 + \alpha^k a_2 + \ldots + \alpha^{k(n-2)} a_{n-1}) \\ &+ \quad (b_1 + \alpha^k b_2 + \ldots + \alpha^{k(n-2)} b_{n-1}) = 0; \end{aligned}$$

et, comme correspondant aux $n - 1$ valeurs de k, nous avons ainsi $n - 1$ équations de condition. Ces $n - 1$ équations nous permettent de déduire $b_1, b_2, \ldots, b_{n-1}$ en fonction de $a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}$.

Posons :

$$\begin{aligned} b_1 &= \varepsilon_1, \\ b_2 &= \varepsilon_2 + a_1, \\ b_3 &= \varepsilon_3 + a_2, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ b_{n-1} &= \varepsilon_{n-1} + a_{n-2}; \end{aligned}$$

le résultat de la substitution devient simplement :

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \alpha^k + \ldots + \varepsilon_{n-1} \alpha^{k(n-2)} - a_{n-1} \alpha^{k(n-2)} = 0,$$

et si nous faisons :

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \ldots = \varepsilon_{n-1} = -a_{n-1},$$

l'équation est identiquement satisfaite. On a donc :

$$(5) \qquad \left\{ \begin{aligned} b_1 &= -a_{n-1}, \\ b_2 &= -a_{n-1} + a_1, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ b_{n-1} &= -a_{n-1} + a_{n-2}. \end{aligned} \right.$$

Les points d'intersection de la droite et de l'espace sont donnés par l'équation de degré n :

$$x_1^n + x_2^n = \begin{vmatrix} a_1 x_1 + b_1 x_2, & \ldots & a_{n-1} x_1 + b_{n-1} x_2, & 0 \\ 0 & \ldots & a_{n-2} x_2 + b_{n-2} x_2, & a_{n-1} x_1 + b_{n-1} x_2 \\ \ldots\ldots & \ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ a_2 x_1 + b_2 x_2, & \ldots & 0 & a_1 x_1 + b_1 x_2 \end{vmatrix};$$

ou bien en posant :

$$\begin{vmatrix} y_1 & y_2 & \dots & y_{n-1} & 0 \\ 0 & y_1 & \dots & y_{n-2} & y_{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_2 & y_3 & & 0 & y_1 \end{vmatrix} f(y_1 \dots y_{n-1}),$$

par l'équation :

$$x_1^n[1 - f(a_1, a_2, \dots, a_{n-1})] + \dots + x_2^n[1 - f(b_1, b_2, \dots, b_{n-1})] = 0.$$

Soit :

$$\frac{x_1}{x_2} = t,$$

nous connaissons déjà $n - 1$ valeurs de t

$$t_1 = -\alpha, \quad t_2 = -\alpha^2, \dots, t_{n-1} = -\alpha^{n-1};$$

or, le produit des racines de l'équation est égal à :

$$t_1 . t_2 \dots t_{n-1} . t_n = (-1)^n \frac{1 - f(b_1, b_2, \dots, b_{n-1})}{1 - f(a_1, a_2, \dots, a_{n-1})};$$

on a donc :

$$t_n = \frac{1 - f(b_1, b_2, \dots, b_{n-1})}{f(a_1, a_2, \dots, a_{n-1}) - 1},$$

que nous écrivons plus simplement encore

$$t_n = \frac{1 - B}{A - 1}.$$

Les coordonnées d'un point de l'espace à $n - 1$ dimensions se trouvent alors exprimées rationnellement en fonction des $n - 1$ paramètres $a_1 \dots, a_{n-1}$, puisque nous pouvons supposer dans B les b exprimés en fonctions des a :

$$(6) \quad \begin{cases} x_1 = 1 - B, \\ x_2 = A - 1, \\ y_1 = a_1(1 - B) + a_{n-1}.(1 - A), \\ y_2 = a_2(1 - B) + (a_{n-1} - a_1)(1 - A), \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ y_{n-2} = a_{n-2}(1 - B) + (a_{n-1} - a_{n-3})(1 - A), \\ y_{n-1} = a_{n-1}(1 - B) + (a_{n-1} - a_{n-2})(1 - A), \end{cases}$$

où l'on pose :

$$A = f(a_1, a_2, a_3, a_{n-1}),$$
$$B = f(-a_{n-1}, a_1 - a_{n-1}, a_2 - a_{n-1}, \ldots, a_{n-2} - a_{n-1}).$$

Si, dans ces formules, nous remplaçons les a par des nombres fractionnaires, nous avons des solutions de l'équation proposée en nombres fractionnaires. D'une solution en nombres fractionnaires se déduit immédiatement une solution en nombres entiers; il suffit de multiplier les expressions trouvées pour x_1, x_2, y_1, y_2, ..., y_{n-1}, par le plus petit multiple commun de leurs dénominateurs.

6. Il est évident que la méthode que nous avons employée ou une méthode analogue s'applique dans un grand nombre de cas.

Elle s'applique également aux espaces rationnels à $n-2$, $n-3$, ..., 2, 1 dimensions, situés dans l'espace à n dimensions, c'est-à-dire à la résolution en nombres entiers ou rationnels de 2, 3, ..., $n-2$, $n-1$ équations simultanées homogènes à $n+1$ variables.

Un bel exemple nous est offert, par la simple considération de la droite. Dans l'espace à n dimensions, la droite est définie par $n-1$ équations, par exemple par les équations (4) où les a et les b ont des valeurs déterminées. Nous voyons donc qu'il y a dans l'espace linéaire à n dimensions $\infty^{2(n-1)}$ droites, mais au lieu de définir une droite par les quantités a et b, il y a souvent avantage à introduire d'autres paramètres, considérés déjà depuis longtemps par Plücker, Clebsch, etc..., dans le cas de l'espace à trois dimensions et auxquels on a donné le nom de coordonnées de la droite.

7. Considérons dans le plan une droite :

$$\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 = 0;$$

si nous posons,

$$\alpha_1 = p_1,$$
$$\alpha_2 = p_2,$$
$$\alpha_3 = p_3,$$

p_1, p_2, p_3 s'appellent les coordonnées de la droite.

Une équation homogène entre p_1, p_2, p_3 représente une courbe comme enveloppe de ses tangentes.

Entre les coordonnées p_1, p_2, p_3 n'existe évidemment aucune relation.

8. Dans l'espace, une droite est définie par deux équations linéaires :

$$\begin{aligned} \alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2 + \alpha_{13}x_3 + \alpha_{14}x_4 &= 0, \\ \alpha_{21}x_1 + \alpha_{22}x_2 + \alpha_{23}x_3 + \alpha_{24}x_4 &= 0. \end{aligned}$$

Entre ces deux équations, éliminons par exemple x_1

$$(x_{12}x_{21} - \alpha_{22}x_{11})x_2 + (\alpha_{13}\alpha_{21} - \alpha_{23}\alpha_{11})x_3 + (\alpha_{14}x_{21} - \alpha_{24}x_{11})x_4 = 0,$$

d'où on déduit les équations obtenues en éliminant x_2, x_3 ou x_4, par une permutation circulaire effectuée pour les α sur les seconds indices, et pour les x sur les seuls indices qu'ils contiennent :

$$\begin{aligned} (x_{13}x_{22} - \alpha_{23}x_{12})x_3 + (\alpha_{14}x_{22} - \alpha_{24}x_{12})x_4 + (x_{11}x_{22} - x_{21}x_{12})x_1 &= 0, \\ (\alpha_{14}x_{23} - \alpha_{24}x_{13})x_4 + (x_{11}x_{23} - x_{21}x_{13})x_1 + (x_{12}x_{23} - x_{22}x_{23})x_2 &= 0, \\ (\alpha_{11}\alpha_{24} - \alpha_{21}\alpha_{14})x_1 + (x_{12}x_{24} - x_{22}x_{14})x_2 + (x_{13}x_{24} - x_{23}x_{14})x_3 &= 0. \end{aligned}$$

quatre équations, en y posant :

$$\begin{aligned} x_{12}x_{21} - x_{22}x_{11} &= p_{21}, & x_{11}x_{22} - x_{21}x_{12} &= p_{12} = -p_{21}, \\ x_{13}x_{21} - x_{23}x_{11} &= p_{31}, & x_{11}x_{23} - x_{21}x_{13} &= p_{13} = -p_{31}, \\ x_{14}x_{21} - x_{24}x_{11} &= p_{41}, & x_{11}x_{24} - x_{21}x_{14} &= p_{14} = -p_{41}, \\ x_{22} - x_{23}x_{12} &= p_{32}, & x_{12}x_{23} - x_{22}x_{13} &= p_{23} = -p_{32}, \\ x_{22} - x_{24}x_{12} &= p_{42}, & x_{12}x_{24} - x_{22}x_{14} &= p_{24} = -p_{42}, \\ x_{23} - x_{24}x_{13} &= p_{43}, & x_{13}x_{24} - x_{23}x_{14} &= p_{34} = -p_{43}, \end{aligned} \tag{7}$$

devienn :

$$\begin{aligned} \cdot \quad + p_{21}x_2 + p_{31}x_3 + p_{41}x_4 &= 0, \\ -p_{21}x_1 \quad , \quad + p_{32}x_3 + p_{42}x_4 &= 0, \\ -p_{31}x_1 - p_{32}x_2 \quad \cdot \quad + p_{43}x_4 &= 0, \\ -p_{41}x_1 - p_{42}x_2 - p_{43}x_3 \quad \cdot \quad &= 0, \end{aligned} \tag{8}$$

ions que l'on peut écrire plus simplement :

$$\begin{vmatrix} 0 & p_{21} & p_{31} & p_{41} \\ -p_{21} & 0 & p_{32} & p_{42} \\ -p_{31} & -p_{32} & 0 & p_{43} \\ -p_{41} & -p_{42} & -p_{43} & 0 \end{vmatrix} (x_1, x_2, x_3, x_4) = 0.$$

où l'on pose :

$$A = f(a_1, a_2, a_3, a_{n-1}),$$
$$B = f(-a_{n-1}, a_1 - a_{n-1}, a_2 - a_{n-1}, \ldots, a_{n-2} - a_{n-1}).$$

Si, dans ces formules, nous remplaçons les a par des nombres fractionnaires, nous avons des solutions de l'équation proposée en nombres fractionnaires. D'une solution en nombres fractionnaires se déduit immédiatement une solution en nombres entiers ; il suffit de multiplier les expressions trouvées pour x_1, x_2, y_1, y_2, ..., y_{n-1}, par le plus petit multiple commun de leurs dénominateurs.

6. Il est évident que la méthode que nous avons employée ou une méthode analogue s'applique dans un grand nombre de cas.

Elle s'applique également aux espaces rationnels à $n-2$, $n-3$, ..., 2, 1 dimensions, situés dans l'espace à n dimensions, c'est-à-dire à la résolution en nombres entiers ou rationnels de 2, 3, ..., $n-2$, $n-1$ équations simultanées homogènes à $n+1$ variables.

Un bel exemple nous est offert, par la simple considération de la droite. Dans l'espace à n dimensions, la droite est définie par $n-1$ équations, par exemple par les équations (4) où les a et les b ont des valeurs déterminées. Nous voyons donc qu'il y a dans l'espace linéaire à n dimensions $\infty^{2(n-1)}$ droites, mais au lieu de définir une droite par les quantités a et b, il y a souvent avantage à introduire d'autres paramètres, considérés déjà depuis longtemps par Plücker, Clebsch, etc..., dans le cas de l'espace à trois dimensions et auxquels on a donné le nom de coordonnées de la droite.

7. Considérons dans le plan une droite :

$$\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 = 0;$$

si nous posons,

$$\alpha_1 = p_1,$$
$$\alpha_2 = p_2,$$
$$\alpha_3 = p_3,$$

p_1, p_2, p_3 s'appellent les coordonnées de la droite.

Une équation homogène entre p_1, p_2, p_3 représente une courbe comme enveloppe de ses tangentes.

Entre les coordonnées p_1, p_2, p_3 n'existe évidemment aucune relation.

8. Dans l'espace, une droite est définie par deux équations linéaires :

$$\begin{aligned} \alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2 + \alpha_{13}x_3 + \alpha_{14}x_4 &= 0, \\ \alpha_{21}x_1 + \alpha_{22}x_2 + \alpha_{23}x_3 + \alpha_{24}x_4 &= 0. \end{aligned}$$

Entre ces deux équations, éliminons par exemple x_1

$$(\alpha_{12}\alpha_{21} - \alpha_{22}\alpha_{11})x_2 + (\alpha_{13}\alpha_{21} - \alpha_{23}\alpha_{11})x_3 + (\alpha_{14}\alpha_{21} - \alpha_{24}\alpha_{11})x_4 = 0,$$

d'où on déduit les équations obtenues en éliminant x_2, x_3 ou x_4, par une permutation circulaire effectuée pour les α sur les seconds indices, et pour les x sur les seuls indices qu'ils contiennent :

$$\begin{aligned} (\alpha_{13}\alpha_{22} - \alpha_{23}\alpha_{12})x_3 + (\alpha_{14}\alpha_{22} - \alpha_{24}\alpha_{12})x_4 + (\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{21}\alpha_{12})x_1 &= 0, \\ (\alpha_{14}\alpha_{23} - \alpha_{24}\alpha_{13})x_4 + (\alpha_{11}\alpha_{23} - \alpha_{21}\alpha_{13})x_1 + (\alpha_{12}\alpha_{23} - \alpha_{22}\alpha_{23})x_2 &= 0, \\ (\alpha_{11}\alpha_{24} - \alpha_{21}\alpha_{14})x_1 + (\alpha_{12}\alpha_{24} - \alpha_{22}\alpha_{14})x_2 + (\alpha_{13}\alpha_{24} - \alpha_{23}\alpha_{14})x_3 &= 0. \end{aligned}$$

quatre équations, en y posant :

(7)
$$\begin{aligned} \alpha_{12}\alpha_{21} - \alpha_{22}\alpha_{11} &= p_{21}, & \alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{21}\alpha_{12} &= p_{12} = -p_{21}, \\ \alpha_{13}\alpha_{21} - \alpha_{23}\alpha_{11} &= p_{31}, & \alpha_{11}\alpha_{23} - \alpha_{21}\alpha_{13} &= p_{13} = -p_{31}, \\ \alpha_{14}\alpha_{21} - \alpha_{24}\alpha_{11} &= p_{41}, & \alpha_{11}\alpha_{24} - \alpha_{21}\alpha_{14} &= p_{14} = -p_{41}, \\ \alpha_{23} - \alpha_{23}\alpha_{12} &= p_{32}, & \alpha_{12}\alpha_{23} - \alpha_{22}\alpha_{13} &= p_{23} = -p_{32}, \\ \alpha_{24} - \alpha_{24}\alpha_{12} &= p_{42}, & \alpha_{12}\alpha_{24} - \alpha_{22}\alpha_{14} &= p_{24} = -p_{42}, \\ \alpha_{24} - \alpha_{24}\alpha_{13} &= p_{43}, & \alpha_{13}\alpha_{24} - \alpha_{23}\alpha_{14} &= p_{34} = -p_{43}, \end{aligned}$$

devienn :

(8)
$$\begin{aligned} \cdot \quad + p_{21}x_2 + p_{31}x_3 + p_{41}x_4 &= 0, \\ -p_{21}x_1 \quad , \quad + p_{32}x_3 + p_{42}x_4 &= 0, \\ -p_{31}x_1 - p_{32}x_2 \quad \cdot \quad + p_{43}x_4 &= 0, \\ -p_{41}x_1 - p_{42}x_2 - p_{43}x_3 \quad \cdot \quad &= 0, \end{aligned}$$

ions que l'on peut écrire plus simplement :

$$\begin{vmatrix} 0 & p_{21} & p_{31} & p_{41} \\ -p_{21} & 0 & p_{32} & p_{42} \\ -p_{31} & -p_{32} & 0 & p_{43} \\ -p_{41} & -p_{42} & -p_{43} & 0 \end{vmatrix} (x_1, x_2, x_3, x_4) = 0.$$

Les six quantités p que nous avons conservées

$$p_{21} \quad p_{31} \quad p_{41} \quad p_{32} \quad p_{42} \quad p_{43}$$

peuvent être appelées coordonnées de la droite.

Ces quantités ne sont pas indépendantes; en effet, si des deux premières équations (8) par exemple on tire x_1 et x_2, on doit en posant ces valeurs dans les deux autres obtenir des identités.

On trouve, en effectuant la substitution :

$$\begin{aligned}(-p_{31}p_{32}+p_{32}p_{31})x_3+(-p_{31}p_{42}+p_{32}p_{41}+p_{21}p_{43})x_4&=0,\\ (p_{42}p_{31}-p_{41}p_{32}-p_{43}p_{21})x_3+(-p_{41}p_{42}+p_{42}p_{41})x_4&=0,\end{aligned}$$

c'est-à-dire que les six quantités p sont liées par la relation :

$$p_{41}p_{32}-p_{42}p_{31}+p_{43}p_{21}=0. \tag{9}$$

Nous pouvons donc considérer l'étude de l'espace à trois dimensions où les éléments constituants sont des droites, ou bien, suivant l'expression adoptée, de l'espace réglé, comme identique à l'étude des fonctions homogènes à six variables, ces six variables étant assujetties à la restriction de satisfaire à l'équation du second degré.

Ce résultat peut s'exprimer autrement en ayant recours aux termes de la géométrie. L'étude de l'espace réglé est identique à l'étude d'un espace gauche à quatre dimensions et du second ordre situé dans un espace linéaire à cinq dimensions. Les complexes, les connexes et les surfaces réglées sont des espaces à trois, deux, une dimension situés sur cet espace gauche du second ordre.

Laissant de côté ce point de vue plus général et revenant à la question qui nous occupe, nous voyons que l'équation (9) sera résolue en nombres entiers si l'on substitue dans les expressions (7) aux α des nombres entiers.

9. Faisons encore un pas en avant. Dans l'espace à quatre dimensions, la droite peut être considérée comme intersection de

trois espaces linéaires à trois dimensions. Ses équations sont, par exemple :

$$\sum_i \alpha_{1i} x_i = 0,$$
$$\sum_i \alpha_{2i} x_i = 0, \qquad i = 1, 2, 3, 4, 5.$$
$$\sum_i \alpha_{3i} x_i = 0,$$

Formons la matrice dont les éléments constituants sont les coefficients des x dans ces équations

$$(10) \qquad \left\| \begin{matrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} & \alpha_{15} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} & \alpha_{25} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} & \alpha_{35} \end{matrix} \right\|;$$

nous désignerons par $p_{\alpha\beta\gamma}$ ou plus simplement encore par $(\alpha\beta\gamma)$ le déterminant obtenu en prenant dans cette matrice les colonnes de rang α, β et γ.

On a évidemment

$$p_{\alpha\beta\gamma} = p_{\beta\gamma\alpha} = p_{\gamma\alpha\beta} = -p_{\alpha\gamma\beta} = -p_{\beta\alpha\gamma} = -p_{\gamma\beta\alpha}.$$

Le nombre total des p est égal au nombre des arrangements, et le nombre des p réellement distincts au nombre des combinaisons de cinq indices trois à trois, c'est-à-dire à

$$\frac{5.4.3}{1.2.3} = 10.$$

Nous considèrerons en particulier les dix p dont les indices sont

$$(123), (124), (125), (134), (135), (145), (234), (235), (245), (345),$$

et ce sont ces dix quantités que nous appellerons coordonnées de la droite. Nous verrons qu'elles ne sont pas indépendantes et nous allons établir les relations qui existent entre elles.

Désignons par i, k, l, m, n les nombres 1, 2, 3, 4, 5 pris dans un ordre quelconque; si nous éliminons entre les équations (9)

successivement x_i et x_k, x_i et x_l, x_i et x_m, nous obtenons les équations :

$$(11)\qquad \begin{cases} (lik)x_l + (mik)x_m + (nik)x_n = 0, \\ (kil)x_k + (mil)x_m + (nil)x_n = 0, \\ (kim)x_k + (lim)x_l + (nim)x_n = 0; \end{cases}$$

tirant x_k et x_l des deux premières et substituant dans le troisième, nous devons obtenir une identité. Le résultat de la substitution est:

$$\begin{aligned} &[(kim)(mil) - (lim)(mik)]x_m \\ &+ [(kim)(nil) - (lim)(nik) + (lik)(nim)]x_n = 0, \end{aligned}$$

ce qui donne entre les quantités p la relation

$$(12)\qquad (ikl)(inm) + (ilm)(ink) + (imk)(inl) = 0,$$

relation dont la loi de formation est évidente.

Si nous remplaçons les lettres par des nombres, nous obtenons en tout vingt relations, mais qui se groupent quatre par quatre, les relations d'un même gronpe étant identiques et ne différant que par la forme. Nous prenons encore pour simplifier :

$$(13)\qquad \begin{cases} (123) = (6) = y_1, \\ (124) = (7) = y_2, \\ (125) = (8) = y_3, \\ (134) = (8') = y_4, \\ (135) = (9) = y_5, \\ (145) = (10) = y_6, \\ (234) = (9') = y_7, \\ (235) = (10') = y_8, \\ (245) = (11) = y_9, \\ (345) = (12) = y_{10}. \end{cases}$$

Les relations différentes fournies par l'équation (12) deviennent:

$$(14)\qquad \begin{cases} (6)(10) - (7)(9) + (8)(8') = 0, \\ (6)(11) - (7)(10') + (8)(9') = 0, \\ -(6)(12) + (8')(10') - (9)(9') = 0, \\ (7)(12) - (8')(11) + (10)(9') = 0, \\ (8)(12) - (9)(11) + (10)(10') = 0, \end{cases}$$

équations caractérisées par ce fait que dans chacune d'elles la somme des nombres qui figurent dans les symboles d'un produit est constante. La constante est pour les différentes équations 16, 17, 18, 19 ou 20.

10. Nous écrivons ces équations sous la forme :

$$(15)\qquad \begin{cases} y_1 y_6 - y_2 y_5 + y_3 y_4 = 0, \\ y_1 y_9 - y_2 y_8 + y_3 y_7 = 0, \\ y_1 y_{10} - y_4 y_8 + y_5 y_7 = 0, \\ y_2 y_{10} - y_4 y_9 + y_6 y_7 = 0, \\ y_3 y_{10} - y_5 y_9 + y_6 y_8 = 0. \end{cases}$$

Il est bon de remarquer que ces cinq équations ne sont pas indépendantes; en effet, si nous multiplions les deux membres des trois premières équations respectivement par y_7, $-y_4$ et y_2, nous obtenons

$$y_1(y_2 y_{10} - y_4 y_9 + y_6 y_7) = 0;$$

et de même en multipliant par y_8, $-y_5$ et y_2, nous avons

$$y_1(y_3 y_{10} - y_5 y_9 + y_6 y_8) = 0.$$

Nous avons vis-à-vis de nous cinq équations représentant seulement trois conditions. C'est là quelque chose de semblable à ce qui se présente déjà dans l'espace ordinaire pour une courbe du troisième degré, par exemple; pour la définir complètement, il est nécessaire d'avoir recours à trois équations et non à deux seulement, et cela tient à ce que la courbe du troisième degré n'est pas l'intersection complète de deux surfaces. Nous sommes donc amenés à examiner plus attentivement les cinq équations (15), si nous voulons avoir une notion plus précise sur l'espace gauche à six dimensions qu'elles déterminent dans l'espace linéaire à neuf dimensions.

Les deux dernières des équations (15) sont une conséquence des trois premières, à moins que y_1 ne soit égal à 0. Dès lors, faisons

$$y_1 = 0;$$

les trois premières équations deviennent

$$(16)\qquad \begin{cases} y_2y_5 - y_3y_4 = 0, \\ y_2y_4 - y_3y_7 = 0, \\ y_4y_8 - y_5y_7 = 0; \end{cases}$$

il arrive encore ici que l'on a affaire à des équations non indépendantes, on peut en effet écrire

$$(17)\qquad \frac{y_2}{y_3} = \frac{y_4}{y_5} = \frac{y_7}{y_8}.$$

Les deux premières des équations (16), avec la condition $y_1 = 0$, représentent un espace gauche à six dimensions et du quatrième ordre, mais cet espace contient l'espace linéaire

$$y_1 = 0, \qquad y_2 = 0, \qquad y_3 = 0,$$

qui est superflu comme le montre la dernière des équations (16). L'espace considéré n'est donc que du troisième ordre.

Les coordonnées d'un point quelconque de cet espace ne satisfont pas aux cinq équations (15) puisque les conditions (17), substituées dans les deux dernières équations, ne conduisent pas à une identité.

Ainsi, la présence des deux dernières équations nous montre que dans l'espace à six dimensions défini par les trois premières et qui est du huitième ordre, existe un espace à six dimensions du troisième ordre surabondant. Les équations considérées représentent donc un espace du cinquième ordre.

L'étude de l'espace réglé à quatre dimensions revient donc à l'étude des espaces tracés dans l'espace linéaire à neuf dimensions sur l'espace gauche à six dimensions et du cinquième ordre défini par les équations (15).

Quoi qu'il en soit, au point de vue de la théorie des nombres, nous savons maintenant former autant de solutions en nombres entiers que nous voulons des mêmes équations (15); il suffit de prendre pour les variables les expressions (13) où on donne aux α des valeurs entières.

11. Dans le cas général, la considération de la droite dans l'espace à n dimensions nous conduit à considérer une matrice à $n-1$ lignes et $n+1$ colonnes; les déterminants différents d'ordre $n-1$ qui la constituent et qui sont au nombre de $\frac{n(n+1)}{2}$ seront les coordonnées homogènes de la droite et il existe entre ces coordonnées $\frac{n(n+1)}{2} - (2n-1) = \frac{(n-1)(n-2)}{2}$ conditions représentées en réalité par un plus grand nombre de relations du second degré. La solution en nombre entiers de ces équations simultanées est immédiate.

Des considérations analogues s'appliquent à un espace linéaire à p dimensions situé dans un espace fondamental linéaire à n dimensions, n étant plus grand que p. Le cas de la droite est celui de $p = 1$.

12. Nous nous contentons ici des exemples simples que nous avons donnés et qui suffisent à montrer l'intérêt que présentent les considérations de géométrie à n dimensions. Il est certain que l'on pourrait faire abstraction complète des termes de géométrie; ils nous paraissent cependant donner aux résultats plus de netteté, aux raisonnements plus de rapidité.

NOTE

SUR

UN RÉSULTAT MAGNÉTIQUE

OBTENU A BORD DU PAQUEBOT *NIGER*

des Messageries maritimes

PAR M. BAULE

CAPITAINE DU « NIGER »

La théorie de la régulation des compas ou boussoles marines aidée des excellents instruments de Sir W. Thomson permet de mesurer les forces magnétiques provenant du navire qui, indépendamment des forces magnétiques terrestres, agissent sur l'aiguille aimantée. Ces forces perturbatrices, très considérables sur les bâtiments en fer, proviennent de deux sources distinctes :

1° Des fers restés doux ou à peu près doux dont l'aimantation varie, par suite, avec l'orientation du navire et sa position sur le globe.

2° Des fers qui ont atteint un état d'aimantation à peu près stable. Les forces qui en résultent sont sensiblement constantes; elles constituent ce que l'on appelle le magnétisme permanent ou sous-permanent.

Il est naturel de supposer que ce magnétisme a été contracté, du moins en partie, pendant la construction, alors que le martelage nécessité par la mise en place des rivets ou autres opérations analogues déterminait, dans diverses pièces de fer, une aimantation correspondante à leur orientation. La direction du chantier doit donc avoir une influence marquée sur les propriétés magnétiques du navire. D'après les résultats obtenus à bord du *Niger*, cette influence semblerait prépondérante.

Pour déterminer séparément les forces dues au fer doux et au magnétisme permanent, il est nécessaire de recueillir des observations dans divers parages où les conditions du magnétisme terrestre sont très différentes. Les voyages réguliers qu'effectue le *Niger* depuis six mois de part et d'autre de l'équateur magnétique m'ont permis d'observer mes boussoles dans des conditions favorables.

En désignant pour plus de clarté par

P la composante horizontale du magnétisme permanent qui attire, *vers l'avant du navire*, le *pôle nord* de l'aiguille aimantée,

Q la composante horizontale qui attire le même pôle *vers bâbord*,

j'obtiens (l'unité étant la force horizontale à Greenwich):

Pour la boussole n° 1 :

$$P = + 0{,}098, \qquad Q = + 0{,}255.$$

La résultante de ces deux forces fera donc, avec l'axe longitudinal du navire, un angle compté de l'*avant vers bâbord*

$$\text{arc tg.} \frac{Q}{P} = 69°.$$

Or, si on suppose la direction de cette résultante tracée sur le pont, et si on reporte, par la pensée, le *Niger* sur son chantier, cette direction *coïncidera à trois degrés près* avec le méridien magnétique. L'orientation du chantier est en effet S. 72° O. magnétique.

Pour la boussole n° 2 :

$$P = + 0{,}031, \quad Q = + 0{,}148, \quad \text{arc tg.} \frac{Q}{P} = 78°.$$

La coïncidence ne serait plus qu'à six degrés près, mais il faut tenir compte que la boussole n° 2, beaucoup plus élevée au-dessus du pont, est moins soumise à l'influence de la masse du navire, mais par contre l'est beaucoup plus à celle d'une passerelle garnie de fer, construite plusieurs années après le lancement du *Niger*.

Une pareille coïncidence n'a jamais été signalée, que je sache, sur aucun bâtiment; je me garderai donc bien de lui attribuer une généralité qui ne pourrait être établie que par des vérifications nombreuses et obtenues avec des compas bien placés, c'est-à-dire éloignés, comme ceux du *Niger*, de toute masse de fer considérable. Je constate simplement un fait que je crois de nature à attirer l'attention des navigateurs qui s'occupent de l'importante question des boussoles marines.

NOTE

SUR LES OXYDES DE CUIVRE

PAR M. A. JOANNIS

Exposé.

On connaît depuis longtemps deux oxydes de cuivre répondant aux formules Cu^2O et CuO. Plus récemment, MM. Favre et Maumené ont signalé l'existence d'un composé Cu^5O^3 formé en chauffant au rouge blanc de l'oxyde de cuivre dans un creuset de platine; depuis, M. Schutzenberger a obtenu, dans des conditions analogues, mais probablement à une autre température, le composé Cu^3O^2.

Mais rien ne démontre l'existence de ces composés intermédiaires, en tant que composés définis; pour trancher la question, nous avons étudié, M. Debray et moi, la dissociation de ces composés; les résultats de nos observations ont été présentés à l'Académie des Sciences, et je ne fais ici qu'en donner le résumé :

1° A une température insuffisante pour fondre le mélange d'oxyde noir et d'oxydule, l'oxyde noir se décompose intégralement en oxydule et en oxygène en conservant une tension de dissociation constante, montrant qu'à ces températures il ne se forme pas d'oxyde intermédiaire;

2° A ces températures, un mélange préparé à l'avance par la fusion des deux oxydes et ayant la composition Cu^3O^2, a présenté la même tension de dissociation que l'oxyde noir;

3° A des températures suffisantes, pour fondre le mélange des deux oxydes, on n'observe plus de tension constante, et nous

avons interprété ce résultat en comparant la dissociation à la vaporisation : on sait qu'un liquide contenant un corps en dissolution possède en général une tension de vapeur variable avec la quantité du corps dissous; l'oxydule de cuivre jouerait le même rôle dans ces expériences;

4° Si on laisse refroidir le mélange fondu, la pression augmente soudainement et atteint la tension de dissociation de l'oxyde noir à cette température, lorsque le mélange se solidifie. Ce fait est une conséquence directe de l'interprétation que nous avons donnée de l'expérience précédente.

Méthode.

Un tout autre genre d'expériences se prêtait également à examen de ces corps et permettait de rechercher si les mélanges fondus des deux oxydes étaient des combinaisons. Il suffisait pour cela de rechercher la chaleur de formation de ces composés intermédiaires. C'est le résultat de ces expériences de thermochimie qui fait le sujet de cette note.

Pour cela, on a fondu un mélange des deux oxydes répondant sensiblement à la formule Cu^3O^2, puis on a fait un simple mélange des deux oxydes possédant exactement la même composition; l'on a cherché si en se dissolvant dans une même quantité d'un même réactif, ils donnaient la même quantité de chaleur. Pour que les comparaisons fussent exactes, on avait pris la précaution de faire le mélange avec de l'oxyde noir et de l'oxydule chauffés séparément, le premier dans de l'oxygène sous pression (pour éviter sa dissociation), le second dans le vide, afin que si ces corps éprouvent par la chaleur des changements isomériques, comme cela arrive pour un grand nombre d'oxydes, tous les oxydes fussent dans des états identiques.

Ceci fait, il fallait dissoudre en quelques minutes les oxydes ainsi obtenus. Différents acides furent essayés, mais sans succès; les acides sulfurique, chlorhydrique, fluorhydrique, azotique n'ont, à froid, qu'une action extrêmement lente. L'acide iodhy-

drique donne une action plus rapide, mais encore trop lente. L'iodure de potassium et l'acide chlorhydrique donnent une attaque un peu plus vive. On s'est enfin arrêté pour un mélange d'iodure d'ammonium et d'acide chlorhydrique contenant 100 grammes d'iodure d'ammonium dissous dans 100 centigrammes d'acide chlorhydrique, contenant deux équivalents et demi d'acide par litre. L'excès d'iodure d'ammonium favorise beaucoup la rapidité de l'attaque en dissolvant une partie de l'iodure cuivreux formé.

La réaction est la suivante : l'oxyde noir est transformé par l'acide iodhydrique en iodure cuivreux et en iode

$$2\,CuO + 2\,HI = Cu^2I + 2\,HO + I.$$

L'oxydule de cuivre est transformé en iodure cuivreux sans que de l'iode se trouve mis en liberté. Une portion de l'iodure cuivreux formé se précipite, une autre partie reste en dissolution dans l'iodure alcalin.

Mesure de la chaleur de dissolution du mélange $Cu^2O + CuO$ *et du mélange fondu possédant la même composition* Cu^3O^2 *dans l'iodure d'ammonium et l'acide chlorhydrique.*

L'appareil qui a servi aux mesures est un calorimètre en platine de M. Berthelot protégé contre l'action des corps environnants par les enveloppes ordinaires. Dans le calorimètre en platine d'une contenance de 600 centimètres cubes environ étaient placés un agitateur hélicoïdal de M. Berthelot, un thermomètre calorimétrique divisé en $\frac{1}{50}$ de degré et un tube laboratoire en verre mince dans lequel se faisait la réaction. Pour bien mélanger le liquide et l'oxyde sur lequel on opérait, une tige creuse en verre, portant à sa partie supérieure une boule soufflée d'un diamètre presque égal à celui du tube, servait d'écraseur et d'agitateur.

Pendant une période préliminaire de 15 minutes environ on notait le refroidissement ou le réchauffement du calorimètre. On faisait ensuite l'expérience proprement dite qui durait de 30 à 40 minutes et sa durée était sensiblement la même pour le

possède pas une tension de dissociation propre; il ne correspond à aucun phénomène thermique appréciable.

Ces expériences montrent, en outre, que l'oxyde Cu^5O^3 est aussi formé sans dégagement ou absorption de chaleur; car si l'on admet que c'est ce composé intermédiaire qui prend naissance au lieu de Cu^3O^2, le mélange fondu que nous avons employé contenait un mélange de Cu^5O^3 et de CuO :

$$2\,Cu^3O^2 = Cu^5O^3 + CuO.$$

Or ce mélange fondu s'est comporté, d'après nos expériences, comme le mélange simple :

$$2\,Cu^3O^2 = 2\,(Cu^2O + CuO)$$

que l'on peut écrire

$$(2\,Cu^2O + CuO) + CuO.$$

Donc Cu^5O^3 s'est comporté aussi comme le mélange $2\,Cu^2O + CuO$.

TEMPÉRATURES DE LA MER

ET

COUPS DE VENT

DE BORDEAUX A NEW-YORK

PAR M. HAUTREUX

LIEUTENANT DE VAISSEAU

La route suivie par les paquebots de la Compagnie Bordelaise, entre Bordeaux et New-York, est la plus méridionale de toutes celles que suivent les autres Compagnies de navigation se rendant des côtes d'Europe à celles des États-Unis du Nord; ces dernières partent soit de la Manche par 50° latitude Nord et remontent par arc de grand cercle jusque par 52 ou 53° de latitude; les autres partent de l'Écosse vers 55° de latitude Nord et remontent jusque par 58 ou 59° pour de là gagner Terre-Neuve par la voie la plus courte. Toutes ces routes boréales refoulent, en allant vers l'Ouest, le grand courant d'eaux chaudes qui prolonge le Gulf-Stream jusque sur les côtes de Norvège et enveloppe l'Irlande de ses eaux tièdes. La route de Bordeaux à New-York partant du fond du golfe de Gascogne, par 45° de latitude Nord, ne remonte que jusque vers 47° Nord, vient reconnaître la pointe sud du grand banc de Terre-Neuve par 43° de latitude Nord et de là se rend sur New-York; elle se maintient, dans la traversée de l'Atlantique jusqu'au banc, à une centaine de lieues plus au Sud que les routes partant de la Manche et à deux cents lieues des routes partant de l'Écosse; elle traverse le grand courant d'eaux chaudes bien moins en écharpe que les autres routes et par conséquent peut servir à délimiter ses rives d'une manière plus précise. L'étude de ces limites est poursuivie par toutes les nations maritimes; il y a un grand intérêt à multiplier les documents pouvant servir à ces travaux.

Le service régulier de la Compagnie Bordelaise dure depuis près de trois années; ces navires font, tant à l'aller qu'au retour, plus d'un départ par mois; ses capitaines ont toujours le thermomètre à la main, leurs journaux m'ont été communiqués; ce sont ces documents que je vais analyser.

A l'origine du service, les capitaines ont hésité sur les routes les plus avantageuses, soit en se rapprochant de l'arc de grand cercle pour diminuer le parcours, soit en se rapprochant de la route loxodromique pour diminuer les chances de mauvais temps; depuis cette époque, ils ont adopté une route mixte suivant à peu près l'arc de grand cercle jusqu'à la pointe méridionale du banc de Terre-Neuve et de là jusqu'à New-York par la route loxodromique. Ces routes passant ainsi toujours à peu près au même point, fournissent des données qui sont devenues comparables et dont on peut tirer des moyennes utiles.

La route de ces paquebots croise le 52e méridien Ouest, celui du grand banc de Terre-Neuve, par 43° de latitude Nord. Des glaces flottantes ont été rencontrées en ce point depuis février jusqu'en juin; c'est l'axe d'une zone froide qui existe toute l'année et sépare nettement, en deux parties bien distinctes, la zone des eaux chaudes équatoriales; c'est la région des brumes épaisses et toujours le point critique de la traversée.

Entre l'Europe et le 40e méridien Ouest, les températures de la mer restent, toute l'année, remarquablement uniformes; entre 40 et 50° de longitude Ouest, la température s'élève et décèle la présence d'eaux plus chaudes, de provenance équatoriale; puis entre 50 et 55° de longitude Ouest existe une nappe froide à température très basse; au delà, de 55° jusqu'à 66° ou 68° Ouest, on trouve une seconde région d'eaux chaudes. Enfin de 68 à 75°, c'est-à-dire jusqu'à New-York, pendant neuf mois de l'année, de novembre à juillet, c'est une seconde nappe froide qui longe toute la côte des États-Unis.

Ces deux zones d'eaux froides sont évidemment de provenance polaire, les deux régions d'eaux chaudes de provenance équatoriale; leurs directions générales sont connues; comme elles sont

traversées en écharpe par la route des navires, la largeur du courant chaud est bien loin d'avoir les dimensions qu'indiqueraient les limites signalées.

Températures de la mer. — ▽ Glaces rencontrées.

	LONGITUDES OUEST.															
	N.-Terr. 75°	70°	65°	60°	55°	G.-Banc. 52°	50°	45°	40°	35°	30°	25°	20°	15°	10°	Bordeaux
Janvier..	4°	6°	8°	10°	5°	— 1°	10°	14°	14°	14°	13°5	13°	12°5	12°5	12°5	12°
Février..	4	7	11	15	5	0 ▽	14.5	14	12.5	12.5	12.5	12.5	12	12	11.5	11
Mars.....	4	6	13	15	10	0 ▽	15	14	13	13	13	12.5	12.5	12	11.5	11
Avril.....	5	5	15	17	13	1 ▽	8	15	15	14	13.5	13.5	13	13	13	13
Mai.....	7	9	15	17	16	6 ▽	8	14	14	14	14	14	13.5	13.5	13.5	14
Juin.....	11	14	20	21	21	8 ▽	15	20	18	16	15.5	16	16	16	16	17
Juillet....	19	18	22	22	19	11	16	21	18	18	18	17.5	17	17.5	17.5	19
Août.....	19	21	24	24	21	14	18	23	20	20	19	18	18	18	18	20
Septemb..	18	19	22	21	17	11	15	23	20	20	19	18.5	18	18	18	19
Octobre ..	16	18	21	21	16	8	11	20	18	17	16.5	16.5	16	16	16	17
Novembre	13	11	17	17	10	6	11	16	14	14	13.5	14.5	14	14	14	15
Décembre	11	10	16	17	9	4	10	16	14	14	13.5	13.5	13	13	13	13
	LATITUDES NORD.															
	40°	41°	42°			43°	44°	45°	46°		47°		47°		46°	

Tableau des moyennes observées des limites et températures de la zone froide du Grand-Banc.

	LONGITUDES OUEST.															
	62°	61°	60°	59°	58°	57°	56°	55°	54°	53°	52°	51°	50°	49°	48°	47°
Janvier....	»°	11°	9°	7°	7°	6°	6°	4°	0°	— 1°	— 1°	3°	9°	14°	»°	»°
Février....	»	»	15	13	12	12	8	5	2	0	2	8	14	1 7	»	»
Mars.....	»	»	»	»		»	14	8	— 1	3	8	13	14	»	»	»
Avril.....	»	»	»	»		»	15	12	6	2	2	3	8	11	13	15
Mai.....	»	»	»	»		»	»	16	11	7	6	7	8	10	12	14
Juin	»	»	»	»		»	»	21	19	11	8	11	15	18	19	
Juillet.....	»	»	»	»		»	»	19	16	13	12	13	17	20	21	
Août.....	»	»	»	»		»	22	21	18	14	14	16	17	20	21	
Septembre..	»	»	»	»		19	18	17	13	12	11	12	15	18	21	
Octobre	»	»	»	»		20	19	16	12	8	8	9	11	13	16	
Novembre ..	»	18	16	14	13	11	10	8	6	7	8	10	13	15	17	
Décembre ..	»	»	17	16	15	13	11	8	5	4	4	7	11	15	17	
	LATITUDES NORD.															
				42°						43°			44°			

Gulf-Stream

Gulf-Stream

Le service régulier de la Compagnie Bordelaise dure depuis près de trois années; ces navires font, tant à l'aller qu'au retour, plus d'un départ par mois; ses capitaines ont toujours le thermomètre à la main, leurs journaux m'ont été communiqués; ce sont ces documents que je vais analyser.

A l'origine du service, les capitaines ont hésité sur les routes les plus avantageuses, soit en se rapprochant de l'arc de grand cercle pour diminuer le parcours, soit en se rapprochant de la route loxodromique pour diminuer les chances de mauvais temps; depuis cette époque, ils ont adopté une route mixte suivant à peu près l'arc de grand cercle jusqu'à la pointe méridionale du banc de Terre-Neuve et de là jusqu'à New-York par la route loxodromique. Ces routes passant ainsi toujours à peu près au même point, fournissent des données qui sont devenues comparables et dont on peut tirer des moyennes utiles.

La route de ces paquebots croise le 52e méridien Ouest, celui du grand banc de Terre-Neuve, par 43° de latitude Nord. Des glaces flottantes ont été rencontrées en ce point depuis février jusqu'en juin; c'est l'axe d'une zone froide qui existe toute l'année et sépare nettement, en deux parties bien distinctes, la zone des eaux chaudes équatoriales; c'est la région des brumes épaisses et toujours le point critique de la traversée.

Entre l'Europe et le 40e méridien Ouest, les températures de la mer restent, toute l'année, remarquablement uniformes; entre 40 et 50° de longitude Ouest, la température s'élève et décèle la présence d'eaux plus chaudes, de provenance équatoriale; puis entre 50 et 55° de longitude Ouest existe une nappe froide à température très basse; au delà, de 55° jusqu'à 66° ou 68° Ouest, on trouve une seconde région d'eaux chaudes. Enfin de 68 à 75°, c'est-à-dire jusqu'à New-York, pendant neuf mois de l'année, de novembre à juillet, c'est une seconde nappe froide qui longe toute la côte des États-Unis.

Ces deux zones d'eaux froides sont évidemment de provenance polaire, les deux régions d'eaux chaudes de provenance équatoriale; leurs directions générales sont connues; comme elles sont

traversées en écharpe par la route des navires, la largeur du courant chaud est bien loin d'avoir les dimensions qu'indiqueraient les limites signalées.

Températures de la mer. — ▽ Glaces rencontrées.

	LONGITUDES OUEST.															
	N.-Terr. 75°	70°	65°	60°	55°	S.-Banc. 52°	50°	45°	40°	35°	30°	25°	20°	15°	10°	Bordeaux
Janvier...	4°	6°	8°	10°	5°	—1°	10°	14°	14°	14°	13°5	13°	12°5	12°5	12°5	12°
Février...	4	7	11	15	5	0 ▽	14.5	14	12.5	12.5	12.5	12.5	12	12	11.5	11
Mars.....	4	6	13	15	10	0 ▽	15	14	13	13	13	12.5	12.5	12	11.5	11
Avril.....	5	5	15	17	13	1 ▽	8	15	15	14	13.5	13.5	13	13	13	13
Mai.....	7	9	15	17	16	6 ▽	8	14	14	14	14	14	13.5	13.5	13.5	14
Juin.....	11	14	20	21	21	8 ▽	15	20	18	16	15.5	16	16	16	16	17
Juillet....	19	18	22	22	19	11	16	21	18	18	18	17.5	17	17.5	17.5	19
Août.....	19	21	24	24	21	14	18	23	20	20	19	18	18	18	18	20
Septemb..	18	19	22	21	17	11	15	23	20	20	19	18.5	18	18	18	19
Octobre ..	16	18	21	21	16	8	11	20	18	17	16.5	16.5	16	16	16	17
Novembre	13	11	17	17	10	6	11	16	14	14	13.5	14.5	14	14	14	15
Décembre	11	10	16	17	9	4	10	16	14	14	13.5	13.5	13	13	13	13
	LATITUDES NORD.															
	40°	41°	42°			43°	44°	45°	46°		47°		47°		46°	

Tableau des moyennes observées des limites et températures de la zone froide du Grand-Banc.

	LONGITUDES OUEST.															
	62°	61°	60°	59°	58°	57°	56°	55°	54°	53°	52°	51°	50°	49°	48°	47°
Janvier....	»°	11°	9°	7°	7°	6°	6°	4°	0°	— 1°	— 1°	3°	9°	14°	»°	»°
Février....	»	»	15	13	12	12	8	5	2	0	2	8	14	17	»	»
Mars.....	»	»	»	»		»	14	8	—1	3	8	13	14	»	»	»
Avril.....	»	»	»	»		»	15	12	6	2	2	3	8	11	13	15
Mai.....	»	»	»	»		»	»	16	11	7	6	7	8	10	12	14
Juin	»	»	»	»		»	»	21	19	11	8	11	15	18	19	
Juillet.....	»	»	»	»		»	»	19	16	13	12	13	17	20	21	
Août.....	»	»	»	»	Gulf-Stream	»	22	21	18	14	14	16	17	20	21	Gulf-Stream
Septembre..	»	»	»	»		19	18	17	13	12	11	12	15	18	21	
Octobre....	»	»	»	»		20	19	16	12	8	8	9	11	13	16	
Novembre ..	»	18	16	14	13	11	10	8	6	7	8	10	13	15	17	
Décembre ..	»	»	17	16	15	13	11	8	5	4	4	7	11	15	17	
	LATITUDES NORD.															
				42°						43°			44°			

Nous présentons les deux tableaux des moyennes mensuelles observées des températures de la mer sur le parcours indiqué :

1° De 5 en 5 degrés de longitude, en indiquant plus spécialement les températures minima observées à la pointe du Grand-Banc vers 52° longitude Ouest et par 44° latitude Nord.

2° Un tableau des moyennes mensuelles et des limites de la zone froide du Grand-Banc de degré en degré de longitude.

Ces deux tableaux n'ont certainement pas la régularité que l'on devrait espérer dans les mouvements ascendants ou descendants des températures. Plus d'un chiffre devra être rectifié par des observations plus nombreuses, nous les donnons tels qu'ils ressortent des observations enregistrées, et tels quels ils peuvent servir à donner une notion assez précise de la façon dont se modifient les températures de la surface.

Le premier tableau montre que la zone froide du Grand-Banc existe toute l'année et divise en deux parties bien tranchées, comme le ferait un mur, le grand courant chaud équatorial du Gulf-Stream; la séparation de ces deux branches est absolue et l'on ne voit pas comment la branche occidentale qui longe les bancs du Nautucket pourrait franchir cet obstacle de la surface et rejoindre la branche orientale à l'est du 48e méridien, la séparation entre les deux branches étant au minimum de 7 degrés de longitude ou de 100 lieues marines. Ce tableau fait ressortir la zone froide qui existe le long des côtes des États-Unis pendant neuf mois de l'année et ne disparaît qu'en juillet, août et septembre; sa plus grande extension vers l'Est a lieu en décembre et janvier et atteint le 65e méridien. Ces deux faits sont en corrélation directe avec l'extension plus ou moins grande du Gulf-Stream. On comprend que, dans les mois chauds de l'année, ce courant, arrêté dans l'Est par la zone froide du Grand-Banc et amenant des eaux chaudes plus abondantes, est obligé de se déverser vers le Nord et de couvrir les bancs du Nautucket, qui pendant l'hiver lui forment obstacle et l'obligent à se détourner vers l'Est. Comme, d'autre part, la zone froide forme arrêt absolu dans cette direction, le courant chaud équatorial disparaît presque complè-

tement au nord du 44° parallèle depuis le mois de janvier jusqu'au mois de juin. La route des paquebots rencontre le courant chaud entre les méridiens de 42 et de 48° longitude Ouest; mais la direction du courant n'est pas en travers du parcours des navires, elle le prend en écharpe; le courant n'a donc pas 6° de longitude de largeur, on peut estimer qu'il en a à peu près la moitié, soit environ 45 lieues de largeur; ce n'est pas un dixième de la surface de l'Atlantique compris entre les bancs de Terre-Neuve et les côtes d'Irlande.

Le second tableau montre que le minimum thermal de la région froide du Grand-Banc se déplace légèrement, tout en se maintenant dans d'étroites limites. Ainsi, de janvier à mars il se trouve par 53 ou 54° de longitude, tandis que de juin à septembre il est par le 52e méridien. C'est en février que commence la dérive des glaces, c'est à la même époque que commence l'extension du Gulf-Stream et sa poussée vers l'Est de tout l'ensemble, y compris la zone froide au milieu de laquelle les glaces flottantes se maintiennent jusqu'au mois de juin; mais à partir du mois de septembre, la puissance du Gulf-Stream diminue, les eaux froides regagnent leur région habituelle et repoussent au sud du 41° parallèle les eaux chaudes qui longent la côte américaine.

Cette marche bien marquée des eaux froides et des eaux chaudes sur le parcours des paquebots de la Compagnie Bordelaise est un indice certain des courants plus ou moins contraires ou favorables qu'ils doivent rencontrer. Il est bien évident que ces navires doivent sérieusement en tenir compte et s'attendre à trouver des courants portant vers l'Est depuis le mois d'avril jusqu'au mois d'août. Pendant les autres mois de l'année, leur influence doit être très faible et modifiée par la poussée des vents de la surfrce.

Cette modification des températures de la surface de l'eau par les coups de vent est bien marquée dans ces parages où des différences de température considérables sont très voisines les unes des autres. Je n'en citerai que deux exemples :

Octobre 1884. — Du 20 au 22, le *Château-Léoville* a éprouvé

un coup de vent de ONO d'une violence extrême, il se trouvait entre 38° et 45° de longitude Ouest, et entre 47° 30' et 46° de latitude Nord; il aurait dû observer des températures de surface variant entre 17° et 19°. Voici celles qu'il a rencontrées :

DATES.	LONGIT.	LATITUDE	VENTS.		BAROM.	THERM.
			Direct.	Force.		
20 octobre midi.	38°37	47°33'	N-O	7	758	14°
— soir..	39 45	47 18'	O-N-O	9	762	12
21 octobre m....	41 03	47 14'	O-N-O	10	765	12
— midi.	42 20	46 50'	N	11	756	10
— soir..	43 28	46 37'	O-N-O	9	761	10
22 octobre m....	44 32	46 28'	N-O	8	766	5
— midi.	45 32	46 11'	N-O	7	771	17
— soir..	47 07	45 58'	O-N-O	6	776	8

Ainsi, après trente-six heures de coups de vent de ONO, la température de l'eau avait baissé de 9° et il suffit que le vent mollisse dans la matinée du 22 octobre pour qu'elle remonte à 17° voisine de la température normale en cet endroit; le soir on retrouvait la zone froide régulière, indiquée par la température de 8°.

Décembre 1884. — Du 14 au 15, le *Château-Léoville* a subi un fort vent de NO variable au Nord, qui a amené une chute anormale de la température de la mer :

DATES.	LONGIT.	LATITUDE	VENTS.		BAROM.	THERM.
			Direct.	Force.		
14 décembre m.	33°	45°30	W	3	766	13°
— midi.	35	»	NO	5	766	14
— soir..	37	»	N	6	770	7
15 décembre m.	38	45 00	N	5	770	14
— midi.	40	»	N	6	771	9
— soir..	42	44 30	Variab.	3	776	13

La température régulière qu'on devait rencontrer dans ces

parages devait être de 14° à 15°. On voit que, aussitôt que le vent du Nord augmente de force, la température de l'eau s'abaisse de 7°, et sitôt que le vent mollit, on retrouve les températures normales de la région.

Ces deux exemples suffisent pour montrer l'influence modificatrice manifeste des vents forts sur la température de la surface de l'eau dans ces régions de l'Atlantique où les eaux chaudes sont très voisines des eaux froides, tandis que cette influence est presque nulle dans les parties de l'Atlantique où les températures sont uniformes sur de vastes espaces; ils montrent aussi combien cette influence est passagère et trouble peu les données thermales habituelles.

Ces brusques oscillations sont aussi très fréquentes dans la région plus voisine des côtes d'Amérique, vers la limite orientale des bancs du Nautucket et les atterrissages de New-York et, pour la raison indiquée plus haut, pendant la période hivernale de novembre à mai, parce qu'à cette époque la route de nos paquebots longe la ligne de séparation entre la rive gauche du Gulf-Stream et la zone froide du Saint-Laurent et des bancs.

Glaces rencontrées.

La rencontre des ice-bergs est l'un des grands dangers de la route entre Bordeaux et New-York; les paquebots en ont aperçu, au sud du *Grand-Banc*, dans la région des eaux froides, depuis le mois de février jusqu'au mois de juin pendant leurs parcours des années précédentes. Ces dangers sont à l'état de blocs erratiques; ce sont eux qui produisent les eaux froides; le thermomètre les signale d'assez loin, mais ces observations exigent une attention continue, de nuit comme de jour, bien difficile à obtenir sur les bâtiments à faibles équipages.

Depuis le mois de mars dernier, le bulletin international publie des dépêches du *Signal Service* de Washington indiquant, par

possède pas une tension de dissociation propre; il ne correspond à aucun phénomène thermique appréciable.

Ces expériences montrent, en outre, que l'oxyde Cu^5O^3 est aussi formé sans dégagement ou absorption de chaleur; car si l'on admet que c'est ce composé intermédiaire qui prend naissance au lieu de Cu^3O^2, le mélange fondu que nous avons employé contenait un mélange de Cu^5O^3 et de CuO :

$$2\,Cu^3O^2 = Cu^5O^3 + CuO.$$

Or ce mélange fondu s'est comporté, d'après nos expériences, comme le mélange simple :

$$2\,Cu^3O^2 = 2\,(Cu^2O + CuO)$$

que l'on peut écrire

$$(2\,Cu^2O + CuO) + CuO.$$

Donc Cu^5O^3 s'est comporté aussi comme le mélange $2\,Cu^2O + CuO$.

TEMPÉRATURES DE LA MER

ET

COUPS DE VENT

DE BORDEAUX A NEW-YORK

PAR M. HAUTREUX

LIEUTENANT DE VAISSEAU

La route suivie par les paquebots de la Compagnie Bordelaise, entre Bordeaux et New-York, est la plus méridionale de toutes celles que suivent les autres Compagnies de navigation se rendant des côtes d'Europe à celles des États-Unis du Nord; ces dernières partent soit de la Manche par 50° latitude Nord et remontent par arc de grand cercle jusque par 52 ou 53° de latitude; les autres partent de l'Écosse vers 55° de latitude Nord et remontent jusque par 58 ou 59° pour de là gagner Terre-Neuve par la voie la plus courte. Toutes ces routes boréales refoulent, en allant vers l'Ouest, le grand courant d'eaux chaudes qui prolonge le Gulf-Stream jusque sur les côtes de Norvège et enveloppe l'Irlande de ses eaux tièdes. La route de Bordeaux à New-York partant du fond du golfe de Gascogne, par 45° de latitude Nord, ne remonte que jusque vers 47° Nord, vient reconnaître la pointe sud du grand banc de Terre-Neuve par 43° de latitude Nord et de là se rend sur New-York; elle se maintient, dans la traversée de l'Atlantique jusqu'au banc, à une centaine de lieues plus au Sud que les routes partant de la Manche et à deux cents lieues des routes partant de l'Écosse; elle traverse le grand courant d'eaux chaudes bien moins en écharpe que les autres routes et par conséquent peut servir à délimiter ses rives d'une manière plus précise. L'étude de ces limites est poursuivie par toutes les nations maritimes; il y a un grand intérêt à multiplier les documents pouvant servir à ces travaux.

Le service régulier de la Compagnie Bordelaise dure depuis près de trois années ; ces navires font, tant à l'aller qu'au retour, plus d'un départ par mois ; ses capitaines ont toujours le thermomètre à la main, leurs journaux m'ont été communiqués ; ce sont ces documents que je vais analyser.

A l'origine du service, les capitaines ont hésité sur les routes les plus avantageuses, soit en se rapprochant de l'arc de grand cercle pour diminuer le parcours, soit en se rapprochant de la route loxodromique pour diminuer les chances de mauvais temps ; depuis cette époque, ils ont adopté une route mixte suivant à peu près l'arc de grand cercle jusqu'à la pointe méridionale du banc de Terre-Neuve et de là jusqu'à New-York par la route loxodromique. Ces routes passant ainsi toujours à peu près au même point, fournissent des données qui sont devenues comparables et dont on peut tirer des moyennes utiles.

La route de ces paquebots croise le 52e méridien Ouest, celui du grand banc de Terre-Neuve, par 43° de latitude Nord. Des glaces flottantes ont été rencontrées en ce point depuis février jusqu'en juin ; c'est l'axe d'une zone froide qui existe toute l'année et sépare nettement, en deux parties bien distinctes, la zone des eaux chaudes équatoriales ; c'est la région des brumes épaisses et toujours le point critique de la traversée.

Entre l'Europe et le 40e méridien Ouest, les températures de la mer restent, toute l'année, remarquablement uniformes ; entre 40 et 50° de longitude Ouest, la température s'élève et décèle la présence d'eaux plus chaudes, de provenance équatoriale ; puis entre 50 et 55° de longitude Ouest existe une nappe froide à température très basse ; au delà, de 55° jusqu'à 66° ou 68° Ouest, on trouve une seconde région d'eaux chaudes. Enfin de 68 à 75°, c'est-à-dire jusqu'à New-York, pendant neuf mois de l'année, de novembre à juillet, c'est une seconde nappe froide qui longe toute la côte des États-Unis.

Ces deux zones d'eaux froides sont évidemment de provenance polaire, les deux régions d'eaux chaudes de provenance équatoriale ; leurs directions générales sont connues ; comme elles sont

traversées en écharpe par la route des navires, la largeur du courant chaud est bien loin d'avoir les dimensions qu'indiqueraient les limites signalées.

Températures de la mer. — ▽ Glaces rencontrées.

	LONGITUDES OUEST.															
	N.-York. 75°	70°	65°	60°	55°	G.-Banc. 52°	50°	45°	40°	35°	30°	25°	20°	15°	10°	Bordeaux
Janvier...	4°	6°	8°	10°	5°	— 1°	10°	14°	14°	14°	13°5	13°	12°5	12°5	12°5	12°
Février...	4	7	11	15	5	0 ▽	14.5	14	12.5	12.5	12.5	12.5	12	12	11.5	11
Mars.....	4	6	13	15	10	0 ▽	15	14	13	13	13	12.5	12.5	12	11.5	11
Avril.....	5	5	15	17	13	1 ▽	8	15	15	14	13.5	13.5	13	13	13	13
Mai.....	7	9	15	17	16	6 ▽	8	14	14	14	14	14	13.5	13.5	13.5	14
Juin.....	11	14	20	21	21	8 ▽	15	20	18	16	15.5	16	16	16	16	17
Juillet....	19	18	22	22	19	11	16	21	18	18	18	17.5	17	17.5	17.5	19
Août.....	19	21	24	24	21	14	18	23	20	20	19	18	18	18	18	20
Septemb..	18	19	22	21	17	11	15	23	20	20	19	18.5	18	18	18	19
Octobre ..	16	18	21	21	16	8	11	20	18	17	16.5	16.5	16	16	16	17
Novembre	13	11	17	17	10	6	11	16	14	14	13.5	14.5	14	14	14	15
Décembre	11	10	16	17	9	4	10	16	14	14	13.5	13.5	13	13	13	13
	LATITUDES NORD.															
	40°	41°	42°			43°	44°	45°	46°		47°		47°		46°	

Tableau des moyennes observées des limites et températures de la zone froide du Grand-Banc.

	LONGITUDES OUEST.															
	62°	61°	60°	59°	58°	57°	56°	55°	54°	53°	52°	51°	50°	49°	48°	47°
Janvier....	»°	11°	9°	7°	7°	6°	6°	4°	0°	— 1°	— 1°	3°	9°	14°	»°	»°
Février....	»	»	15	13	12	12	8	5	2	0	2	8	14	17	»	»
Mars.....	»	»	»	»		»	14	8	— 1	3	8	13	14	»	»	»
Avril.....	»	»	»	»		»	15	12	6	2	2	3	8	11	13	15
Mai.....	»	»	»	»		»	»	16	11	7	6	7	8	10	12	14
Juin	»	»	»	»		»	»	21	19	11	8	11	15	18	19	
Juillet.....	»	»	»	»		»	»	19	16	13	12	13	17	20	21	
Août.....	»	»	»	»		»	22	21	18	14	14	16	17	20	21	
Septembre..	»	»	»	»	Gulf-Stream	19	18	17	13	12	11	12	15	18	21	Gulf-Stream
Octobre....	»	»	»	»		20	19	16	12	8	8	9	11	13	16	
Novembre ..	»	18	16	14	13	11	10	8	6	7	8	10	13	15	17	
Décembre ..	»	»	17	16	15	13	11	8	5	4	4	7	11	15	17	
	LATITUDES NORD.															
				42°						43°			44°			

Nous présentons les deux tableaux des moyennes mensuelles observées des températures de la mer sur le parcours indiqué :

1° De 5 en 5 degrés de longitude, en indiquant plus spécialement les températures minima observées à la pointe du Grand-Banc vers 52° longitude Ouest et par 44° latitude Nord.

2° Un tableau des moyennes mensuelles et des limites de la zone froide du Grand-Banc de degré en degré de longitude.

Ces deux tableaux n'ont certainement pas la régularité que l'on devrait espérer dans les mouvements ascendants ou descendants des températures. Plus d'un chiffre devra être rectifié par des observations plus nombreuses, nous les donnons tels qu'ils ressortent des observations enregistrées, et tels quels ils peuvent servir à donner une notion assez précise de la façon dont se modifient les températures de la surface.

Le premier tableau montre que la zone froide du Grand-Banc existe toute l'année et divise en deux parties bien tranchées, comme le ferait un mur, le grand courant chaud équatorial du Gulf-Stream; la séparation de ces deux branches est absolue et l'on ne voit pas comment la branche occidentale qui longe les bancs du Nautucket pourrait franchir cet obstacle de la surface et rejoindre la branche orientale à l'est du 48e méridien, la séparation entre les deux branches étant au minimum de 7 degrés de longitude ou de 100 lieues marines. Ce tableau fait ressortir la zone froide qui existe le long des côtes des États-Unis pendant neuf mois de l'année et ne disparaît qu'en juillet, août et septembre; sa plus grande extension vers l'Est a lieu en décembre et janvier et atteint le 65e méridien. Ces deux faits sont en corrélation directe avec l'extension plus ou moins grande du Gulf-Stream. On comprend que, dans les mois chauds de l'année, ce courant, arrêté dans l'Est par la zone froide du Grand-Banc et amenant des eaux chaudes plus abondantes, est obligé de se déverser vers le Nord et de couvrir les bancs du Nautucket, qui pendant l'hiver lui forment obstacle et l'obligent à se détourner vers l'Est. Comme, d'autre part, la zone froide forme arrêt absolu dans cette direction, le courant chaud équatorial disparaît presque complè-

tement au nord du 44e parallèle depuis le mois de janvier jusqu'au mois de juin. La route des paquebots rencontre le courant chaud entre les méridiens de 42 et de 48° longitude Ouest; mais la direction du courant n'est pas en travers du parcours des navires, elle le prend en écharpe; le courant n'a donc pas 6° de longitude de largeur, on peut estimer qu'il en a à peu près la moitié, soit environ 45 lieues de largeur; ce n'est pas un dixième de la surface de l'Atlantique compris entre les bancs de Terre-Neuve et les côtes d'Irlande.

Le second tableau montre que le minimum thermal de la région froide du Grand-Banc se déplace légèrement, tout en se maintenant dans d'étroites limites. Ainsi, de janvier à mars il se trouve par 53 ou 54° de longitude, tandis que de juin à septembre il est par le 52e méridien. C'est en février que commence la dérive des glaces, c'est à la même époque que commence l'extension du Gulf-Stream et sa poussée vers l'Est de tout l'ensemble, y compris la zone froide au milieu de laquelle les glaces flottantes se maintiennent jusqu'au mois de juin; mais à partir du mois de septembre, la puissance du Gulf-Stream diminue, les eaux froides regagnent leur région habituelle et repoussent au sud du 41e parallèle les eaux chaudes qui longent la côte américaine.

Cette marche bien marquée des eaux froides et des eaux chaudes sur le parcours des paquebots de la Compagnie Bordelaise est un indice certain des courants plus ou moins contraires ou favorables qu'ils doivent rencontrer. Il est bien évident que ces navires doivent sérieusement en tenir compte et s'attendre à trouver des courants portant vers l'Est depuis le mois d'avril jusqu'au mois d'août. Pendant les autres mois de l'année, leur influence doit être très faible et modifiée par la poussée des vents de la surfrce.

Cette modification des températures de la surface de l'eau par les coups de vent est bien marquée dans ces parages où des différences de température considérables sont très voisines les unes des autres. Je n'en citerai que deux exemples :

Octobre 1884. — Du 20 au 22, le *Château-Léoville* a éprouvé

plus de chance de rencontrer du mauvais temps qu'à l'embouchure de la Gironde; qu'à l'entrée de la Manche la moyenne des coups de vent est d'un tous les quatre jours, tandis qu'à la Coubre elle n'est que d'un pour douze jours.

Ce sont des résultats très importants à considérer pour la navigation et qui sont en concordance avec les indications de M. Hoffmeyer, sur la fréquence relative des arrivées de cyclones en Europe, suivant la latitude du lieu.

Si l'on relève, sur le Bulletin international, le nombre des dépressions distinctes qui ont atteint les côtes d'Europe pendant ces trois hivers, on en compte environ 95, ce qui représente une moyenne de 32 par hiver.

Parmi ces dépressions on en trouve :

De 720 à 730 millimètres		.....	9
De 730 à 740	—	.....	30
De 740 à 750	—	.....	39
De 750 à 760	—	.....	17

Le plus grand nombre se tient entre 735 et 745 millimètres. Le gradient barométrique est en moyenne de 8 à 10 lieues pour chaque millimètre de différence de pression. Une différence de 100 lieues en latitude peut donner une différence de pression barométrique de 10 à 12 millimètres.

La route des navires de la Compagnie Bordelaise est, sur le méridien d'Ouessant, distante d'au moins 100 lieues de celle des concurrents français ou étrangers; elle doit croiser le parcours des cyclones en partie hors de leur rayon dangereux et le plus souvent à la limite de la région des forts vents. Dans la période des mauvais temps, lorsque, par l'inspection des cartes du Bulletin météorologique et les prévisions qu'on en peut tirer, on voit que le trajet des bourrasques, s'éloignant des régions arctiques, gagne l'Angleterre, les capitaines en se rapprochant de la route loxodromique peuvent éviter les avaries ou les retards résultant des forts vents contraires.

Si l'on suit les paquebots de la Compagnie Bordelaise dans leur route à travers l'Atlantique en examinant leurs journaux de bord, on peut en tirer quelques remarques intéressantes.

Du mois d'octobre 1882 au 31 décembre 1884, ces navires ont effectué 21 traversées pendant les mauvaises saisons. La durée du voyage est de onze à douze jours, il a été essuyé 34 coups de vent dont nous donnons les caractères principaux :

Routes.	Dates.	Longitud.	Latitudes	Baromètre	Rotation des vents.	Relèv[t] du centre.	
	1882						
Aller.	2 octob.	10°	46°	739°	SSO, OSO, ONO	NNO, NNE	
Retour	19 nov.	53	44	741	NE, SE, S, SO	S, O, NO	
A.	15 déc.	32	48	739	SSO, O, NO	O, NO, NE	
A.	18 déc.	45	45	749	SE, SO	SO, NO	
	1883						
R.	12 janv.	29	46	748	ONO, NO	NE	
A.	8 févr.	6	45	752	SE, SO, NO	SO, NE	
A.	14 févr.	25	45	736	SO, ONO	NO, NNO.	
R.	8 mars.	55	41	754	OSO, NO	NNO, NE	
R.	2 sept.	25	46	741	SO, NO	NO, NE	
A.	3 octob.	18	47	763	NO	NE	
R.	25 octob.	51	45	754	SE, E, NE	SO, S, SE	Rotation inverse.
R.	28 octob.	36	47	749	SSO, SO	ONO, NO	
A.	11 nov.	55	42	744	S, NO	O, NE	
A.	14 nov.	62	42	740	SO, NO	NO, NE	
A.	24 nov.	34	47	752	OSO, ONO, N	ONO, E	
A.	26 nov.	42	46	732	O, NO, N	N, E	
R.	28 nov.	66	41	761	SO, NE	NO, NE	
R.	2 déc.	55	41	731	SE, NE, N, NO	SO, SE, E, NE	Rotation inverse.
	1884						
A	4 janv.	33	45	734	SE, S, NO	SO, O, NE	
A.	7 janv.	50	44	745	S, NO	O, NE	
A.	9 janv.	62	43	750	SE, S, NO	SO, NE	
A.	8 févr.	46	43	765	SO, NO	NO, NE	
R.	17 févr.	41	43	745	NE, NO	SE, NE	Rotation inverse.
R.	20 févr.	24	42	742	NO, NE	NE, SE	
R.	28 févr.	64	41	740	SE, SO, OSO	SO, NNO	
A.	3 mars.	28	46	759	O, NO	N, NE	
A.	11 mars.	46	42	750	SO, NO	NO, NE	
A.	15 mars.	21	45	734	SO, O, N	NO, E	
A.	22 mars.	47	42	747	SSO, NO	ONO, NE	
A.	12 sept.	34	46	736	SSE, NO	OSO, NE	
R.	3 octob.	42	46	748	SO, O	NO, N	
A.	13 nov.	39	46	741	SSE, NO, N	OSO, NE, E	
A.	15 nov.	48	46	747	SE, S, O, N	SO, N, E	
R.	4 déc.	49	44	748	SSE, SO, O, NO	OSO, NE	

Dans ce tableau, la colonne où l'on indique le relèvement du centre de la dépression par rapport au navire, montre que presque toutes ces bourrasques passaient au Nord de la route suivie par

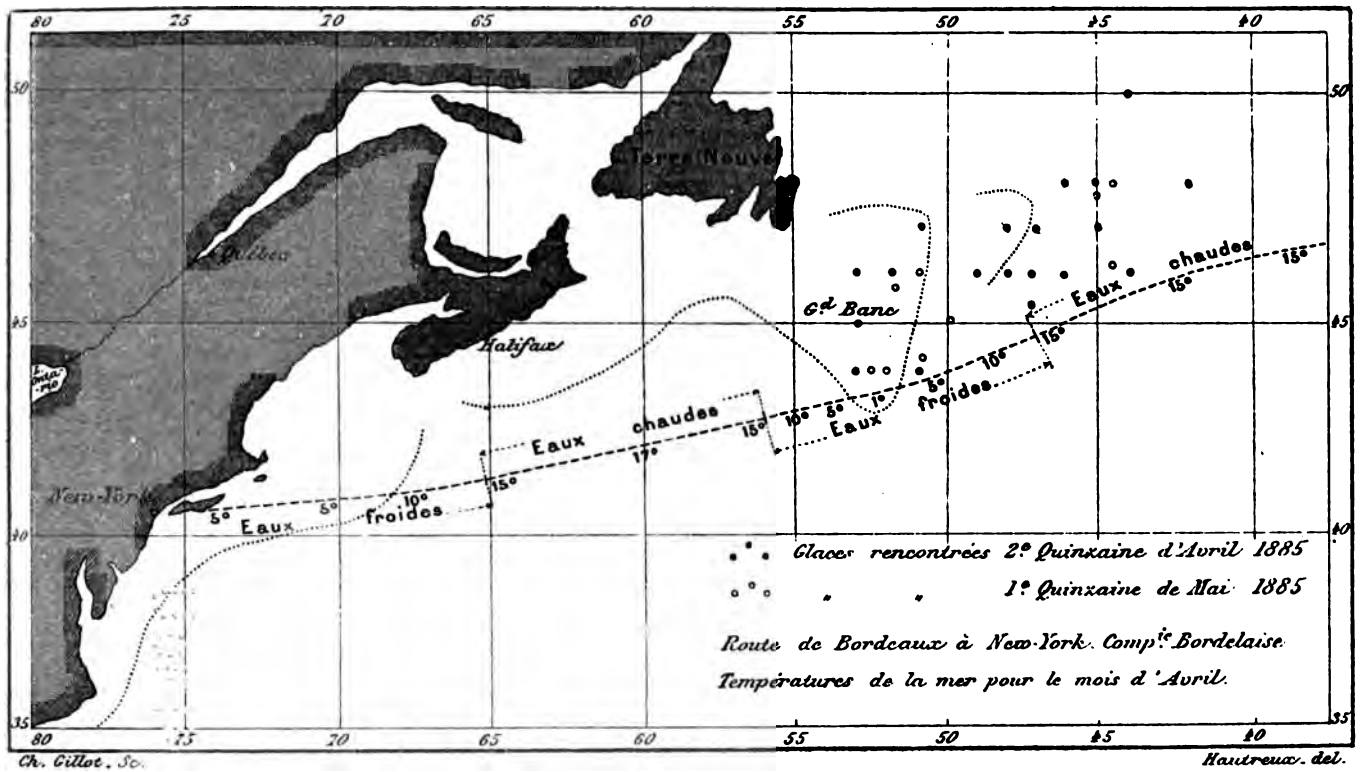
le navire; on n'en trouve que trois qui aient passé au sud de cette route, et toutes trois sont plus Ouest que le 40e méridien, et de plus dans la région chaude du Gulf-Stream qui passe à l'est du Grand-Banc.

Si l'on cherche à relier ces coups de vent avec ceux qui ont affecté l'Europe à peu près aux mêmes dates, on en trouve à peine un tiers qui puissent être rattachés les uns aux autres; le reste s'est dirigé vers les régions arctiques, passant entre l'Islande et le Groenland, ou bien s'est dissipé en route. C'est un résultat qui est assez concordant avec les opinions de M. Hoffmeyer, lequel admet que 55 p. 0/0 des bourrasques qui ont affecté les États-Unis se dirigent entre le Groenland et l'Islande.

Puisque presque toutes les dépressions qui ont atteint ces navires passaient au Nord de leur route, il est bien évident que si cette route avait été plus au Sud et se fût rapprochée davantage de la route loxodromique, les navires auraient moins souffert de ces mauvais temps et en auraient même évité complètement un certain nombre.

Les conclusions de cette étude aboutissent aux mêmes résultats que celles qui sont déduites des observations du Bulletin international sur le point d'aboutissement des bourrasques soit à l'embouchure de la Gironde, soit à l'entrée de la Manche, et recommandent aux capitaines qui se rendent de Bordeaux à New-York pendant les mois d'octobre à février de se rapprocher de la route loxodromique jusqu'à la pointe du Grand-Banc, et de ne se servir de la route par arc de grand-cercle que pendant la belle saison.

Mai 1885.


80 75 70 65 60 55 50 45 40
50
45
40
35
Québec
Halifax
New-York
Gd Banc
Eaux chaudes
15°
15°
15°
10°
5°
1°
Eaux froides
Eaux chaudes
17°
15°
10°
5°
Eaux froides
5°
5°
10°
15°
Glaces rencontrées 2e Quinzaine d'Avril 1885
1e Quinzaine de Mai 1885
Route de Bordeaux à New-York. Compie Bordelaise
Températures de la mer pour le mois d'Avril.
Ch. Cillot. Sc.
Hautreux. del.

NOTE SUR LA POSITION GÉOGRAPHIQUE

DE LA

FLÈCHE OUEST DE SAINT-ANDRÉ

PAR M. G. RAYET

A la suite de la détermination télégraphique de la longitude de l'Observatoire de Bordeaux et de la mesure directe de sa latitude, la jonction trigonométrique du nouvel établissement et du signal géodésique de Bordeaux (flèche ouest de Saint-André) s'imposait d'elle-même, à titre de vérification de la chaîne des triangles par lesquels le colonel Brousseaud a relié le parallèle moyen à la base de Bordeaux. Cette opération a été faite en mars 1884 avec le concours de MM. les Ingénieurs des ponts et chaussées.

Deux triangles, appuyés sur une base commune, ont suffi pour cela.

La base a été prise le long, et au sud-est, de la ligne de raccordement des gares d'Orléans et du Midi; les stations extrêmes ont été établies sur le quai de Brienne et au voisinage du passage à niveau de la rue de la Benauge. La longueur de cette base a été mesurée avec un ruban d'acier de 20 mètres, vérifié à l'école des ponts et chaussées : trois chaînages ont donné pour la base réduite à l'horizon :

$$\begin{array}{r} 1899^{m},895 \\ 1899^{m},855 \\ 1899^{m},895 \\ \hline 1899^{m},882 \pm 0^{m},013 \end{array}$$

Les angles ont été mesurés avec un théodolite de Gambey, dont le cercle horizontal donne immédiatement les 5′.

Les résultats obtenus sont les suivants :

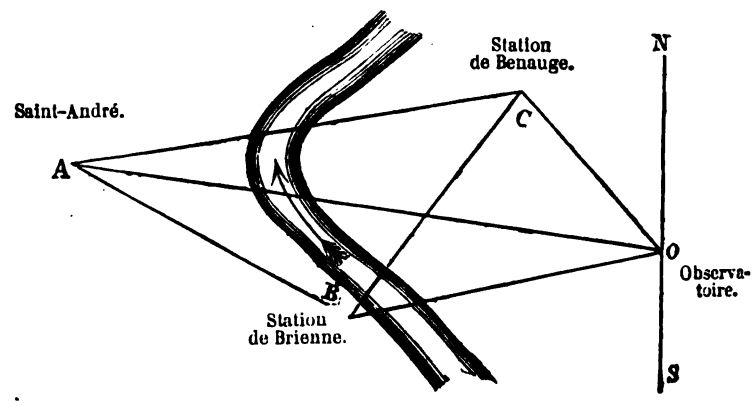
I. — Station du quai de Brienne.

Angle entre		Nombre de réitérations	Erreur moyenne de la moyenne
S^{t}-André et le piquet de Benauge..	99°51′14″,0	11	± 2″,84
Le piquet de Benauge et le piquet de l'Observatoire.....	41°20′17″,2	11	± 3″,30
S^{t}-André et le piquet de l'Observatoire.....	141°11′31″,2	11	± 1″,85

Les visées sur le piquet de Benauge, faites par des rayons qui rasaient de très près un chemin exposé au soleil, sont moins satisfaisantes que les visées sur les stations extrêmes; l'erreur probable des angles ayant pour côté la direction Brienne-Benauge est donc plus grande que celle de l'angle total.

II. — Station de Benauge.

Angle entre		Nombre de réitérations	Erreur moyenne de la moyenne
S^{t}-André et le piquet de Brienne...	42°25′57″,1	13	± 3″,39
Le piquet de Brienne et le piquet de l'Observatoire.....	79° 4′25″,5	16	± 3″,80
S^{t}-André et le piquet de l'Observatoire.....	121°30′22″,4	16	± 3″,16



Les triangles ABC et BOC donnent alors pour les côtés Saint-André-Brienne et Brienne-Observatoire :

Saint-André-Brienne	$2095^{m},570 \pm 0^{m},071$
Brienne-Observatoire.....	$2163^{m},058 \pm 0^{m},035$

Les erreurs probables ont été calculées par la formule

$$(da)^2 = a^2\left[\left(\frac{db}{b}\right)^2 + \left(\frac{dA}{tgA}\right)^2 + \left(\frac{dB}{tgB}\right)^2\right].$$

Enfin, la résolution du triangle ABO, dans lequel on connaît deux côtés et l'angle compris, a donné :

Saint-André-Observatoire.. $4016^{m},795 \pm 0^{m},073$

L'erreur probable est déduite de la formule

$$(dc)^2 = \left(\frac{a - b\cos C}{c}\right)^2 (da)^2 + \left(\frac{b - a\cos C}{c}\right)^2 (db)^2 + \left(\frac{ab}{c}\sin C\right)^2 (dC)^2$$

La distance du sommet de la flèche ouest de Saint-André au piquet de l'Observatoire est donc connue avec une approximation très satisfaisante et cela malgré la forme un peu défectueuse que les obstacles de toute sorte ont forcé d'accepter pour les triangles.

Par deux séries d'observations du Soleil, l'azimut du côté Observatoire-Saint-André a été trouvé égal à

$$95°29'48'',15 \pm 3'',52$$

D'autre part, le piquet de l'Observatoire est à $23^{m},00$ à l'ouest et à $42^{m},25$ au sud du cercle méridien de l'Observatoire.

De l'ensemble de ces données, il résulte que :

1° Saint-André est à $4021^{m},33 \pm 0^{m},08 = 12^{s},21$ à l'ouest du cercle méridien de l'Observatoire;

2° Saint-André est à $342^{m},51 \pm 0^{m},08 = 11'',1$ au nord du cercle méridien de l'Observatoire.

Les coordonnées géographiques du cercle méridien sont d'ailleurs

Longitude Ouest...	$11^{m}26^{s},44$
Latitude Nord.....	$44°50'\ 7'',2$

Les coordonnées du clocher ouest de Saint-André, déduites de celles de l'Observatoire, sont donc :

Saint-André. — Longitude Ouest... $11^m38^s,65$
Latitude Nord..... $44°50'\ 18'',3$

Les coordonnées résultant des opérations géodésiques et données dans le *Mémorial du Dépôt de la guerre* (tome VI, p. 308) sont :

Saint-André. — Longitude Ouest... $11^m39^s,73$
Latitude Nord..... $44°50'\ 19'',0$

La longitude géodésique est donc en excès de $1^s,08 = 355^m,82$, et la latitude Nord également en excès de $0'',7 = 21^m,61$.

Juillet 1885.

AUTOLYCOS DE PITANE

PAR M. PAUL TANNERY

Le seul mathématicien grec qui pourrait avoir précédé Euclide et dont il nous reste un ouvrage, est Autolycos de Pitane, qui vivait vers la fin du IV^e^ siècle av. J.-C. Il avait écrit trois livres qui ont eu la bonne fortune d'être conservés par les anciens dans la collection dite la *Petite Astronomie*, par opposition à la *Grande Composition* de Ptolémée. De ces trois livres, le premier est intitulé : *Sur le mouvement de la sphère;* les deux suivants : *Sur les levers et couchers des étoiles* (I et II). En réalité, ces trois livres forment un ensemble qui constitue une théorie des levers et couchers vrais et apparents des étoiles fixes. Je me propose de rechercher les origines historiques de cette théorie, qui n'a d'ailleurs de valeur que comme première approximation, et que Ptolémée avait déjà complètement abandonnée.

Le texte grec d'Autolycos est resté longtemps inédit, à l'exception des énoncés des propositions (et des définitions). Ses démonstrations avaient été prises pour des scholies d'un âge récent, de même que celles d'Euclide ont été, à une certaine époque, attribuées à Théon d'Alexandrie. Le savant philologue de Dresde, F. Hultsch, vient de nous donner l'édition d'Autolycos qu'il promettait depuis longtemps; mais il était déjà possible, sur les seuls énoncés que nous possédions, de reconstituer une théorie en fait assez simple. Je commencerai par l'exposer succinctement,

sans m'astreindre en aucune façon à lui conserver la forme de l'époque, mais en distinguant la partie rigoureusement exacte et les conséquences des hypothèses seulement approximatives.

I

DES LEVERS ET COUCHERS VRAIS.

Supposons un observatoire de latitude donnée. Une étoile non-circompolaire déterminée franchira à son lever l'horizon astronomique en même temps qu'un point de l'écliptique de longitude déterminée, soit l, toujours la même, si l'on fait abstraction de la précession des équinoxes et de la variation de l'obliquité de l'écliptique, phénomènes ignorés au temps d'Autolycos. Pour son coucher, la même étoile sera de même invariablement liée à un autre point de l'écliptique, atteignant en même temps qu'elle l'horizon astronomique. Si l'on représente par $l + \delta$ la longitude de ce second point de l'écliptique, il est facile de voir que la différence δ, fonction des coordonnées de l'étoile, sera nulle avec la latitude de cette dernière, positive pour les latitudes boréales, négative pour les australes.

Si nous disons que le *lever vrai du matin* de l'étoile a lieu le jour où le soleil passe à la longitude l, et le *coucher vrai du soir* le jour où le soleil passe à la longitude $l + \delta$, nous pourrons dire par analogie que le *lever vrai du soir* a lieu le jour où le soleil passe à la longitude $180^\circ + l$, et le *coucher vrai du matin* le jour où le soleil passe à la longitude $180^\circ + l + \delta$. Dès lors, en tant que la fraction de jour dont l'année dépasse le nombre 365 est négligeable, en tant que les variations de l'anomalie de longitude du soleil le sont également, les levers et couchers vrais du matin et du soir paraîtront invariablement liés à des jours fixes de l'année.

Il est clair d'ailleurs que du jour du lever vrai du matin à celui du lever vrai du soir, le lever de l'étoile aura lieu pour chaque période de vingt-quatre heures pendant que le soleil est au-dessous

de l'horizon; du jour du lever vrai du soir à celui du lever vrai du matin, il aura lieu au contraire pendant que le soleil sera au-dessus de l'horizon, et par suite sera invisible.

De même le coucher journalier de l'étoile se fera pendant la nuit dans l'intervalle de temps entre le jour du coucher vrai du matin et le jour du coucher vrai du soir; il se fera au contraire pendant que le soleil sera au-dessus de l'horizon, dans l'intervalle de temps courant du jour du coucher vrai du soir au jour du coucher vrai du matin.

II

DES LEVERS ET COUCHERS APPARENTS.

Si l'on appelle jour du *lever apparent du matin* le premier jour où l'on peut voir l'étoile se lever réellement à la pointe du jour, il est clair qu'il y aura un retard par rapport au lever vrai; ce retard correspondra pour la longitude l du soleil à l'addition d'un certain arc, soit r_1.

Si de même on appelle jour du *coucher apparent du matin* le premier jour où l'on peut voir l'étoile se coucher réellement à la pointe du jour, il y aura de même un retard par rapport au *coucher vrai*, et ce retard correspondra à l'addition d'un certain arc r_2 à la longitude $180° + l + \delta$.

Les jours du *lever* et du *coucher apparent du soir* étant au contraire les derniers jours où l'on puisse voir l'étoile se lever ou se coucher réellement vers la fin du crépuscule, seront non pas en retard, mais bien en avance par rapport aux jours du lever ou coucher vrai; ces avances correspondront au retranchement d'un arc a_1 de la longitude $180° + l$ pour le lever, et d'un arc a_2 de la longitude $l + \delta$ pour le coucher.

Si, toutes choses étant égales d'ailleurs et pour la même étoile, on admet qu'elle devient visible dès que le soleil est descendu au dessous de l'horizon d'un arc déterminé compté sur le vertical,

hypothèse adoptée plus tard par Ptolémée, il est facile de conclure que l'on doit avoir :

$$a_1 = r_1 \qquad \text{et} \qquad a_2 = r_2.$$

Nous aurons donc pour les longitudes du soleil aux jours des levers et couchers de l'étoile :

Lever vrai du matin,	l,	Lever apparent du matin,	$l + r_1$,
Coucher vrai du soir,	$l + \delta$,	Coucher apparent du soir,	$l + \delta - r_2$,
Lever vrai du soir,	$180^\circ + l$,	Lever apparent du soir,	$180^\circ + l - r_1$,
Coucher vrai du matin,	$180^\circ + l + \delta$,	Coucher apparent du matin,	$180^\circ + l + \delta + r_2$.

III

ORDRE DE SUCCESSION DES LEVERS ET COUCHERS APPARENTS.

Les intervalles entre les quatre jours des levers et couchers apparents pour chaque étoile se comportent de trois façons différentes, suivant que δ est ou non inférieur en valeur absolue à $r_1 + r_2$, et dans ce dernier cas, suivant que δ est positif ou négatif.

Nous conviendrons d'après cela de diviser les étoiles non-circompolaires en trois classes : zodiacales, boréales et australes.

Ire Classe. — Étoiles zodiacales.

(δ est en valeur absolue inférieur à $r_1 + r_2$).

1° *Période.* — Du coucher apparent du soir au lever apparent du matin, l'étoile est invisible; c'est le temps que les anciens appelaient sa *crypsis*. Évalué en degrés de longitude du Soleil, il est :

$$A = r_1 + r_2 - \delta.$$

2° *Période.* — Du lever apparent du matin au lever apparent du soir, on voit l'étoile se lever pendant la nuit, on ne la voit pas se coucher. La variation de longitude du Soleil est :

$$B = 180^\circ - 2r_1.$$

3° *Période.* — Du lever apparent du soir au coucher apparent

du matin, on voit l'étoile pendant toute la nuit sans qu'elle ne se lève ni ne se couche :

$$C = r_1 + r_2 + \delta.$$

4° Période. — Du coucher apparent du matin au coucher apparent du soir, l'étoile est déjà sur l'horizon au soir, on la voit se coucher pendant la nuit :

$$D = 180^\circ - 2r_2.$$

II° Classe. — Étoiles australes.

$(\delta = -d \text{ et } d > r_1 + r_2).$

1° *Période.* — Du coucher apparent du soir au lever apparent du matin, l'étoile est invisible (*crypsis*) :

$$A = r_1 + r_2 + d.$$

2° *Période.* — Du lever apparent du matin au coucher apparent du matin, on voit l'étoile se lever pendant la nuit, on ne la voit pas se coucher :

$$B_a = 180^\circ - d - (r_1 - r_2).$$

3° *Période.* — Du coucher apparent du matin au lever apparent du soir, on voit l'étoile se lever, puis se coucher pendant la nuit :

$$E = d - (r_1 + r_2).$$

4° *Période.* — Du lever apparent du soir au coucher apparent du soir, l'étoile est déjà sur l'horizon au soir, on la voit se coucher pendant la nuit :

$$D_a = 180^\circ - d + (r_1 - r_2).$$

III° Classe. — Étoiles boréales.

$(\delta > r_1 + r_2).$

1° *Période.* — Du coucher apparent du soir au lever apparent du soir, on voit l'étoile se lever pendant la nuit, on ne la voit pas se coucher :

$$B_b = 180^\circ - \delta - (r_1 - r_2).$$

2° *Période.* — Du lever apparent du soir au coucher apparent du matin, on voit l'étoile pendant toute la nuit :

$$C = r_1 + r_2 + \delta.$$

3° *Période.* — Du coucher apparent du matin au lever apparent du matin, l'étoile est déjà levée le soir, on la voit se coucher pendant la nuit :

$$D_b = 180° - \delta + (r_1 - r_2).$$

4° *Période.* — Du lever apparent du matin au coucher apparent du soir, on voit l'étoile se coucher après le soir, puis se relever avant le matin :

$$F = \delta - (r_1 + r_2).$$

IV

LES HYPOTHÈSES D'AUTOLYCOS.

Autolycos admet les hypothèses suivantes :

1° L'arc de retard, compté sur l'écliptique, est indépendant de l'inclinaison de l'écliptique sur l'horizon et par conséquent de la distance du Soleil à l'horizon. Par suite on peut poser $r_1 = r_2$.

2° L'arc de retard est le même pour toutes les étoiles, quelle que soit la différence de leur éclat.

3° Cet arc peut être évalué à la moitié d'un signe du zodiaque, par suite à 15°.

4° On peut, pour les déterminations dont il s'agit, négliger l'anomalie du mouvement du Soleil.

En dehors de la troisième hypothèse, sa théorie se résume par suite dans les formules ci-après pour les intervalles des phases différentes :

ÉTOILES BORÉALES.	ÉTOILES ZODIACALES.	ÉTOILES AUSTRALES.
$\delta > 2r.$	$\delta^2 < 4r^2.$	$d > 2r.$
$F = \delta - 2r,$	$A = 2r - \delta,$	$A = 2r + d,$
$B_b = 180° - \delta,$	$B = 180° - 2r,$	$B_a = 180° - d,$
$C = \delta + 2r,$	$C = \delta + 2r,$	$E = d - 2r,$
$D_b = 180° - \delta.$	$D = 180° - 2r.$	$D_a = 180° - d$

Il résulte de cette théorie que les périodes B et D sont constamment égales entre elles, et c'en est le trait d'autant plus

caractéristique qu'il n'est pas conforme aux données de l'expérience. Nous désignerons cette conséquence sous le nom de règle d'Autolycos, ou règle de symétrie.

V

RECHERCHES HISTORIQUES.

L'objet de la théorie d'Autolycos n'offre plus guère d'intérêt à nos yeux; ce fut au contraire un des principaux points sur lesquels se portèrent, au début de l'astronomie hellène, les observations et les études. C'est qu'en fait les travaux des cultivateurs se réglaient d'après les levers et couchers apparents de certaines étoiles et que ces phènomènes déterminaient par suite les saisons, dans l'acception vulgaire de ce mot. On peut dire qu'en ce sens, indépendamment de leurs années civiles lunisolaires, les Grecs possédaient une année sidérale qui, eu égard aux faibles différences de latitude sur les régions qu'ils occupaient, était sensiblement la même pour tous.

Si Hésiode donne le solstice d'été comme marquant le commencement d'une période de cinquante jours, celle des vents étésiens, particulièrement favorable à la navigation; s'il indique l'autre solstice comme début de la période des grands froids, il fait commencer le printemps soixante jours après le solstice d'hiver, au lever du soir de l'Arcture. C'est le moment où apparaît l'hirondelle, où l'on doit tailler la vigne et planter les arbres, la saison que l'on appellera plus tard *phytalie*. Puis arrive le coucher du soir des Pléiades; leur *crypsis* dure quarante jours, après lesquels leur lever du matin marque le commencement de l'été, le moment de la moisson. Le lever d'Orion indique le temps de battre le blé, celui de Sirius la récolte des fruits, l'arrière-été *(opora)*. L'automne et les vendanges commencent au lever du matin de l'Arcture. Enfin l'hiver ou la saison des labours est marqué par le coucher du matin des Pléiades, que suivent presque immédiatement ceux des Hyades (Taureau) et d'Orion.

Dans les écrits hippocratiques du v^e^ siècle av. J.-C., on voit l'hiver proprement dit commencer au solstice et le printemps à l'équinoxe; mais le solstice d'été et l'équinoxe d'automne ne servent nullement à la détermination des saisons populaires, et, en écartant les variations dans les habitudes du langage, il est clair que les usages consacrés dans les poèmes hésiodiques se maintenaient d'autant plus fidèlement que les variations de durée de l'année lunisolaire civile la rendaient plus impropre à régler les travaux des champs.

A ces usages populaires se lia naturellement de bonne heure la croyance superstitieuse que c'étaient les étoiles elles-mêmes qui, par leur influence propre, déterminaient les changements des saisons. Cette erreur, que combattait déjà au vi^e^ siècle le physiologue Anaximène, fut un des mobiles particuliers qui favorisèrent la naissance de l'astronomie; on se mit à observer les levers et couchers des diverses constellations, et l'on crut trouver ainsi des bases suffisantes pour la prédiction du temps. Bientôt tout astronome eut à faire un almanach solaire (*parapegme*) indiquant les variations de temps comme liées aux levers ou couchers des étoiles; les plus grands noms, ceux d'Hipparque et de Jules César, restent attachés à de pareilles prédictions.

Le dernier chapitre de l'*Introduction aux phénomènes* de Geminus nous a conservé les débris de quelques *parapegmes* d'astronomes antérieurs à Autolycos, savoir : Méton, Euctémon, Démocrite, Eudoxe et Callippe. C'est seulement dans l'examen des données qu'on y rencontre qu'il est possible de rechercher si la théorie d'Autolycos a eu des antécédents.

De Méton, l'auteur du cycle lunisolaire de 19 ans qui commença à la nouvelle lune après le solstice d'été de l'année 432 av. J.-C., il ne reste qu'une observation. Mais pour son collaborateur Euctémon, les données sont complètes en ce qui concerne trois astres, les Pléiades, l'Arcture, les Hyades, et la règle d'Autolycos ne s'applique à aucun; la différence entre les nombres B et D est de 5 jours pour les Pléiades, de 13 pour l'Arcture, de 2 pour l'Aigle, d'après les leçons qui la diminuent le plus. Il n'y a donc

point d'apparence que l'on se fût préoccupé dès lors de soumettre à une théorie les résultats de l'expérience.

Pour Démocrite, qui est intermédiaire entre Méton et Eudoxe, on peut formuler la même conclusion; à la vérité il n'y a pas pour lui de données complètes relativement à un même astre; mais si l'on compare les trois dates qu'il assigne pour les Pléiades avec celles d'Eudoxe, lesquelles satisfont à la règle d'Autolycos, on voit que deux de ces dates, coucher du soir, lever du matin, sont identiques de part et d'autre, tandis que pour le coucher du matin, il y a une divergence de 15 jours; il devient donc probable que la symétrie des dates d'Eudoxe a été systématiquement établie par ce dernier, tandis qu'elle n'existait pas dans les déterminations antérieures.

Quant à Callippe, nous n'avons guère que des levers et couchers vrais pour les constellations du zodiaque; il ne nous reste donc à considérer que les données relatives à son maître, Eudoxe de Cnide, données dont partie au moins, ainsi que nous venons de l'indiquer, satisfont à la règle d'Autolycos.

J'ai réuni ces données dans le tableau suivant; elles portent sur treize séries de phases.

La première colonne du tableau donne les noms des étoiles et constellations; les quatre suivantes (LM, LS, CM, CS), les dates assignées par Eudoxe aux levers apparents du matin et du soir et aux couchers apparents du matin et du soir. Ces dates sont exprimées en quantièmes de l'année, en supposant 1 compté pour la date de l'équinoxe du printemps.

Celles de ces dates qui se trouvent entre crochets sont celles qui ne sont pas réellement fournies par le texte de Geminus; la discussion qui suit le tableau indique leur degré de probabilité.

Les quatre colonnes suivantes donnent, d'après les désignations adoptées plus haut, les durées des intervalles entre les phases; les deux dernières colonnes donnent enfin la valeur de la différence $B - D$, et le double 2δ de la différence entre les longitudes (comptées en temps) des points de l'écliptique correspondant au coucher et au lever.

Les nombres entre crochets de ces dernières colonnes sont ceux qui proviennent de nombres qui se trouvent eux-mêmes entre crochets.

Il est facile de reconnaître que la différence B — D est double de la différence des arcs $r_2 - r_1$. Quant à 2δ, il est égal à C — A pour les étoiles zodiacales, et au contraire égal à A + E en valeur absolue pour les australes, à F + C pour les boréales.

A la suite du tableau, j'ai donné le détail des observations qu'appelle chaque série de données; plus loin, je reviendrai à la question qui se pose, à savoir jusqu'à quel point il peut être plausible de regarder la théorie d'Autolycos comme antérieure à ce dernier et comme remontant en fait à l'astronome de Cnide.

VI

LE PARAPEGME D'EUDOXE.

ÉTOILES	LM	LS	CM	CS	A ou F	B	C ou E	D	B — D	2δ
ZODIACALES.					A	B	C	D		C — A
Pléiades	48	190	231	8	40	142	41	142	0	1
Hyades	63	204	241	16	47	141	37	140	+1	−10
Orion (commencement)	82	224	231	8	74	142	7	142	0	−67
Orion (fin)	101	[243]	250	27	74	[142]	[7]	142	[0]	−[67]
Scorpion (commencement des levers et fin des couchers)	230	[17]	47	199	31	[152]	[80]	152	[0]	[−1]
AUSTRALES.					A	B_a	E	D_a		−A−E
Chien	117	258	254	[30]	[87]	137	4	[137]	[0]	[−91]
Scorpion (fin des levers et commencement des couchers)	263	[55]	37	194	69	139	[18]	[139]	[0]	[−87]
BORÉALES.					F	B_b	C	D_b		F+C
Aigle	268	65	126	[289]	[21]	[141]	61	142	[− 1]	[82]
Dauphin	[276]	76	139	304	[28]	137	63	[137]	[0]	[91]
Chèvre	35	186	265	[51]	[16]	[135]	79	135	[0]	[95]
Arcture	171	334	71	220	49	114	102	100	+14	151
Lyre	233	22	143	311	78	76	121	90	−14	199
Couronne	[192]	351	131	280	[88]	71	145	[61]	+10	[233]

Il convient d'observer en première ligne sur ce tableau, pour

la fidélité historique, que, si nous avons pris pour point de départ l'équinoxe du printemps, en nous conformant en cela aux habitudes des modernes, ce point de départ n'est nullement celui qu'Eudoxe avait adopté, pas plus que celui du parapegme de Geminus.

Boeckh a établi (*Ueber die vierjährigen Sonnenkreise der Alten*, Berlin, 1863), que l'année solaire d'Eudoxe ne commençait pas à un des points équinoxiaux ou solsticiaux, mais au lever apparent du matin de Sirius, suivant une tradition qui marque une influence égyptienne. D'après cette tradition, Méton, et probablement aussi Euctémon, faisaient déjà partir leur division du zodiaque du point correspondant de l'écliptique, qu'ils prenaient comme fin du Cancer et commencement du Lion. Eudoxe suivit leur exemple, et Boeckh a donné la date du 13 juillet 381 av. J.-C. comme répondant au premier jour du cycle de l'astronome de Cnide. Il semble que ce soit Callippe qui, le premier, ait reporté aux points équinoxiaux et solsticiaux le commencement des signes. C'est d'ailleurs évidemment son parapegme qui a servi de base à celui de Geminus, dont le premier jour est celui du solstice d'été.

Une question se pose dès lors; la réduction du parapegme d'Eudoxe a-t-elle été bien faite et sommes-nous à cet égard absolument sûrs des données de Geminus? L'opération était certes assez facile à bien faire, et l'on ne comprendrait guère qu'elle ait été effectuée autrement qu'en reportant toutes les dates à partir d'un même point de repère fixe et bien déterminé. Il y a cependant deux indices qui peuvent nous inspirer quelques doutes; d'une part les divergences constatées par Boeckh et inexpliquées entre les réductions de Geminus et celles de Ptolémée (*Phases des fixes*) pour les prédictions météorologiques d'Eudoxe; en second lieu, le fait hors de conteste que, d'après la date assignée par le parapegme à l'équinoxe du printemps d'Eudoxe et d'après la durée donnée aux saisons par ce dernier, son solstice d'été devait tomber au second jour du parapegme de Geminus; la réduction du parapegme avait dû cependant naturellement s'effectuer en faisant coïncider les jours du solstice. On peut donc craindre des erreurs d'un ou deux jours. Cependant si la réduction

des parapegmes d'Eudoxe a été faite en identifiant son premier jour avec la date du lever du matin de Sirius pour Euctémon, la seconde difficulté est levée; la première, d'autre part, ne repose pas sur un texte en assez bon état, en ce qui concerne Ptolémée, pour présenter une gravité considérable : en tous cas, pour la question qui nous occupe principalement, il n'y a pas lieu d'en tenir compte.

Avant d'aborder la critique des dates entre crochet dans notre tableau, il convient de préciser, s'il est possible, comment Eudoxe marquait les phases dans le cas d'une constellation. Prenait-il la première ou la dernière étoile levée, la première ou la dernière couchée? Supposait-il bien que la même étoile marquait les levers et les couchers, condition essentielle pour l'application de la règle d'Autolycos?

En tous cas, sur les treize séries de phases, nous en avons cinq qui concernent des étoiles bien déterminées. Arcturus et la Chèvre n'ont jamais été des noms de constellations, et pour le Chien (Sirius), l'Aigle (Altaïr), la Lyre (Wéga), dans l'origine, c'étaient aussi là des noms d'étoiles particulières.

Pour des groupes de peu d'étendue comme les Pléiades, ou le Dauphin (le petit quadrilatère $\alpha\beta\delta\gamma$), la question n'a pas une grande importance; toutefois, d'après les données d'Eudoxe, l'erreur sur la position des étoiles est minimum en supposant que ses dates représentent celles de l'achèvement des phases. Pour ces groupes il n'y a pas par suite d'erreur notable à admettre qu'Eudoxe se soit guidé sur l'étoile dont la longitude est la plus considérable dans le catalogue de Ptolémée : ainsi on pourra prendre l'étoile η des Pléiades et γ du Dauphin.

Pour les Hyades et la Couronne, quoique les groupes soient plus considérables, on peut conserver les mêmes conclusions; on prendra donc pour les Hyades, α du Taureau (Aldébaran), et pour la Couronne, l'étoile ι.

Quant aux séries du Scorpion et d'Orion, où il y a des dates pour le commencement et la fin des phases, la question est toute différente. Pour la première de ces deux constellations, elle

peut être facilement tranchée. En effet, Hipparque remarque que, sous le climat de la Grèce, la première étoile à se lever (la plus au nord du front, β) est la dernière à se coucher; qu'au contraire la dernière à se lever (la troisième articulation à compter du Centaure, ι) est la première à se coucher. Les nombres d'Eudoxe se prêtent assez bien à l'application de cette remarque, pour que je n'aie pas hésité à en tenir compte dans le tableau ci-dessus.

Pour Orion, au contraire, la question est assez obscure; d'après Hipparque la première étoile à se lever est dans la main gauche (vers π), la dernière est au pied droit (probablement κ); la première à se coucher est celle du pied gauche (β = Rigel), les dernières sont celles de la massue (vers χ). D'autre part, les données d'Eudoxe sont celles qui offrent la symétrie la plus complète, puisque chacune des phases est exactement de 19 jours.

Il est possible que cette symétrie ait été établie par une extension abusive de la règle d'Autolycos à la constellation tout entière. On peut regarder comme certain que ce n'est pas, avec les nombres d'Eudoxe, la même étoile qui indique le commencement des phases et une autre étoile déterminée qui en indique la fin; d'autre part, il est permis de douter qu'il ait considéré, comme Hipparque, les étoiles en dehors du quadrilatère (αγβκ); mais il est difficile d'admettre un renversement comme pour le Scorpion. En somme, les nombres des deux séries n'ont guère que la valeur d'une seule série, à établir comme moyenne.

Ces remarques faites, j'aborde la justification des dates mises entre crochets.

Orion (fin). — Le lever du soir manque, mais la constance de l'intervalle de 19 jours pour les trois autres couples des commencements et fins de phases ne peut laisser aucun doute sur la restitution, déjà indiquée par Boeckh.

Scorpion. — Les levers du soir manquent pour le commencement et pour la fin; j'ai supposé l'application de la règle de symétrie; si, par comparaison avec les séries voisines, cette restitution me paraît assurée, les données relatives au Scorpion n'en

sont pas moins sans valeur réelle comme témoignage de l'emploi de cette règle par Eudoxe.

Chien. — Le texte ordinaire donne, pour Eudoxe, le coucher du soir au quantième 28 (*Taureau* 2) sous la forme suivante, après indication de la même phase pour Euctémon :

Τῇ δ' αὐτῇ λύρα ἐπιτέλλει. Εὐδόξῳ κύων ἀκρόνυχος δύνει. (Le même jour, lever de la Lyre. Pour Eudoxe, coucher acronyque du Chien.)

Mais la forme Τῇ δ' αὐτῇ (le même jour) est absolument inusitée dans tout le parapegme. Boeckh a remarqué qu'une correction était nécessaire, et il convient évidemment de lire :

[Ἐν δὲ] τῇ δ̄ αὐτῷ (pour Εὐκτήμονι à rétablir) λύρα ἑῷος ἐπιτέλλει, etc. (Le 4 (quantième 30), pour Euctémon, lever du matin de la Lyre; pour Eudoxe, coucher acronyque du Chien.)

Aigle. — Le coucher du soir manque; j'ai pris le quantième de *Capricorne* 18, où se trouve la mention suivante :

Ἐν δὲ τῇ ῑη̄ ἀκρόνυχος ἐπιδύνει ὁ Περσεύς, καὶ νότος πνεῖ. (Le 18, coucher acronyque de Persée; le vent du sud souffle.)

Le texte est évidemment corrompu; d'abord le nom de l'observateur manque; le terme ἀκρόνυχος étant d'ailleurs spécial à Eudoxe et à Dosithée, il y a toute probabilité pour le premier, le second n'étant cité que pour trois autres phases. Le nom de l'étoile manque aussi, car régulièrement il doit précéder ἀκρόνυχος, et la constellation de Persée, qui n'apparaît nulle part ailleurs dans le parapegme de Geminus, ne peut en aucune façon convenir à cette date. En lisant : ἐν δὲ τῇ ῑη̄ [Εὐδόξῳ ἀετὸς] ἀκρόνυχος δύνει (au lieu de ἐπιδύνει, forme douteuse), on obtient au contraire une date qui se prête assez bien à la règle de symétrie. Quant aux mots ὁ Περσεύς, j'estime qu'ils doivent être supprimés comme venus d'une glose marginale, telle qu'ἑσπέριος, destinée à expliquer ἀκρόνυχος, à moins qu'ils ne représentent une indication météorologique corrompue.

Dauphin. — Le lever du matin manque; j'ai appliqué la règle de symétrie qui donne le quantième correspondant à *Capricorne* 5. Comme Euctémon plaçait la phase trois jours seulement avant, il

est assez probable qu'Eudoxe ne s'est pas sensiblement écarté de la règle supposée. Néanmoins cette série est dans le même cas que celle du Scorpion.

Chèvre. — Le coucher du soir de la Chèvre est donné à un quantième (199) évidemment faux (*Balance,* 17) sous la forme suivante :

Ἐν δὲ τῇ ιζ̄ Εὐδόξῳ σκόρπιος ὅλος ἀκρόνυχος αἴξ ὅλως δύνει. (Le 17, pour Eudoxe, le Scorpion tout entier acronyque, la Chèvre se couche entièrement.)

Il faut certainement supprimer αἴξ ὅλως ou bien ὅλος et αἴξ; la seule phase dont il s'agit est le lever du soir de la fin du Scorpion.

D'autre part, au mois du *Taureau,* on lit :

Ἐν δὲ τῇ κε̄, Εὐκτήμονι ἀετὸς ἑσπέριος δύνει. Ἐν δὲ τῇ λ̄, Εὐκτήμονι ἑσπέριος ἐπιτέλλει. Ἐν δὲ τῇ λᾱ, Εὐκτήμονι ἀετὸς ἑσπέριος ἐπιτέλλει. (Le 25 (quantième 51), pour Euctémon, coucher du soir de l'Aigle. Le 30 (= 56), pour Euctémon, coucher du soir. Le 31 (= 57), pour Euctémon, lever du soir de l'Aigle.)

Le texte est encore ici évidemment corrompu; la dernière phase indiquée est seule valable. Pour la première, le nom de l'astre est certainement faux; en lisant αἴξ (la Chèvre) au lieu d'ἀετὸς (l'Aigle), on obtient une date qui se prête exactement à la règle de symétrie avec les autres données d'Eudoxe, et qu'on peut donc regarder comme admise par ce dernier aussi bien que par Euctémon. Quant à la seconde phase, pour laquelle manque le nom de l'astre, il s'agit probablement du Scorpion.

Couronne. — J'ai utilisé le quantième de *Balance* 10, auquel se trouve indiqué pour Eudoxe un lever du matin, sans nom d'étoile, tandis qu'autrement la phase manquerait.

De la sorte, toutes les indications du parapegme de Geminus relatives à des phases pour Eudoxe se trouvent utilisées, à l'exception de celle du Sagittaire 19. Εὐκτήμονι καὶ Εὐδόξῳ δύνει. Mais comme cette date de coucher ne peut convenir, ni pour le matin, ni pour le soir, à aucun astre observé par Euctémon ou par Eudoxe, je pense qu'il faut lire πνεῖ (il vente) et qu'il ne s'agit par suite que d'une prédiction météorologique.

VII

LA RÈGLE DE SYMÉTRIE.

En résumé, des treize séries de phases d'Eudoxe, si l'on écarte les deux du Scorpion et celle du Dauphin et si l'on réduit à une les deux d'Orion, on peut en utiliser neuf pour la question qui nous occupe. Sur ces neuf, trois (Pléiades, Orion, Chien) se prêtent rigoureusement à la règle de symétrie, comme Boeckh l'a déjà reconnu sans s'être rendu compte de la valeur théorique de cette règle; mais il en est très probablement de même d'une quatrième (Chèvre), et pour deux autres (Hyades et Aigle), dont l'une est un peu douteuse, la différence d'un jour seulement doit être négligée, soit à cause de l'incertitude qui reste sur la rigueur des réductions de Geminus, soit parce qu'il peut se faire qu'Eudoxe ait déterminé ses dates par des opérations qui lui aient donné des fractions de jour qu'il aura négligées.

Trois autres séries au contraire (Arcture, Lyre, Couronne), dont une seulement probable, ne se prêtent nullement à la règle de symétrie, et les divergences sont de 10 à 14 jours.

Il est à remarquer que ces trois astres sont ceux pour lesquels la différence δ est la plus considérable; nous arriverions donc à cette conclusion : qu'Eudoxe avait reconnu et appliqué la règle de symétrie pour les étoiles zodiacales australes, ainsi que pour les boréales, tant que la différence δ entre les longitudes correspondant aux levers et aux couchers ne dépasse pas 50 jours, si on l'évalue en temps.

Ainsi, il est bien certain qu'Eudoxe, au moment où il rédigeait son parapegme, n'était pas en possession complète de la théorie que nous retrouvons développée par Autolycos. Mais faut-il croire avec Boeckh qu'Eudoxe ne soit arrivé qu'empiriquement à établir une certaine symétrie pour les dates des phases de certaines étoiles, et qu'il ait cru que cette symétrie ne devait nullement être généralisée?

Nous avons vu que l'extension de la règle va beaucoup plus

loin que ne le supposait Boeckh, et qu'elle est telle que l'esprit de système ne peut être méconnu; à la vérité, il peut se faire que l'idée première de cette règle ait eu une origine empirique; mais, même dans cette hypothèse, un géomètre aussi puissant que le Cnidien s'est nécessairement rendu compte qu'il y avait à cette symétrie une raison mathématique, et s'il s'est proposé de chercher cette raison, on ne peut douter qu'il ne l'ait trouvée.

On doit donc, pour expliquer les conséquences auxquelles nous sommes arrivés, supposer un autre motif, et il est facile d'en trouver un assez plausible. La publication du calendrier d'Eudoxe a dû être liée à celle de son ouvrage sur l'*octaétéride*, où il proposait un cycle lunisolaire qui, perfectionnant les antiques procédés d'intercalation suivis plus ou moins empiriquement dans l'usage civil, eut la gloire de retarder d'au moins cinquante ans le triomphe à Athènes du cycle de Méton, plus commode à certains égards, mais en fait inférieur en exactitude.

Boeckh a établi que le cycle d'Eudoxe a dû commencer en 381 ou en 373 av. J.-C. et que la publication en fut faite presque immédiatement après le retour d'Eudoxe d'un voyage en Egypte, dont il avait rapporté de précieuses données astronomiques. Or, à cette date, Eudoxe était encore relativement jeune et s'était occupé surtout de questions étrangères à l'astronomie.

Il a donc dû se hâter pour la confection de son parapegme, et il est possible de reconnaître, si l'on discute les dates en elles-mêmes, qu'elles ont effectivement été établies avec une certaine précipitation; dans ces conditions, il est très naturel de croire qu'Eudoxe, en possession des principes de la théorie, mais ne possédant pas assez de données d'observation bien contrôlées pour appliquer sa règle à toutes les étoiles sans chance de graves erreurs, aura restreint l'étendue de l'application; il pouvait d'ailleurs n'être pas suffisamment éclairé sur le point de savoir jusqu'à quelles limites pouvaient rester valables les hypothèses servant de base à sa théorie.

Il n'y a aucune preuve qu'Eudoxe ait poursuivi plus tard l'étude de la question, ni qu'il ait publié le résultat de ses travaux dans

un des nombreux ouvrages astronomiques qu'il avait composés, mais qui sont perdus; il est cependant bien permis de conjecturer qu'Autolycos aura puisé, dans un de ces ouvrages, au moins les traits essentiels de la théorie qu'il nous expose.

Nous pouvons d'ailleurs trouver quelques autres indices favorables à cette conclusion.

Il est bien établi que l'astronome de Cnide avait négligé de fait et systématiquement, soit dans son parapegme, soit dans sa théorie des planètes, l'anomalie du Soleil, non pas sans doute qu'il l'ignorât, car elle était déjà bien reconnue par Euctémon, mais probablement il ne considérait pas les observations faites comme assez précises pour pouvoir servir de base à une théorie. Nous avons donc là une concordance marquée avec la 4e hypothèse d'Autolycos; il suffit de remarquer que ce dernier devait écrire après que Callippe avait déjà apporté aux théories d'Eudoxe les modifications nécessaires pour tenir compte de l'anomalie du Soleil; Autolycos devait donc bien savoir que son hypothèse, si commode qu'elle fût, correspondait à des erreurs d'au moins deux jours. Mais pour les phases des étoiles, il pouvait sans grand inconvénient maintenir une théorie déjà jugée suffisante. Cette quatrième hypothèse d'Autolycos, et la première, suffisent pour l'établissement de la règle de symétrie. Quant aux deux autres hypothèses, Eudoxe ne les a pas admises dans son parapegme, car les arcs de retard sont différents pour les différentes étoiles.

Pour les Pléiades, les Hyades, Orion et le Chien, ils sont à la vérité sensiblement égaux (de 20 ¼ à 21); mais aussi plus forts que l'arc de 15° correspondant à la 3e hypothèse d'Autolycos. Eudoxe semble sur ce point avoir voulu se conformer à l'antique tradition fixant à 40 jours la *crypsis* des Pléiades, qui, d'après Autolycos, doit tomber au-dessous de 30 jours; pour cette série d'astres voisins, le Cnidien a évidemment voulu prendre des arcs de retard égaux; mais pour les autres il aura trouvé que la valeur donnée à cet arc ne concordait plus suffisamment avec les observations ou avec les traditions; et il a adopté des valeurs inférieures et variant sans règle appréciable : 15 ¼ pour le front

du Scorpion, 15 ¾ pour la Chèvre, 14 ¼ (moyenne) pour la Couronne, 13 ¼ (moyenne) pour l'Arcture, 10 pour l'Aigle, 10 ¼ (moyenne) pour la Lyre, 8 ¾ pour le Dauphin.

Cependant il est très digne de remarque que la moyenne générale de tous les arcs de retard est à très peu près de 15; ce qui rattache suffisamment, même sur ce point, la théorie d'Autolycos au parapegme d'Eudoxe.

La théorie en question (comme au reste celle du Soleil d'Eudoxe) nous apparaît en somme, si on la rapproche des résultats des observations, comme constituant un degré d'approximation du premier ordre, mais avec des écarts très sensibles par rapport à la réalité. Toutefois il ne faut pas la juger avec nos habitudes d'esprit modernes; pour être justes, il convient de se rendre compte du but que pouvait se proposer Eudoxe.

Les auteurs de parapegmes devaient moins s'attacher à fixer une date précise pour une observation aussi incertaine dans la pratique et ayant en théorie aussi peu de valeur que celle d'une phase d'une étoile, qu'ils ne devaient chercher à lier à des jours déterminés des prédictions météorologiques, dépendant, à leur point de vue, non pas du fait que telle ou telle étoile fût réellement vue dans telle ou telle phase, mais bien de la position relative de l'ensemble des étoiles par rapport au Soleil pour ce jour déterminé. Il y avait là une question théorique à résoudre, et sa solution est donnée en fait d'une façon satisfaisante dans l'œuvre d'Autolycos. Les phases y correspondent non pas aux positions à donner pour l'observation réelle, mais à des positions définies théoriquement et qui dépendent uniquement pour chaque étoile de la valeur de ses coordonnées.

D'autre part, au temps d'Eudoxe, les observations de phases, faites par différents observateurs à différentes latitudes, sur l'horizon apparent plutôt que sur l'horizon astronomique, devaient former un chaos à peine utilisable; le plus important était donc de tracer une théorie suffisamment approchée pour pouvoir servir de point de départ au contrôle des observations, et de l'adopter provisoirement pour constater méthodiquement les écarts avec

la réalité et obtenir ensuite, par la modification des hypothèses primitives, un degré d'approximation plus satisfaisant.

La théorie d'Autolycos a donc joué un rôle aussi nécessaire qu'utile; c'était un stade indispensable avant d'arriver aux théories plus perfectionnées, qui d'ailleurs laissent, même encore aujourd'hui, assez à désirer; mais le peu d'intérêt de la question et l'accord suffisant avec l'expérience permettent de croire qu'elles resteront longtemps, sinon toujours, sans nouveaux progrès.

VIII

LA SPHÈRE D'EUDOXE.

J'aborde maintenant une question indispensable à élucider pour qui voudrait apprécier la valeur des données du parapegme d'Eudoxe au point de vue de l'observation.

J'ai dit que, d'après la théorie d'Autolycos, les phases d'une étoile sont déterminées d'après la valeur de ses coordonnées. Si d'ailleurs à cette époque, quand même les coordonnées auraient été connues, le défaut de procédés pour la trigonométrie n'eût permis d'en rien tirer pour le calcul, les anciens n'en possédaient pas moins un moyen pratique pour obtenir les phases d'une étoile, étant donnée sa position sur la sphère.

Depuis Anaximandre, les Grecs figuraient les constellations sur des globes, qui restèrent, pendant toute l'antiquité, l'un des objets les plus indispensables à un astronome. Imaginons ce globe, enchâssé dans un cercle fixe horizontal et mobile autour de son axe, incliné suivant la hauteur du pôle. En le faisant tourner, on peut reconnaître quelle correspondance il y a entre les étoiles et les points de l'écliptique pour le lever et pour le coucher de chaque jour. Ces correspondances formaient un sujet tout particulier d'étude pour les astronomes comme on le voit par le seul écrit qui nous reste d'Hipparque et dont précisément l'un des objets est la critique des correspondances établies par Eudoxe; on ne peut guère mettre en doute que la sphère oblique ne fût le principal moyen de cette étude.

Je dirai plus, si l'on se rend compte des erreurs considérables dont Hipparque accuse Eudoxe, il est tout à fait improbable que les Grecs du IVe siècle aient possédé des méthodes et des instruments pour la mesure directe d'un système de coordonnées quelconques; ils n'ont pas même dû avoir le cercle divisé avec alidades pour la mesure de la distance de deux étoiles, qui leur aurait suffi, avec des constructions sur la sphère, pour placer les astres avec une exactitude relativement satisfaisante. Je crois qu'au contraire c'était précisément par l'observation des levers et couchers journaliers qu'on arrivait à placer les étoiles sur la sphère; les circompolaires qui, ne se levant ni ne se couchant, n'offraient pas d'intérêt, étaient placés *à l'œil* sur leur méridien.

Sans la superstition qui s'attacha d'abord aux éclipses, puis au mouvement des planètes, enfin aux phases des fixes, l'astronomie ne serait pas née; les questions qu'elle soulève ne se seraient pas même posées; le premier pas fut la reconnaissance du lieu du ciel où se produisent les éclipses du Soleil et de la Lune; à la suite d'une longue période d'observations, les Chaldéens arrivèrent à déterminer ce lieu comme une bande comprenant des étoiles bien précisées, et pouvant d'ailleurs être considérée d'autre part comme le chemin parcouru par le Soleil et comme suivant un des grands cercles de la sphère.

Le second pas considérable dans la même voie fut la détermination de l'heure pendant la nuit au moyen de l'observation du point de l'écliptique à l'horizon du levant (centre de l'horoscope des astrologues), ou secondairement par l'observation du point de l'écliptique au méridien ou à l'horizon du couchant.

A l'origine, les Chaldéens, d'après les documents cunéiformes, divisaient le nycthémère en douze heures égales, et ils se servaient sans doute, pour la mesure du temps, d'appareils à eau, réglés d'après le passage du Soleil au méridien par exemple. Le procédé naturel pour passer de là à la détermination de l'heure pendant la nuit au moyen d'observations d'étoiles, aurait été, semble-t-il, de déterminer des cercles horaires par le repérage d'étoiles passant en même temps au méridien, de créer en somme un système

d'ascensions droites. Mais les Chaldéens suivirent une tout autre voie.

Lorsque Hérodote nous rapporte que le cadran solaire et les douze divisions de jour ont été empruntés par les Grecs aux Babyloniens, on ne peut douter qu'il ne s'agisse d'une part du cadran hémisphérique creux dont la pointe du style occupe le centre, et d'un autre côté de la division du jour naturel en douze heures variables avec les saisons (1). Ces heures sont connues dans l'astronomie ancienne sous l'épithète de καιρικαὶ qu'on traduit par *temporaires :* il vaudrait mieux dire *saisonnières.*

Les observations chaldéennes d'éclipses lunaires conservées par Ptolémée prouvent que les maîtres des Grecs en astronomie avaient adopté ce système spécial de division du temps, non seulement pour le jour, mais aussi pour la nuit. Cela suppose qu'ils avaient un procédé pour déterminer l'*heure saisonnière* quand le soleil est au-dessous de l'horizon.

Quel était ce procédé, nous l'ignorons, mais peut-être est-il possible de le deviner; l'emploi des heures saisonnières a persisté, malgré son incommodité, dans toute l'astronomie grecque; il a de là passé aux Arabes.

Ideler, se demandant comment il se fait que les observations astronomiques grecques ou arabes nous sont ordinairement transmises en heures de cette sorte, a cru que leur usage était purement civil et qu'elles n'étaient obtenues que par transformation. Nous savons au contraire maintenant, d'après la description de l'astrolabe planisphère donnée par Sédillot (2), que tout au contraire l'*heure saisonnière* était obtenue par l'observation directe, et qu'on la réduisait pour les calculs astronomiques.

L'astrolabe planisphère n'est nullement au reste l'invention des Arabes; dès le commencement du VI^e^ siècle, Jean Philopon en a

---

(1) Voir sur ces deux points la remarquable étude de M. G. Rayet : *Les Cadrans solaires coniques*, dans les *Annales de chimie et de physique*, VI, 1875.

(2) *Mémoire sur les instruments astronomiques des Arabes*, 1844, dans les *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres*, tome I.

donné une description (1) où il en attribue la connaissance à Ptolémée, et quoique ce dernier ne nous en parle pas, il n'existe aucune raison sérieuse de rejeter ce témoignage.

Or quelle est l'essence des observations faites avec cet instrument? — Supposons deux projections stéréographiques de la sphère dont l'une, fixe, porte les lignes horaires, dont l'autre, qu'on déplace sur la première, représente la sphère mobile; on observe la hauteur d'une étoile dont la position est connue et marquée sur la sphère mobile; cela suffit pour pouvoir amener cette dernière à la position qu'elle a, pour l'heure de l'observation, par rapport à la sphère fixe.

On connaît d'ailleurs le jour de l'observation, par suite le degré où se trouve le Soleil sur l'écliptique; la position de ce degré, par rapport aux lignes horaires, donne l'heure. Il est clair d'ailleurs que ces lignes horaires peuvent être tracées, soit pour les heures équinoxiales, soit pour les heures saisonnières, et le fait est que ces dernières étaient employées de préférence.

Par une singulière coïncidence, le cercle de l'astrolabe planisphère qui représentait la sphère mobile s'appelait en grec l'*araignée* (ἀράχνη), mot que les Arabes ont traduit dans leur langue; ce même nom est celui que, d'autre part, Vitruve donne au cadran solaire d'Eudoxe.

Nous avons ici, semble-t-il, le mot de l'énigme; imaginons le cadran solaire primitif, l'hémisphère creux des Chaldéens; on a l'heure *saisonnière* pendant le jour d'après l'ombre du Soleil, comment l'avoir pendant la nuit?

Supposons une sphère concentrique à cet hémisphère et mobile autour de l'axe du monde; si elle porte un cercle figurant l'écliptique, et si nous pouvons placer le Soleil sur ce cercle à un jour donné, il nous suffira d'amener par exemple à l'horizon le point de l'écliptique qui s'y trouve en réalité au moment de l'observation, pour obtenir immédiatement l'heure d'après les tracés du cadran solaire.

---

(1) Publiée par Hase dans le *Rheinisches Museum* en 1843.

C'est la même opération en fait que pour l'astrolabe planisphère; la seule différence est que, dans ce dernier instrument, on emploie des représentations planes de la sphère; dans celui que nous essayons de restituer, on emploie des sphères réelles. Mais n'est-il pas infiniment probable qu'avant de s'élever à l'idée de l'astrolabe planisphère, on a dû s'arrêter à celle qui découlait immédiatement de la conception du monde?

Inutile de dire que cette sphère mobile ne pouvait être massive, c'était une sphère armillaire, formée par un réseau de cercles analogue à une toile d'araignée : de là son nom conservé pour le plan mobile de l'astrolabe planisphère, plan découpé à jour d'après les mêmes raisons, mais qui certainement, d'après les modèles arabes qui nous en restent, ressemble beaucoup moins à la toile d'araignée que le prototype sphérique.

La sphère des astronomes chaldéens aura été adoptée et peut-être perfectionnée sur certains points par Eudoxe, qui en aura fait l'accessoire de son cadran solaire. Plus tard, à une époque postérieure à Hipparque, l'instrument sphérique aura disparu devant l'astrolabe planisphère; mais en fait ce moyen mécanique de connaître l'heure à la suite d'une seule observation n'en aura pas moins joué, sous une forme ou sous l'autre, un rôle capital en astronomie jusqu'à l'invention du pendule. Aujourd'hui ce rôle est fini, et l'oubli a été tel que les historiens de l'astronomie connaissent à peine l'astrolabe planisphère ou le confondent avec l'astrolabe sphérique de Ptolémée, dont la forme et l'objet étaient tout à fait différents.

J'ai dit qu'avec l'astrolabe planisphère, on devait observer la hauteur d'une étoile connue; ceci doit être considéré comme un perfectionnement très récent; à l'origine il n'y avait aucun instrument des hauteurs; ni les Chaldéens ni Eudoxe n'en possédaient; la sphère, un plan servant d'horizon, peut-être un mur suivant le méridien, voilà à quoi se réduisait un observatoire pour la nuit; qu'on y joigne tout au plus quelque moyen primitif pour mesurer les petites fractions de temps par l'écoulement de l'eau ou du sable.

Le terme astrologique de *centre horoscope* donné au point de l'écliptique émergeant à l'horizon du levant à un moment précis, témoigne que c'était sur ce point que devaient porter directement les observations des créateurs de l'astrologie; indirectement, ils pouvaient faire l'observation aux deux autres *centres* astrologiques visibles au point de l'écliptique à l'horizon du couchant ou bien au méridien.

Ce procédé suppose l'écliptique bien repéré et divisé en arcs d'égale ascension; ceci sans doute se fit peu à peu et à mesure que l'on chercha une plus grande approximation. Il n'en est pas moins clair que dans ce repérage par heures, demi-heures ou quarts d'heure, on fut conduit à utiliser les étoiles qui, sans être situées sur l'écliptique, marquaient la limite de deux arcs, se levaient donc (ou se couchaient) en même temps que tel point déterminé de l'écliptique.

Lorsque la relation de correspondance fut ainsi établie pour les principales étoiles ou constellations, on arriva par un procédé mécanique très simple à les placer sur la sphère; il suffit de marquer sur celle-ci la trace de l'horizon dans les positions où les points de l'écliptique coordonnés à l'étoile ont été amenés respectivement au levant et au couchant; l'intersection de ces deux tracés donne la position de l'étoile.

Il est inutile d'insister sur l'imperfection de ce procédé (1); il devait entraîner des erreurs grossières, comme celles qu'Hipparque a reprochées à Eudoxe; si ce dernier avait possédé des instruments de mesure et des méthodes pour la détermination directe des coordonnées, de pareilles erreurs seraient inexplicables.

(1) Je remarquerai seulement que le point de départ du procédé, la division de l'écliptique, n'était obtenu que d'une façon très grossière; les distances à l'horizon ou au méridien des étoiles servant de point de repère pour cette division semblent au reste, pour les corrections à faire, avoir été estimées soit seulement à l'œil nu, soit avec un instrument analogue au bâton de Jacob; cette estimation se faisait en coudées et en doigts, sans doute en raison du système de graduation adopté pour cet instrument. L'usage de ces unités (le doigt comptant pour 5 minutes) a persisté pendant toute l'antiquité à côté de la division en degrés qui apparaît pour la première fois dans l'Ἀναφορικός d'Hypsiclès; l'instrument en question semble identique au *dioptre* d'Hipparque.

Mais Hipparque a été injuste envers Eudoxe, comme envers la plupart de ses prédécesseurs; il ne faut pas reprocher aux anciens astronomes d'avoir fait des observations inexactes, il faut plutôt s'étonner de ce que sans aucun matériel pour ainsi dire, avec des procédés défectueux de tous points, ils aient pu pousser leurs connaissances aussi loin et ne pas commettre d'erreurs encore plus grandes; cela doit faire penser que leurs observations en elles-mêmes étaient faites aussi soigneusement que possible.

La position d'un astre étant déterminée sur la sphère, il est facile de déterminer mécaniquement les dates des *phases*, si l'on se donne les arcs de retard ou d'avance; mais Eudoxe ne dut pas procéder de la sorte, au moins dans la plupart des cas, car il y avait des observations antérieures de ces dates, et il devait chercher à mettre d'accord avec elles des positions qui n'étaient pas déterminées par des moyens sensiblement plus exacts que ces observations.

Actuellement, étant données les quatre dates des *phases* annuelles d'une étoile, on peut en déduire, sans aucune des hypothèses d'Autolycos, la longitude l et $l+\delta$, du point de l'écliptique se levant et se couchant en même temps que l'étoile, ainsi que les arcs r_1 et r_2 d'avance et de retard; si l'on donne, en outre, l'obliquité de l'écliptique et si l'on connaît la latitude de l'observation, on en déduira la position qui pour l'étoile résulte de ces données.

Si l'on fait de pareils calculs pour les dates du parapegme d'Eudoxe, on trouve des erreurs de position énormes, qui peuvent atteindre jusqu'à près de 20°. Les longitudes sont généralement trop fortes pour les étoiles boréales, trop faibles pour les australes. Les latitudes sont également trop faibles.

Cette discussion pourrait offrir un certain intérêt pour la question que je me suis proposé de traiter. Ainsi que je l'ai indiqué, elle peut permettre de reconnaître certaines traces de précipitation dans la rédaction du parapegme d'Eudoxe; mais pour juger ce dernier équitablement, il convient avant tout de le comparer à

ses prédécesseurs; il s'agit de savoir si son parapegme, avec la régularité artificielle qu'il y avait d'ailleurs introduite en partie, était plus ou moins satisfaisant que ceux d'Euctémon ou de Démocrite. Il est également intéressant de rechercher quels perfectionnements on peut constater après Eudoxe jusqu'au temps d'Hipparque.

Le travail indiqué doit donc porter sur l'ensemble des données réunies par Geminus; c'est une question que je me propose de reprendre plus tard, après avoir examiné au préalable quels autres renseignements historiques peuvent nous fournir les divers écrits de la *Petite Astronomie* des Grecs.

RECHERCHES

SUR LA

RÉDUCTION DES NITRATES

PAR LES INFINIMENT PETITS

PAR MM. U. GAYON ET G. DUPETIT.

---

1. La réduction de l'acide azotique des nitrates, à l'état d'acide nitreux, de bioxyde d'azote, de protoxyde d'azote ou d'azote pur a été signalée par plusieurs observateurs dans les eaux de drainage, dans la terre végétale et dans diverses fermentations. Il ne s'agit ici, à l'exclusion des décompositions purement chimiques, que des réactions qui se passent entre certaines limites de températures et en présence de matières organiques.

2. 1° *Acide nitreux.* — Des nitrites ont été trouvés dans l'azotate de soude du Chili par Schœnbein (1), dans les eaux de drainage par MM. Lawes et Gilbert (2), dans la terre végétale par le colonel Chabrier (3) qui en a étudié avec beaucoup de soin le rôle et les variations; mais ces auteurs n'ont déterminé exactement ni leur origine, ni leur mode de formation. Plus tard, M. Meusel a observé la transformation des nitrates en nitrites dans les eaux naturelles (4), et fait voir que certaines substances,

---

(1) *Rép. de Chimie pure,* t. IV, p. 248, 1862. — Nous montrerons bientôt, dans un mémoire spécial, que la proportion des nitrites dans les nitrates de soude naturels peut s'accroître sous l'influence des infiniment petits, et déterminer certains accidents de fabrication dans les usines où l'on prépare le salpêtre par double décomposition chimique.

(2) Rothamsted, *Trente années d'expériences agricoles,* p. 163.

(3) *Annales de Chimie et de Physique,* 5e série, t. XXIII, p. 161, 1871.

(4) *Journal de Pharmacie et de Chimie,* 4e série, t. XXII, p. 430, 1875.

comme l'acide phénique, l'acide salicylique, l'acide benzoïque, l'entravent, tandis que d'autres, comme la cellulose, le sucre, l'alcool, la favorisent. Ce savant est le premier qui ait attribué la formation d'acide nitreux à la présence des bactéries.

Nous avons vérifié l'exactitude des observations de M. Meusel et constaté que les nitrites apparaissent presque toujours, si on laisse à l'air libre un bouillon tenant en dissolution de l'azotate de potasse ou de soude; le liquide se trouble, se peuple d'organismes microscopiques et donne rapidement les réactions de l'acide azoteux.

3. Pour caractériser cet acide, nous avons employé soit l'iodure de potassium amidonné et l'acide acétique, soit le chlorhydrate de métaphénylène-diamine (1). La première méthode donne, dans les solutions un peu concentrées, un précipité bleu qui se prête mal à des dosages comparatifs; la seconde, au contraire, donne une coloration rouge-brun très limpide et propre aux observations colorimétriques. Pour les dosages, nous avons utilisé cette dernière réaction et comparé, à l'aide du colorimètre Laurent, la couleur due au liquide étudié avec celle fournie par une solution titrée d'azotite de potasse pur.

Voici les volumes relatifs et la composition des solutions qui nous ont fourni les meilleurs résultats :

Pour la teinte type, on met dans une fiole de 25 centimètres cubes :

1 centimètre cube de solution de chlorhydrate de métaphénylène-diamine à 1/2 pour cent;
1/2 centimètre cube d'une solution de nitrite de potasse à 5 gr. par litre;
5 gouttes d'acide acétique pur,

et l'on complète le volume avec de l'eau distillée.

En remplaçant la solution de nitrite de potasse par $^1/_2$ centimètre cube du liquide à essayer, on obtient la teinte qui doit être comparée à la précédente.

---

(1) Procédé Tiemann et Preusse, *Berichte der deutschen Chemischen Gesellschaft*, t. XI, p. 624. — *Journal de Pharmacie et de Chimie*, 4e série, t. XXIX, p. 195, 1879.

4. Le microbe qui, dans nos expériences, a donné le plus de nitrites (1), est un être anaérobie, constitué par de très petits bâtonnets mobiles formant peu de spores : vu la difficulté de le séparer spécifiquement des autres microorganismes de mêmes dimensions, nous le désignons seulement par la lettre *a*.

Si l'on sème une trace infiniment petite de ce microbe dans du bouillon, additionné de 10 grammes de nitrate de potasse par litre, et renfermé dans des tubes longs et étroits, en présence d'une petite quantité d'air, ou dans une atmosphère d'acide carbonique, ou dans le vide, il s'y développe rapidement à la température de 35 degrés, et trouble le liquide dans toute sa masse, sans dégager la moindre quantité de gaz. En même temps, tout le nitrate se transforme en nitrite; une partie de l'oxygène disparu donne de l'acide carbonique qui se dissout à l'état de carbonate de potasse; le reste de l'oxygène sert au développement du microbe et à des oxydations dont l'étude n'a pas été faite.

Le microbe dont il s'agit se développe mal dans les liquides artificiels.

5. La plupart des organismes microscopiques sont doués de la même propriété réductrice, mais leur action décomposante ne va pas toujours, à beaucoup près, aussi loin. Rarement elle est nulle; nous n'avons en effet trouvé qu'un seul être qui, tout en étant capable de vivre dans le bouillon nitraté, n'y donne pas de nitrites.

Parmi ceux qui produisent des nitrites, et que nous avons isolés, nous citerons, outre le microbe *a*, un second microbe *b*, également anaérobie, constitué par des bâtonnets allongés, immobiles, se résolvant rapidement en spores, et deux microbes aérobies : l'un, *c*, formé de longs filaments riches en spores et produisant à la surface des liquides un voile épais et mucilagineux; l'autre, *d*, constitué par de petits bâtonnets immobiles, avec une seule spore dans chaque article, et formant à la surface des liquides une couche continue, peu épaisse et facile à désagréger.

(1) Nos recherches sur les nitrites ont été résumées dans une note communiquée à l'Académie des Sciences le 26 décembre 1882. — Voir aussi *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 2e série, t. V, p. XXXVI.

Ces quatre microbes, cultivés parallèlement dans les mêmes conditions, ont donné les résultats suivants avec du bouillon contenant 10 grammes d'azotate de potasse par litre :

	Nitrate transformé en nitrite, par litre, en un jour.
Microbe *a*	$9^{gr},6$
— *b*	2 ,8
— *c*	6 ,8
— *d*	5 ,6

6. Nous avons essayé également le microbe du choléra des poules, la bactéridie charbonneuse, le vibrion septique, dont les semences sont conservées à l'état de pureté au laboratoire de M. Pasteur. Nous avons obtenu, avec le bouillon nitraté à 10 grammes par litre :

	Nitrate transformé en nitrite, par litre :		
	en 1 jour.	en 3 jours.	en 6 jours.
Microbe du choléra des poules	$0^{gr},5$	$2^{gr},3$	$2^{gr},2$
Bactéridie charbonneuse	0 ,1	2 ,0	3 ,4
Vibrion septique	0 ,8	0 ,9	» »

On voit qu'avec ces organismes, non seulement la production de nitrite est lente, mais encore qu'elle est limitée à des doses peu élevées et qu'elle est beaucoup moins facile qu'avec les autres microbes.

Il résulte de ce qui précède que l'on ne doit presque jamais trouver, dans la nature, des nitrates sans nitrites, puisque les germes des infiniment petits sont répandus à profusion dans l'air, la terre et les eaux.

7. Dans des recherches sur les variations de propriétés du ferment nitrique, M. Warington a vu se former de l'acide nitreux au sein de ses cultures, dès que l'épaisseur de la couche liquide devenait un peu grande (1). On peut expliquer ce fait en admettant que l'oxydation par le même ferment nitrique se fait en deux périodes, dont la première donnerait précisément l'acide nitreux, ou en supposant, avec M. Duclaux (2), que deux ferments, l'un nitreux, l'autre nitrique, s'étaient développés simultanément.

(1) *Bulletin de la Société chimique de Paris*, t. XXXIX, p. 614; 1883.
(2) Duclaux, *Chimie biologique*, p. 714; 1883.

Nous pensons plus volontiers que les nitrites étaient dus, non à une oxydation partielle de la matière organique, mais à une désoxydation incomplète de l'acide nitrique déjà formé, soit que le ferment nitrique de M. Warington ne fût pas pur, soit, ce qui est moins probable, qu'il eût acquis des propriétés réductrices, en vivant en profondeur, hors de l'oxygène de l'air.

8. 2° *Bioxyde d'azote.* — La formation de ce gaz dans la réduction partielle des nitrates a été signalée pour la première fois en 1868 par M. Th. Schlœsing (1), qui l'a obtenu mélangé avec de l'azote ou du protoxyde d'azote, dans la putréfaction de l'urine et dans la fermentation lactique du sucre, en présence du nitrate de potasse.

Des vapeurs nitreuses, dues à la réaction de l'air sur du bioxyde d'azote, apparaissent souvent dans les distilleries, pendant la fermentation des jus de betteraves. M. Reiset et M. Th. Schlœsing (2) ont appelé successivement l'attention sur ce phénomène.

Il n'est pas rare de voir encore, dans certaines usines où l'on distille les mélasses de betteraves, de grosses bulles, de plusieurs décimètres de diamètre, venir crever à la surface des cuves de fermentation et former comme un nuage de vapeurs rutilantes. Dans ces cas, le rendement en alcool est toujours diminué. Si l'on observe au microscope une goutte du liquide sucré, on voit que la levure alcoolique est rare, granuleuse, peu bourgeonnante, et souillée d'une infinité de microbes les plus variés. Ceux-ci nuisent au développement de la levure, déterminent des fermentations secondaires, et décomposent les nitrates contenus normalement dans les mélasses. M. Reiset a montré qu'on atténue ces accidents de fabrication en ajoutant un excès d'acide dans les cuves (3).

9. On reproduit assez facilement les conditions où se forme le bioxyde d'azote, en mettant dans une étuve des flacons pleins de

(1) *Comptes rendus*, t. LXVI, p 237. — *Journal de Pharmacie et de Chimie*, 4e série, tome VIII, page 213; 1868.

(2) *Comptes rendus*, t. LXVI, p. 177; 1868.

(3) D'après des renseignements qu'a bien voulu nous donner M. Reiset, il est nécessaire d'employer 2 litres d'acide sulfurique monohydraté par cuvier macérateur, contenant 1,000 kilogr. de racines en cossettes.

jus de betteraves non ensemencé; une fermentation complexe s'établit, et le gaz qui se dégage est rutilant à l'air (1).

Le 26 octobre, nous avons rempli complètement de jus non stérilisé deux flacons *a* et *b*, de 300 centimètres cubes de capacité, munis de tubes abducteurs se rendant sous le mercure. Dans *a*, le jus était seul; dans *b*, il contenait 5 grammes par litre d'azotate de potasse.

La fermentation a été lente; elle a donné successivement :

Avec *a* :

	Le 2 nov.	Le 19 nov.	Totaux.
Azote.....	3cc,0	3cc,5	6cc,5
Bioxyde d'azote.....	2 ,2	3 ,5	5 ,7
Acide carbonique.....	3 ,7	6 ,5	10 ,2
TOTAUX.....	8 ,9	13 ,5	22 ,4

mélange dont la composition en centièmes est :

	Le 2 nov.	Le 19 nov.	Moyennes.
Azote.....	33,71	25,93	29,02
Bioxyde d'azote.....	24,72	25,93	25,45
Acide carbonique.....	41,57	48,14	45,53
TOTAUX.....	100,00	100,00	100,00

Avec *b* :

	Le 2 nov.	Le 13 nov.	Le 19 nov.	Totaux.
Azote.....	2cc,6	6cc,0	2cc,8	11cc,4
Bioxyde d'azote.....	1 ,6	4 ,0	2 ,7	8 ,3
Acide carbonique.....	2 ,1	6 ,0	3 ,4	11 ,5
TOTAUX.....	6 ,3	16 ,0	8 ,9	31 ,2

d'où l'on déduit la composition centésimale :

	Le 2 nov.	Le 13 nov.	Le 19 nov.	Moyennes.
Azote.....	41,27	37,50	31,46	36,54
Bioxyde d'azote.....	25.40	25,00	30,34	26,60
Acide carbonique.....	33,33	37.50	38,20	36.86
TOTAUX.....	100,00	100,00	100,00	100,00

Le 19 novembre, on met fin à l'expérience. En ouvrant les flacons, le goulot se remplit de vapeurs nitreuses. Au microscope, on voit dans *a* et *b* le même organisme, composé de petits bâtonnets immobiles, étranglés, isolés ou en chapelets, ressem-

(1) Voir *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*. 2e série, t. V, p. XXXVI.

blant au ferment lactique. Les liquides sont très filants et renferment encore du salpêtre non décomposé.

Les tentatives que nous avons faites pour isoler le microbe du bioxyde d'azote ont échoué. Dès les premières cultures dans des liquides stérilisés, la semence cessait de se développer; c'est une étude à reprendre.

10. 3° *Protoxyde d'azote.* — La réduction du nitre à l'état de protoxyde d'azote a été également signalée par M. Th. Schlœsing en 1868 (1). Ce gaz s'était dégagé seul dans du jus de tabac abandonné à la putréfaction en vase clos; il était mélangé avec de l'azote et du bioxyde d'azote dans la fermentation lactique de l'eau sucrée.

MM. Dehérain et Maquenne (2), plus récemment, ont montré que le protoxyde d'azote apparaît encore dans la réduction des nitrates en présence de la terre végétale.

Nous avons aussi retrouvé ce gaz en mettant à l'étuve, comme MM. Dehérain et Maquenne, des flacons qui contenaient un mélange de terre, d'eau sucrée et de nitrate de potasse (3). Dans une de nos expériences, commencée le 29 janvier, la proportion de protoxyde d'azote, qui était de 24 pour cent, le 31, au début de la fermentation, s'est régulièrement abaissée jusqu'à 6 pour cent. Pendant ce temps, le liquide n'avait point acquis d'acide butyrique, et le gaz dégagé était exempt d'hydrogène. Le 5 février, l'hydrogène a commencé à apparaître, mélangé à 4 pour cent de protoxyde d'azote, à 91 pour cent d'acide carbonique et à une trace d'azote; avec lui, la fermentation butyrique s'est développée. Le dégagement d'hydrogène a augmenté les jours suivants, et, chose inattendue, la réduction du nitrate de potasse est restée stationnaire.

Il semble donc qu'il y ait eu là deux fermentations successives : dans la première, le salpêtre seul a été décomposé; dans la seconde, le sucre a subi la transformation butyrique sans réduire

(1) *Comptes rendus*, t. LXVI, p. 237; 1868.

(2) *Comptes rendus*, t. XCV, p. 691, 732 et 854; 1882.

(3) Voir *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 3e série, t. II. Extraits des procès-verbaux, p. XI, 1884-1885.

le nitrate restant. L'observation microscopique confirme cette hypothèse, car les bâtonnets du vibrion butyrique, rares au commencement, ne sont devenus nombreux qu'à la fin de l'expérience.

Mais cette conclusion ne peut être rigoureuse, étant donné le grand nombre d'organismes différents qui se sont multipliés en même temps que le vibrion butyrique.

Nous reprendrons plus loin l'expérience avec des organismes purs, et nous montrerons que la fermentation butyrique ne suffit pas pour expliquer la réduction des nitrates dans la terre, et que la formation de protoxyde d'azote dépend à la fois de la nature du ferment et de la nature de la matière organique du milieu.

11. 4° *Azote.* — La désoxydation complète des nitrates avec production d'azote seul a été observée par M. Th. Schlœsing dans la terre végétale (1). Nous savons déjà qu'il a aussi trouvé ce gaz mélangé avec du protoxyde d'azote et du bioxyde d'azote dans une fermentation lactique du sucre en présence de l'azotate de potasse.

C'est la réduction à l'état d'azote et de protoxyde d'azote que nous étudierons spécialement dans les chapitres suivants.

12. Si l'on considère l'ensemble des recherches que nous venons de résumer, on constate qu'à l'exception de M. Meusel, aucun autre observateur n'a signalé, avant nous, la présence et le rôle des infiniment petits dans la décomposition des azotates.

MM. Dehérain et Maquenne (2) ont confirmé nos observations à ce point de vue, mais ils n'ont pas, non plus que M. Meusel, isolé à l'état de pureté les microbes trouvés dans leurs cultures.

13. Le présent mémoire comprend quatre chapitres :

CHAPITRE I. — *Étude de quelques microbes dénitrifiants.*

— II. — *Produits de la réaction.*

— III. — *Mécanisme de la réduction.*

— IV. — *Applications agricoles.*

---

(1) *Comptes rendus*, t. LXXVII, p. 353; 1873.

(2) Notre première note à l'Institut est du 9 octobre 1882; la première de MM. Dehérain et Maquenne est du 16 octobre suivant. Mais, dès le 20 juillet 1882, nous avons commencé, sur ce sujet, une série de communications à la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux (Voir *Mémoires de la Société*, 2e série, t. V, p. XXXI; et 3e série, t. II. Extraits des procès-verbaux, année 1884-85, p. XI et XVIII.)

CHAPITRE Ier

ÉTUDE DE QUELQUES MICROBES DÉNITRIFIANTS

14. Nous ne reviendrons pas, dans ce chapitre, sur la transformation des nitrates en nitrites; nous ne nous occuperons que de leur décomposition à l'état d'azote ou de protoxyde d'azote.

15. *Expériences préliminaires.* — Citons d'abord nos premières expériences :

Le 7 avril 1882, on met à l'étuve à 30 degrés un flacon complètement rempli d'eau d'égout, additionnée de 20 milligrammes d'azotate de potasse par litre et d'un centimètre cube d'urine putride pour semence; on recouvre le liquide d'une mince couche d'huile, afin de l'isoler de l'air extérieur.

Le 10 juillet, il ne reste plus que 3 milligrammes de sel par litre (1). On remplit de nouveau ce flacon avec une solution de 100 milligrammes de nitre par litre d'eau d'égout.

Le 17, il ne reste plus que 6 milligrammes de sel par litre.

(1) Tous nos dosages de nitrates ont été effectués par la méthode Schlœsing, en mesurant le volume de bioxyde d'azote dégagé par l'action du protochlorure de fer très acide sur un volume donné de liquide à essayer. On a toujours opéré par comparaison avec une solution titrée de nitrate de potasse pur, dans les mêmes conditions de température et de pression. Toutes les fois que cela a été nécessaire, on a enlevé l'acide carbonique par la potasse et l'on a tenu compte d'un léger résidu d'azote.

Le 18, avec une partie du liquide précédent, on ensemence largement un flacon de cinq litres environ, qu'on remplit jusqu'au goulot d'eau d'égout filtrée et contenant en dissolution 200 milligrammes de salpêtre par litre. On met encore une couche d'huile pour empêcher le contact direct de l'air extérieur.

Le 19, après vingt-quatre heures de séjour à la température de 30 degrés, il ne reste plus que 88 milligrammes de sel par litre; la dénitrification a donc été de $\frac{112}{200} = 56$ pour cent.

Il s'est dégagé un peu de gaz azote.

L'observation microscopique montre que la destruction du nitrate s'est effectuée, dans tous ces flacons, au milieu d'organismes nombreux et variés : bâtonnets longs et courts, mobiles et immobiles; spirillums agiles; monades.

Dans ces conditions, il est impossible d'attribuer avec certitude la réduction observée à la présence de ces microbes, et encore bien moins de dire quel est celui qui devrait en être considéré comme l'agent véritable.

16. L'action de la chaleur et celle des antiseptiques ne tardèrent pas à nous convaincre que le phénomène était bien, comme nous le supposions, d'ordre physiologique.

Le 20 août, on remplit exactement trois matras Pasteur, préalablement stérilisés, de la même eau d'égout filtrée et additionnée de 1 gramme de nitre par litre.

Le matras *a* reçoit le liquide stérilisé, sans semence;

Le matras *b* reçoit le liquide stérilisé, mais ensemencé avec quelques gouttes de liquide d'une opération antérieure.

Le matras *c* reçoit le liquide non stérilisé et non ensemencé.

Le 23, *b* est légèrement trouble.

Le 24, *c* se trouble à son tour.

Le 27, *a* est resté limpide, sans organismes; les deux autres sont très troubles et pleins de microbes variés.

L'analyse donne, pour le nitrate disparu :

Dans *a*.....	Néant.
— *b*.....	0gr,84 par litre.
— *c*.....	0 ,88 —

Donc, la chaleur, en tuant les microbes, a empêché la réduction du nitrate de potasse.

17. Avec les antiseptiques, même résultat.

Le 6 août, on met à 35 degrés des flacons pleins d'eau d'égout nitratée et stérilisée, avec les antiseptiques suivants :

Flacon *a*.....	100 milligrammes	d'acide salicylique	par litre.
— *b*.....	—	de salicylate de soude	—
— *c*.....	—	d'acide phénique	—
— *d*.....	—	de sulfate de cuivre	—
— *e*.....	Quelques gouttes de chloroforme avec lesquelles l'eau d'égout est agitée.		

Tous ces liquides reçoivent en outre une forte dose de semence prise dans une fermentation achevée.

La proportion de nitrate détruit a été successivement :

	8 août.	10 août.	26 août.
Dans *a*.....	0 %	37 %	74 %
— *b*.....	21	42	53
— *c*.....	11	42	79
— *d*.....	Néant.	Néant.	Néant.
— *e*.....	*id.*	*id.*	*id.*

Le nitrate de potasse est donc resté intact pendant vingt jours avec deux des antiseptiques employés, le sulfate de cuivre et le chloroforme; les liquides correspondants sont restés parfaitement limpides.

Quant à l'acide salicylique, le salicylate de soude et l'acide phénique, ils n'ont fait que ralentir la marche de la dénitrification. Les liquides ont donné du trouble, de la mousse, et se sont peuplés de microbes. Bien plus, l'acide salicylique a disparu dans *a*, et ne reste qu'à l'état de traces dans *b*; l'odeur d'acide phénique est complètement insensible dans *c*. Nous trouverons plus loin l'explication de ce fait, qui se produit même avec des doses plus élevées que dans l'expérience actuelle.

Il résulte de là qu'il y a corrélation entre la destruction des nitrates et le développement des infiniment petits.

18. *Purification des microbes dénitrifiants.* — Avant d'aller plus loin dans cette étude, il importait de préparer des microbes

dénitrifiants à l'état de pureté. Nous avons employé pour cela la méthode classique des cultures, en faisant varier successivement la composition des liquides stérilisés, leur épaisseur, leur température, et en essayant sur la semence l'action de la chaleur, de la dilution, de l'âge, de l'acide carbonique, du vide, etc. (1).

19. Pour les cultures en profondeur, nous avons adopté le tube de la figure 1, qui n'est, comme on le voit, qu'une modification du matras Pasteur. Il a l'avantage de n'exiger que peu de liquide et peu de place. Le réservoir A n'a en effet qu'un centimètre à un centimètre et demi de diamètre extérieur, pour une capacité de 5 à 8 centimètres cubes.

Dans quelques cas, nous avons utilisé avec profit les dispositifs des figures 2 et 3; ils ont tous le même but : séparer en un très

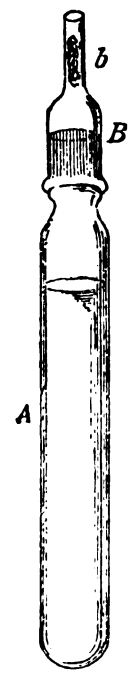


Fig. 1.

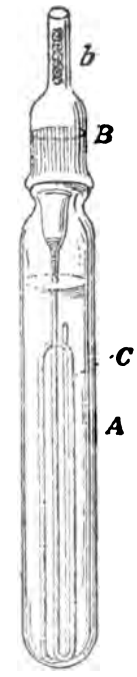


Fig. 2.

Fig. 3

(1) Voir Grandeau, *Traité d'Analyse des Matières agricoles*, 2e édition, p. 586.

petit nombre d'opérations, même en une seule, le microbe qui convient le mieux à un liquide donné.

Les tubes A sont ceux de la figure 1, à l'intérieur desquels on introduit soit un tube C (*fig.* 2) plusieurs fois replié sur lui-même dans le sens vertical, soit un petit serpentin S (*fig.* 3), dont le tube n'atteint pas un millimètre de diamètre.

Ces appareils ayant été stérilisés et remplis d'un bouillon de culture convenable, on dépose, à l'aide d'un tube effilé, une goutte de semence impure dans l'ouverture *a*. Le microbe qui s'accommode le mieux du liquide nutritif, ou bien celui qui se trouve le plus anaérobie, se développe de préférence et parcourt toute la longueur du tube avant de gagner l'orifice *o* et de tomber dans le liquide extérieur. Il est rare que plusieurs êtres puissent ainsi cheminer parallèlement dans un tube capillaire, sur une longueur de plusieurs décimètres; mais, comme ils peuvent se suivre à petite distance, il faut avoir soin de faire une nouvelle culture avec une goutte du liquide extérieur, dès que celui-ci est ensemencé.

Il ne faut pas attendre pour cela que le trouble s'y manifeste; il est préférable d'y faire des prises très fréquentes, tous les quarts d'heure par exemple, à partir du moment où le trouble du liquide contenu dans le tube capillaire s'est propagé jusque dans le voisinage de l'extrémité *o*.

En recommençant l'opération deux ou trois fois, surtout avec des liquides variés, on arrive rapidement à la purification de l'espèce cherchée.

Si, dans les conditions de l'expérience, il y a production de gaz, les appareils ne peuvent convenir; on change alors le liquide de culture.

20. Le dispositif de la figure 4 est destiné à rendre les mêmes services; il est d'une construction plus difficile, mais d'une manipulation plus commode et plus sûre. Le serpentin S, au lieu d'être libre, est soudé par son orifice supérieur, en *t*, à un étranglement du tube A. On a soudé latéralement un réservoir à boule C, fermé par un bouchon conique à recouvrement B'. En déposant la semence impure en *a*, on n'a pas à craindre de la

répandre dans le liquide extérieur; puis, quand le microbe purifié est sorti du serpentin, on fait aisément les prises de la nouvelle semence en a'.

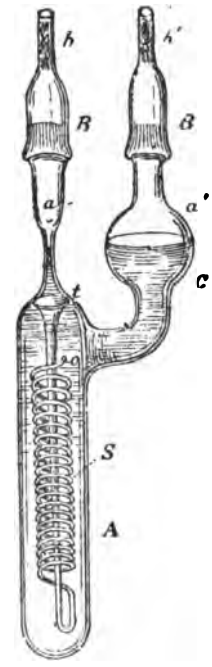


Fig. 4.

21. A l'aide des divers procédés ou appareils que nous venons d'indiquer, nous avons obtenu plusieurs variétés de microbes dénitrifiants, dont les germes se trouvaient primitivement soit dans l'eau d'égout, soit dans la terre végétale, soit dans les poussières de l'air. Il faut remarquer que la purification de tels êtres présente une facilité relative, grâce à la composition particulière des liquides de culture, dont le nitrate s'oppose au développement d'un grand nombre d'espèces.

Nous en avons spécialement étudié deux que nous allons maintenant décrire, sous le nom de ***Bacterium denitrificans***.

Comme ces organismes ont entre eux de grandes ressemblances, nous les distinguerons seulement l'un de l'autre par les lettres α et β. C'est avec le premier, qui est le plus actif, que nous avons fait la plupart de nos expériences.

22. *Bacterium denitrificans* α. (*Voir* fig. 1 de la Planche). — Ce microbe est une bactérie de 0,4 à 0,6 μ de largeur et de 2 à 4 μ de longueur; ses dimensions sont en général un peu plus grandes dans les liquides artificiels que dans les bouillons de viande.

Sa réfringence est faible et ses contours ne sont nettement accusés que dans les préparations colorées. Il est plus facile à observer dans les liquides artificiels que dans les bouillons.

Quand on examine au microscope une culture récente dans un milieu nitraté, on voit un assez grand nombre de bactéries immobiles, tandis que d'autres sont animées de mouvements parfois très vifs. Dans les préparations faites avec des liquides dépourvus de nitrates, peu d'instants après la mise en place du couvre-objet, les microbes mobiles sont relativement plus nombreux et leurs mouvements plus rapides. Au bout de quelques minutes, presque tous cessent de se mouvoir au centre de la préparation; mais le mouvement continue vers les bords de la lamelle. Le contraste est bien plus frappant, si on laisse une bulle d'air sous le couvre-objet; autour de cette bulle, les microbes s'agitent avec une extrême vivacité; la rapidité de leur allure est si grande qu'il est presque impossible de les suivre dans leurs déplacements; tantôt ils décrivent des courbes irrégulières, tantôt ils vont en ligne droite, s'arrêtant parfois brusquement, pour repartir en sens opposé; souvent ils sont animés d'un mouvement d'oscillation rapide ou de vibration. Après un certain temps, les bactéries se rapprochent de plus en plus des bords de la bulle, si bien qu'elles ne peuvent alors que s'agiter sur place, jusqu'au moment où elles sont assez serrées les unes contre les autres pour être complètement immobilisées.

L'espace qui entoure immédiatement cet amas de microbes est à peu près complètement dépourvu d'organismes; un peu au

delà, on trouve, disséminés et immobiles, ceux qui étaient hors de la zone de diffusion de l'oxygène.

On peut dire que l'observateur assiste à la formation, autour de la bulle d'air, d'une véritable *zooglœa,* semblable à celle qui se produit, comme on le verra, à la surface des bouillons de culture exempts de nitrates, et exposés au contact de l'air extérieur.

Le *B. denitrificans* se multiplie par sissiparité dans les premiers jours de son développement, quel que soit le liquide de culture; plus tard, on voit apparaître de une à trois spores dans chaque bâtonnet; quelquefois, leur nombre atteint cinq ou six, dans des filaments plus longs, mais formés vraisemblablement de deux bactéries soudées l'une à l'autre et dont la ligne de séparation est difficile à saisir. Cette observation ne se fait bien que dans une préparation colorée, car dans l'état normal, la réfringence de la spore diffère à peine de celle du bâtonnet lui-même.

La formation de spores est précédée d'une accumulation de matière protoplasmique, sous forme de corps allongés, qui occupent une longueur variable dans chaque bâtonnet, et qui se résolvent ultérieurement en corpuscules sphériques. Leur présence explique comment les germes de la bactérie conservent leur vitalité dans certains milieux pendant des années entières.

23. *Bacterium denitrificans* β. — Ce microbe diffère peu au microscope du *Bacterium denitrificans* α; il est seulement un peu plus réfringent et un peu plus large; sa largeur est de 0,5 à 0,7 μ. Il est assez difficile de les distinguer l'un de l'autre, autrement que par la rapidité de leur développement et par les produits de leur action sur les nitrates, quand on les cultive comparativement dans les mêmes milieux. Nous indiquerons, chemin faisant, ces différences.

24. *Coloration des microbes.* — On peut colorer les deux *Bacterium denitrificans* avec diverses matières colorantes; celles que nous avons spécialement essayées sont :

Le bleu de méthylène,
Le brun de phénylène (Vésuvine),
Le violet de méthyle B,
Le violet de gentiane.

Le bleu de méthylène et le brun de phénylène sont absorbés lentement et ne donnent que des colorations peu intenses.

Les violets de méthyle et de gentiane donnent au contraire d'excellents résultats; mais le second est d'un emploi un peu plus avantageux que le premier.

Si la préparation colorée ne doit pas être conservée, il suffit de mélanger une goutte de liquide de culture avec une très petite quantité de solution de violet de gentiane à 0.5 p. 100. Cela convient très bien pour l'observation des spores.

Si, au contraire, la préparation est destinée à être conservée, on étale, à l'aide d'un fil de platine, une très petite goutte de liquide contenant les bactéries sur une lamelle couvre-objet, ou mieux sur une lame porte-objet, préalablement débarrassées des plus infimes traces de matières grasses par un lavage à l'éther alcoolisé. Il convient de les chauffer légèrement vers 30 ou 35° avant d'y déposer le liquide de culture.

L'évaporation de la goutte étant terminée, on passe à plusieurs reprises la lame dans la flamme d'une lampe à alcool de façon à la porter à une température un peu supérieure à 60°. Après refroidissement, on met une ou deux gouttes de solution aqueuse de violet de gentiane à 1 p. 100, et on laisse en contact pendant 5 à 10 minutes. L'excès de matière colorante est ensuite entraîné par un lavage à l'eau distillée; la durée du lavage ne doit pas dépasser une minute avec une préparation en couche mince et régulière, si l'on tient à avoir une coloration intense.

25. La préparation ainsi obtenue peut être étudiée dans l'eau ou montée après dessiccation. Pour cette dernière opération, on peut faire usage de baume de Canada; mais cette substance, employée seule ou mélangée à un fluidifiant, a l'inconvénient de pâlir la teinte du microbe et de rendre celui-ci moins net. La glycérine le décolore en dissolvant le violet de gentiane; la solution d'acétate de potasse agit de même, quoique à un degré moindre.

Nous préférons faire usage d'une solution concentrée de chlorure de calcium dans laquelle le violet de gentiane est

complètement insoluble. Quand on emploie ce dernier liquide, il est très avantageux de fixer la préparation, contrairement à l'usage, sur la lame porte-objet et non sur la lamelle (1).

Les microbes colorés selon ce procédé apparaissent très nets et fortement teintés, quand on les examine avec un objectif 12 à immersion homogène de Vérick avec tout le tirage de l'oculaire 3. Toutefois, les préparations dans le chlorure de calcium conservent un fond un peu plus coloré et plus chargé d'impuretés que celles qui sont montées dans le baume.

26. Indépendamment des préparations faites comme on vient de le dire, nous employons, pour la photographie, des préparations fixées sur la lame et recouvertes, sans aucun liquide intermédiaire, soit d'un couvre-objet, soit d'une seconde lame porte-objet, qu'on enlève au moment de l'usage. Ces préparations à sec ne sont pas très favorables à l'observation des détails intérieurs du microbe, à la recherche des spores par exemple, mais elles montrent des bactéries colorées en violet opaque presque noir et d'un relief remarquable, permettant d'obtenir de bonnes photographies.

27. *Influence des nitrates sur le développement des B. denitrificans.* — Avant d'étudier le mode d'action de ces microbes sur les nitrates et les circonstances qui peuvent modifier leur pouvoir réducteur, il convient d'insister sur l'influence du nitrate lui-même sur leur développement.

Ensemencé dans un vase à fond plat, contenant en grande surface, sous une faible épaisseur, du bouillon ou du liquide artificiel exempt de nitrate, le *B. denitrificans* se multiplie dans toute la masse, parce qu'il reçoit largement le contact de l'air extérieur. Mais dans un vase étroit, tel que le tube de la figure 1, par exemple, il ne se développe que dans les couches supérieures du liquide, là seulement où l'oxygène peut se diffuser.

Dans ce cas, il forme à la surface, en moins de 24 heures,

(1) C'est au contraire sur la lamelle couvre-objet qu'il faut étaler le liquide de culture, si l'on emploie le baume de Canada.

une couche membraneuse zoogléique, bientôt glaireuse, dont l'épaisseur, variable avec la nature du milieu, va en augmentant et dont les bords se redressent sur les parois de l'appareil à une hauteur de plusieurs millimètres. La production de cette membrane s'explique par la tendance qu'a le microbe à se grouper sous l'influence de l'air, sans d'ailleurs changer de forme et sans perdre la faculté de se mouvoir, lorsqu'il se retrouve libre dans un liquide oxygéné. Nous avons eu la preuve de cette tendance dans l'observation microscopique.

Si l'on fait l'ensemencement dans un milieu tout à fait privé d'air, le microbe donne avec le bouillon une très légère opalescence et laisse au liquide artificiel toute sa limpidité primitive.

28. Le *Bacterium denitrificans* se présente donc comme l'un des êtres les plus avides d'oxygène; et, non seulement il prend ce gaz à l'air libre, mais il peut aussi l'emprunter à un milieu nitraté, de telle sorte qu'il est, suivant les cas, et avec la même facilité, aérobie ou anaérobie. Aussi, quand on le sème dans des bouillons riches en nitrates, se répand-il uniformément dans toute la masse, quelles que soient la forme du vase et l'épaisseur du liquide; celui-ci se trouble rapidement, se recouvre d'une mousse épaisse et devient le siège d'une fermentation énergique. Lorsque le gaz a cessé de se dégager, le liquide, qui est devenu visqueux et filant, s'éclaircit peu à peu, et le microbe se ramasse au fond du vase en couche glaireuse; quelquefois, après la fermentation, si le contact de l'air devient psssible, il se fait à la surface une membrane zoogléique, analogue à celle que donnent les milieux non nitratés.

La viscosité ne se produit pas pendant que la fermentation est en pleine activité; elle n'apparaît qu'à la fin, alors que le liquide peut être assimilé à un milieu exempt de nitrates. Or, de tels milieux sont précisément, comme on l'a vu, très favorables à la production des matières glaireuses.

29. *Circonstances qui influent sur la dénitrification.* — La quantité de nitrate décomposé dans un temps donné dépend évidemment de l'activité du ferment et, par conséquent,

pour un même microbe, de la nature du milieu, de la température, de l'âge de la semence, etc., toutes circonstances qui influent sur sa vitalité.

30. 1° *Influence de la nature du microbe.* — Comparons d'abord nos deux *Bacterium denitrificans*.

Le 9 janvier, à 4 heures du soir, on ensemence deux tubes à culture profonde (*fig.* 1) contenant le même bouillon nitraté, l'un *a* avec le *B. denitrificans* α et l'autre *b* avec le *B. denitrificans* β.

Le lendemain 10, à 8 heures du matin, *a* est trouble avec une mousse fine; *b* est plus trouble, mais sans mousse. A 4 heures du soir, la mousse apparaît dans *b*; elle a une épaisseur de 1 centimètre environ dans *a*.

Le 11, à 4 heures du soir, mousse très abondante dans *b*; mousse tombante et fermentation achevée dans *a*.

La marche de la dénitrification a été :

	Le 10.	Le 11.
Avec le *B. denitrificans* α.....	52 °/₀	100 °/₀
Avec le *B. denitrificans* β.....	50	77

Les deux microbes donnent des nitrites pendant la fermentation.

Ainsi, avec le bouillon de bœuf, il y a une différence dans le trouble du liquide, dans l'apparition de la mousse et dans l'intensité de la réduction. Le microbe α s'est toujours montré plus actif que le microbe β. Quant aux produits de la réaction, on verra plus loin qu'ils ne diffèrent pas sensiblement.

Avec le liquide artificiel, dont on trouvera la composition à la page 232, les différences s'accentuent.

Le 10 janvier, à 4 heures du soir, deux tubes *a* et *b* contenant du liquide artificiel sont ensemencés, *a* avec le *B. denitrificans* α et *b* avec le *B. denitrificans* β.

Le lendemain, à 11 heures du matin, *a* est très trouble, avec une mousse de plusieurs centimètres d'épaisseur; *b* est trouble, mais sans mousse.

Le 12, la mousse est abondante dans *b*, tombante en *a*, où la fermentation est achevée.

La dénitrification a été :

	Le 11.	Le 12.
Avec le *B. denitrificans* α.....	77 °/₀	100 °/₀
Avec le *B. denitrificans* β.....	50	77

Ces deux ferments ne diffèrent pas seulement par leur activité; le premier, qui donnait des nitrites avec le bouillon de viande, n'en fait pas dans le liquide artificiel; le second, au contraire, en donne dans les deux cas. De plus, α dégage du protoxyde d'azote quand β ne dégage que de l'azote. (*Voir* page 254 et suiv.)

En raison de sa grande puissance réductrice, le *Bacterium denitrificans* α a été choisi pour les expériences ultérieures, sauf indication contraire.

31. 2° *Influence de la température.* — Le 10 septembre, on distribue dans des vases de culture du bouillon additionné de nitrate de potasse; après ensemencement, on met :

a,	à la	température	de 25°
b,	—	—	30°
c,	—	—	35°
d,	—	—	40°

Le 11, tous les liquides sont troubles et donnent de la mousse.

Le 12, la fermentation est achevée dans *c* et *d*; elle continue dans *a* et *b*. Le dosage du salpêtre restant permet de calculer par différence la mesure de la dénitrification; on trouve :

Dans *a*.....	77 °/₀
— *b*.....	95
— *c*.....	100
— *d*.....	100

Une température voisine de 35° est donc très favorable à la réduction du nitrate; c'est celle que nous avons généralement adoptée. Nous verrons, à la fin du chapitre suivant, que la température influe sur la composition du gaz dégagé et qu'elle favorise la formation de protoxyde d'azote dans le liquide artificiel.

32. 3° *Influence du chauffage de la semence.* — Le 27 octobre, on remplit une série de petites ampoules effilées aux deux bouts

avec un liquide en fermentation; on les scelle à la lampe et on les plonge dans un bain-marie dont on élève progressivement la température.

Ces ampoules, chauffées à des degrés divers, servent ensuite, après refroidissement, à ensemencer des tubes de bouillon nitraté.

Un tube	*a*	reçoit la semence	chauffée à	35°
—	*b*	—	—	60°
—	*c*	—	—	80°
—	*d*	—	—	100°

Le 28, *a* est trouble et donne de la mousse; *b* est opalin, sans mousse; *c* et *d* sont limpides.

Le 29, *b* se trouble et mousse à son tour.

Le 4 novembre, *c* et *d* sont restés limpides.

33. Le même jour, 27 octobre, expérience toute semblable, mais en resserrant les températures entre 50 et 100 degrés.

Un tube	*a*	reçoit la semence	chauffée à	50°
—	*b*	—	—	60°
—	*c*	—	—	70°
—	*d*	—	—	80°
—	*e*	—	—	90°
—	*f*	—	—	100°

Le 28, *a* et *b* sont troubles; les autres tubes sont limpides.

Le 29, dénitrification très avancée dans *a*; fermentation et mousse dans *b*; ni trouble, ni mousse dans les autres tubes.

Le 4 novembre, *c*, *d*, *e* et *f* sont restés limpides.

Le microbe dénitrifiant est donc tué à la température de 70 degrés, mais il souffre déjà de l'action d'une température de 60 et même de 50 degrés.

34. 4° *Influence de l'air.* — La décomposition des nitrates doit diminuer au contact de l'air, parce que, dans ces conditions, le microbe est largement pourvu de l'oxygène dont il a besoin pour son développement, et qu'il lui est plus facile de le prendre là qu'à une combinaison chimique. Les expériences suivantes justifient cette hypothèse.

I. Le 7 avril, on distribue de l'eau d'égout additionnée de

nitrate de potasse dans deux flacons égaux remplis, l'un entièrement, l'autre à moitié.

Le 10 juillet, la dénitrification était de 85 pour cent dans le premier et de 27 pour cent seulement dans le second.

II. Le 6 août, un flacon de 300 centimètres cubes est rempli jusqu'au goulot d'eau d'égout nitratée; un volume égal de liquide est versé dans un flacon de 600 centimètres cubes de capacité. Même semence dans les deux liquides.

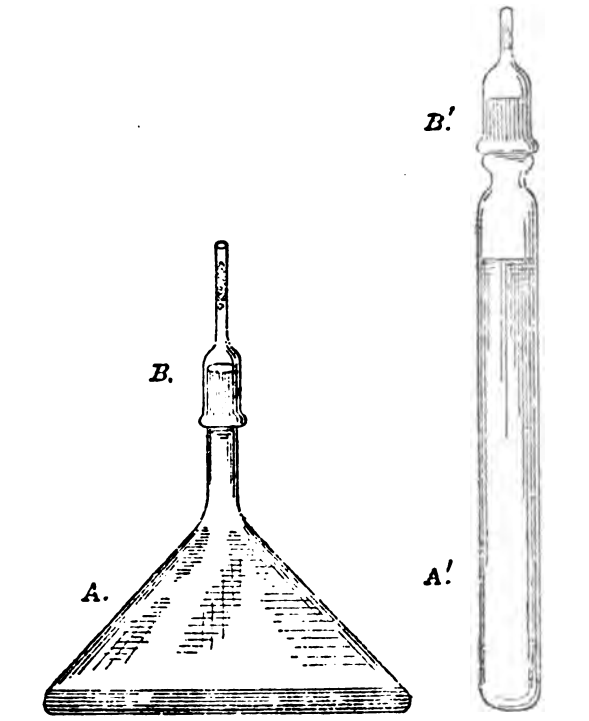


Fig. 6.

Après un séjour de 24 heures à l'étuve, le premier a perdu 42 pour cent et le second 11 pour cent seulement du nitrate employé.

III. Le 12 février, on met un même volume de bouillon de bœuf additionné de salpêtre dans une fiole de culture à fond plat A (*fig.* 6), où il occupe une épaisseur de 2 à 3 millimètres seulement, et dans un tube de culture A′, sous une épaisseur de 12 centimètres environ.

Les deux vases reçoivent chacun une goutte de la même semence.

Le 14, la réduction a été de 14 pour cent dans A et de 47 pour cent dans A′.

Malgré la faible épaisseur du bouillon dans la fiole A, on voit qu'il y a eu, néanmoins, une dénitrification partielle. Les choses se passent sans doute comme dans l'action de la levure de bière sur du moût en grande surface. On ne peut, dans les deux cas, supprimer complètement la fermentation, parce que l'aération de tous les points du liquide est impossible. Les organismes tout voisins de la couche superficielle protègent en effet les autres contre le contact de l'air, et ceux-ci fonctionnent alors comme dans une culture en profondeur.

35. Plus le milieu sera nutritif, plus les organismes se développeront, et plus il sera difficile d'avoir une réduction nulle dans un liquide en couche mince. Mais si le milieu est pauvre en aliments, comme l'eau d'égout, les microbes seront peu abondants, l'air pourra se dissoudre dans toute la masse et le nitrate ne sera pas décomposé. L'expérience suivante réalise ces conditions.

IV. Le 6 août, on fait trois parts égales d'eau d'égout nitratée, qu'on distribue dans trois vases de capacités différentes :

a..... Flacon complètement rempli.
b..... Flacon à moitié rempli.
c..... Fiole à camphre, où le liquide occupe 2^{mm} environ d'épaisseur.

Même semence dans les trois appareils.

Le 26, la proportion de nitrate réduit a été :

Dans *a*..... de 33 %
— *b*..... de 14
— *c*..... de 0

Il résulte de là que, pour obtenir des fermentations rapides, il faudra faire usage de vases profonds et complètement remplis de liquide.

36. 5° *Influence de l'âge de la semence.* — Si l'on prend pour semence, dans des cultures nouvelles, le *B. denitrificans* aux différentes périodes de son développement, on constate que ce microbe s'affaiblit progressivement jusqu'à la perte complète de son activité, jusqu'à la mort.

Le 17 novembre, après avoir éprouvé à l'étuve un certain nombre de tubes de culture, contenant du bouillon additionné de 10 grammes de nitrate de potasse par litre, on ensemence l'un d'eux avec un microbe très jeune. Le lendemain, les jours suivants, puis à des intervalles plus éloignés, on ensemence successivement les autres tubes, avec des prises faites dans celui-là. La proportion de nitrate réduit a été mesurée pour chaque tube après 24 et après 48 heures.

Le tableau suivant résume cette expérience :

Numéro d'ordre de la culture.	Date de l'ensemencement.	Age de la semence.	Proportion de nitrate réduit : après 24 heures.	après 48 heures.
0	17 nov.	»	»	»
1	18 —	1 jour	68 %	84 %
2	19 —	2 —	66	84
3	20 —	3 —	48	76
4	21 —	4 —	48	60
5	22 —	5 —	42	72
6	27 —	10 —	28	64
7	2 déc.	15 —	18	54
8	7 —	20 —	12	40
9	17 —	30 —	16	20
10	27 —	40 —	Traces.	Liquide limpide.

Malgré quelques irrégularités qui pourraient s'expliquer par les différences de volumes de semence employée, on voit que le sens du phénomène est très net et que la vitalité du ferment diminue assez rapidement, lorsqu'il est laissé en contact avec son liquide. C'est un fait fréquent chez les infiniment petits.

37. La nature du liquide de culture influe d'ailleurs sur la vitesse d'affaiblissement du microbe.

A la fin de juin 1883, on sème du ferment pur dans les liquides suivants :

a... Liquide artificiel, contenant 1 °/₀ de nitrate de potasse.
b... Bouillon de bœuf neutre contenant 1 °/₀ de nitrate de potasse.
c... *id.* *id.* contenant 1 °/₀ de nitrate de potasse et 5 °/₀ de sucre.
d... *id.* *id.* contenant 1 °/₀ de nitrate de potasse et 2 °/₀ d'amidon.
e... Eau de levure neutre, sans nitrate.
f... Bouillon de bœuf neutre, sans nitrate, contenant 2 °/₀ d'amidon.

Ces cultures sont abandonnées à la température ordinaire jusqu'en janvier 1884. A cette date, les liquides sont opalins; au fond des tubes, on trouve un dépôt grisâtre, constitué par un amas de microbes, de cristaux de phosphate ammoniaco-magnésien et de granulations amorphes.

Le 6 janvier, avec des prises faites dans ces divers liquides, les unes à la surface, les autres dans le dépôt, on ensemence largement du bouillon de bœuf neutre contenant 1 °/₀ de salpêtre.

Le 7, les cultures issues de *c*, *d*, *e* et *f* donnent une mousse abondante, tandis que celles issues de *a* et *b* ne sont même pas troubles.

Le 8, le tube ensemencé avec le dépôt de *b* est devenu trouble à son tour, et mousse légèrement; celui qui a reçu une goutte de la surface est limpide.

Le 9, mêmes tubes qu'hier en fermentation; dans plusieurs, la dénitrification est achevée.

Le 10 et jours suivants, les tubes déjà stériles n'ont donné ni trouble, ni réduction, ni microbes.

La semence provenant du liquide artificiel *a* était donc morte; celle provenant du bouillon de bœuf nitraté *b* ne s'est rajeunie qu'avec peine; à la surface même, elle était morte. Quant aux autres semences, celles qui avaient été prises dans les bouillons nitratés *c* et *d*, additionnés de sucre ou d'amidon, se sont rajeunies moins vite que celles qui avaient été extraites des liquides non nitratés *e* et *f*; en effet, le 9, la réduction était complète avec ces dernières, tandis qu'elle n'était que de 56 pour

cent dans les tubes ensemencés avec *c* et de 68 pour cent dans les tubes ensemencés avec *d*.

L'ordre dans lequel nous avons placé les liquides de culture est précisément inverse de celui qui indique leur valeur nutritive relative pour le *B. denitrificans*. Celui-ci, comme beaucoup d'autres organismes, s'épuise donc, dans un milieu, d'autant plus vite qu'il s'y est montré plus actif.

38. L'eau de levure non nitratée est, de tous les liquides que nous avons essayés, celui qui conserve le plus longtemps la semence de notre microbe. Grâce à cette propriété, nous avons pu le retrouver vivant au mois de décembre 1884, c'est-à-dire un an et demi après son ensemencement. Ce fut une résurrection des plus heureuses, car, à la suite d'une élévation accidentelle de la température dans notre étuve, le ferment qui servait à nos expériences fut tué, et nous l'eussions perdu sans retour, si le tube d'eau de levure conservé dans notre collection ne nous avait permis de le rajeunir. Aujourd'hui encore, 25 août 1885, on retrouve des spores vivantes dans le tube ensemencé à la fin de juin 1883 et dans le tube ensemencé en janvier 1884.

39. 6° *Influence de la proportion de nitrate.* — *I.* Le 21 juillet, on ensemence des flacons exactement remplis d'eau d'égout, contenant des doses croissantes de nitrate de potasse.

a.....	0^{gr},25	par litre.
b.....	0 ,50	—
c.....	1 ,00	—
d.....	2 ,50	—
e.....	5 ,00	—

Les liquides se sont tous troublés et la réduction a suivi la marche suivante :

	Au 23 juillet.	Au 25 juillet.	Au 28 juillet.	Au 1er août.	Au 7 août.
Dans *a*.....	58 °/o	92 °/o	100 °/o	»	»
— *b*.....	12	60	100	»	»
— *c*.....	24	44	96	99	100 °/
— *d*.....	»	20	63	90	100
— *e*.....	»	»	14	49	100

On déduit de là :

	Durée de la réduction.	Nitrate décomposé par jour, en moyenne.
Dans *a*.....	7 jours.	0gr,036 par litre.
— *b*.....	7 —	0 ,071 —
— *c*.....	11 —	0 ,090 —
— *d*.....	17 —	0 ,147 —
— *e*.....	17 —	0 ,294 —

II. Avec un liquide plus nutritif que l'eau d'égout, du bouillon de viande par exemple, la destruction du nitrate est beaucoup plus rapide.

Le 5 septembre, on ensemence du bouillon de poulet renfermant :

a.....	1 gramme	de nitrate	de potasse	par litre.
b.....	2 —	—	—	—
c.....	4 —	—	—	—

La marche de la dénitrification a été de jour en jour :

	6 septembre.	7 septembre.	8 septembre.	9 septembre.
Dans *a*.....	86 %	100 %	»	»
— *b*.....	71	100	»	»
— *c*.....	30	65	91 %	100 %

On a donc obtenu :

	Durée maximum de la réduction.	Nitrate détruit par jour, en moyenne.
Dans *a*.....	2 jours.	0gr,5 par litre.
— *b*.....	2 —	1 ,0 —
— *c*.....	4 —	1 ,0 —

III. La dénitrification peut se produire aussi avec des doses plus élevées de sel.

Le 8 septembre, on dispose un autre essai dans du bouillon tenant en dissolution :

a.....	4 grammes	de nitrate	de potasse	par litre.
b.....	8 —	—	—	—
c.....	12 —	—	—	—
d.....	16 —	—	—	—
e.....	20 —	—	—	—

La semence est prise dans un flacon en pleine fermentation. Les dosages successifs ont donné pour la dénitrification :

	9 septembre.	11 septembre.	13 septembre.	15 septembre.	22 septembre.
Dans *a*.....	25 °/o	75 °/o	100 °/o	»	»
— *b*.....	26	68	84	89 °/o	»
— *c*.....	15	47	40	52	59 °/o
— *d*.....	»	25	27	27	34
— *e*.....	»	4	13	28	»

Si l'on calcule les doses de nitrate détruit au 13 septembre, c'est-à-dire 5 jours après l'ensemencement, on obtient :

	Total.	Moyenne par jour.
Dans *a*.....	4^{gr},00	0^{gr},80 par litre.
— *b*.....	6 ,72	1 ,34 —
— *c*.....	4 ,80	0 ,96 —
— *d*.....	4 ,32	0 ,86 —
— *e*.....	2 ,60	0 ,52 —

40. L'activité du microbe dépend donc de la richesse du milieu et de la proportion de nitrate dissous. Dans les bouillons de viande, elle paraît maximum pour les doses de salpêtre voisines de 1 pour cent; mais la bactérie peut vivre et agir avec 2 pour cent de sel. Dans ce dernier cas, la fermentation se ralentit au bout de peu de jours et ne se termine pas, soit parce que le liquide est devenu fortement alcalin et gêne le développement du ferment, soit parce que la matière organique n'y est plus en quantité suffisante. (*Voir* page 251.)

La proportion que nous adoptons généralement est celle de 10 grammes par litre.

La quantité de sel décomposé par litre et par jour a dépassé 1 gramme dans l'expérience précédente. Dans certains cas, nous avons eu 3 grammes dans du bouillon de poulet, 6 grammes et même 9 grammes dans du liquide artificiel.

41. 7° *Influence de la base du nitrate.* — Les azotates alcalins et l'azotate de chaux sont tous décomposables par le *B. denitrificans*.

I. Le 6 août, on ensemence de l'eau d'égout renfermant des poids égaux, 1^{gr},67 par litre, de ces divers sels; la fermentation

III. Le 12 février, on met un même volume de bouillon de bœuf additionné de salpêtre dans une fiole de culture à fond plat A (*fig.* 6), où il occupe une épaisseur de 2 à 3 millimètres seulement, et dans un tube de culture A′, sous une épaisseur de 12 centimètres environ.

Les deux vases reçoivent chacun une goutte de la même semence.

Le 14, la réduction a été de 14 pour cent dans A et de 47 pour cent dans A′.

Malgré la faible épaisseur du bouillon dans la fiole A, on voit qu'il y a eu, néanmoins, une dénitrification partielle. Les choses se passent sans doute comme dans l'action de la levure de bière sur du moût en grande surface. On ne peut, dans les deux cas, supprimer complètement la fermentation, parce que l'aération de tous les points du liquide est impossible. Les organismes tout voisins de la couche superficielle protègent en effet les autres contre le contact de l'air, et ceux-ci fonctionnent alors comme dans une culture en profondeur.

35. Plus le milieu sera nutritif, plus les organismes se développeront, et plus il sera difficile d'avoir une réduction nulle dans un liquide en couche mince. Mais si le milieu est pauvre en aliments, comme l'eau d'égout, les microbes seront peu abondants, l'air pourra se dissoudre dans toute la masse et le nitrate ne sera pas décomposé. L'expérience suivante réalise ces conditions.

IV. Le 6 août, on fait trois parts égales d'eau d'égout nitratée, qu'on distribue dans trois vases de capacités différentes :

a..... Flacon complètement rempli.
b..... Flacon à moitié rempli.
c..... Fiole à camphre, où le liquide occupe 2mm environ d'épaisseur.

Même semence dans les trois appareils.

Le 26, la proportion de nitrate réduit a été :

Dans *a*..... de 33 %
— *b*..... de 14
— *c*..... de 0

Il résulte de là que, pour obtenir des fermentations rapides, il faudra faire usage de vases profonds et complètement remplis de liquide.

36. 5° *Influence de l'âge de la semence.* — Si l'on prend pour semence, dans des cultures nouvelles, le *B. denitrificans* aux différentes périodes de son développement, on constate que ce microbe s'affaiblit progressivement jusqu'à la perte complète de son activité, jusqu'à la mort.

Le 17 novembre, après avoir éprouvé à l'étuve un certain nombre de tubes de culture, contenant du bouillon additionné de 10 grammes de nitrate de potasse par litre, on ensemence l'un d'eux avec un microbe très jeune. Le lendemain, les jours suivants, puis à des intervalles plus éloignés, on ensemence successivement les autres tubes, avec des prises faites dans celui-là. La proportion de nitrate réduit a été mesurée pour chaque tube après 24 et après 48 heures.

Le tableau suivant résume cette expérience :

Numéro d'ordre de la culture.	Date de l'ensemencement.	Age de la semence.	Proportion de nitrate réduit : après 24 heures.	après 48 heures.
0	17 nov.	»	»	»
1	18 —	1 jour	68 %	84 %
2	19 —	2 —	66	84
3	20 —	3 —	48	76
4	21 —	4 —	48	60
5	22 —	5 —	42	72
6	27 —	10 —	28	64
7	2 déc.	15 —	18	54
8	7 —	20 —	12	40
9	17 —	30 —	16	20
10	27 —	40 —	Traces.	Liquide limpide.

Malgré quelques irrégularités qui pourraient s'expliquer par les différences de volumes de semence employée, on voit que le sens du phénomène est très net et que la vitalité du ferment diminue assez rapidement, lorsqu'il est laissé en contact avec son liquide. C'est un fait fréquent chez les infiniment petits.

37. La nature du liquide de culture influe d'ailleurs sur la vitesse d'affaiblissement du microbe.

A la fin de juin 1883, on sème du ferment pur dans les liquides suivants :

a... Liquide artificiel, contenant 1 °/₀ de nitrate de potasse.
b... Bouillon de bœuf neutre contenant 1 °/₀ de nitrate de potasse.
c... *id.* *id.* contenant 1 °/₀ de nitrate de potasse et 5 °/₀ de sucre.
d... *id.* *id.* contenant 1 °/₀ de nitrate de potasse et 2 °/₀ d'amidon.
e... Eau de levure neutre, sans nitrate.
f... Bouillon de bœuf neutre, sans nitrate, contenant 2 °/₀ d'amidon.

Ces cultures sont abandonnées à la température ordinaire jusqu'en janvier 1884. A cette date, les liquides sont opalins; au fond des tubes, on trouve un dépôt grisâtre, constitué par un amas de microbes, de cristaux de phosphate ammoniaco-magnésien et de granulations amorphes.

Le 6 janvier, avec des prises faites dans ces divers liquides, les unes à la surface, les autres dans le dépôt, on ensemence largement du bouillon de bœuf neutre contenant 1 °/₀ de salpêtre.

Le 7, les cultures issues de *c*, *d*, *e* et *f* donnent une mousse abondante, tandis que celles issues de *a* et *b* ne sont même pas troubles.

Le 8, le tube ensemencé avec le dépôt de *b* est devenu trouble à son tour, et mousse légèrement; celui qui a reçu une goutte de la surface est limpide.

Le 9, mêmes tubes qu'hier en fermentation; dans plusieurs, la dénitrification est achevée.

Le 10 et jours suivants, les tubes déjà stériles n'ont donné ni trouble, ni réduction, ni microbes.

La semence provenant du liquide artificiel *a* était donc morte; celle provenant du bouillon de bœuf nitraté *b* ne s'est rajeunie qu'avec peine; à la surface même, elle était morte. Quant aux autres semences, celles qui avaient été prises dans les bouillons nitratés *c* et *d*, additionnés de sucre ou d'amidon, se sont rajeunies moins vite que celles qui avaient été extraites des liquides non nitratés *e* et *f*; en effet, le 9, la réduction était complète avec ces dernières, tandis qu'elle n'était que de 56 pour

cent dans les tubes ensemencés avec *c* et de 68 pour cent dans les tubes ensemencés avec *d*.

L'ordre dans lequel nous avons placé les liquides de culture est précisément inverse de celui qui indique leur valeur nutritive relative pour le *B. denitrificans*. Celui-ci, comme beaucoup d'autres organismes, s'épuise donc, dans un milieu, d'autant plus vite qu'il s'y est montré plus actif.

38. L'eau de levure non nitratée est, de tous les liquides que nous avons essayés, celui qui conserve le plus longtemps la semence de notre microbe. Grâce à cette propriété, nous avons pu le retrouver vivant au mois de décembre 1884, c'est-à-dire un an et demi après son ensemencement. Ce fut une résurrection des plus heureuses, car, à la suite d'une élévation accidentelle de la température dans notre étuve, le ferment qui servait à nos expériences fut tué, et nous l'eussions perdu sans retour, si le tube d'eau de levure conservé dans notre collection ne nous avait permis de le rajeunir. Aujourd'hui encore, 25 août 1885, on retrouve des spores vivantes dans le tube ensemencé à la fin de juin 1883 et dans le tube ensemencé en janvier 1884.

39. 6° *Influence de la proportion de nitrate.* — *I.* Le 21 juillet, on ensemence des flacons exactement remplis d'eau d'égout, contenant des doses croissantes de nitrate de potasse.

a.....	0^{gr},25	par litre.
b.....	0 ,50	—
c.....	1 ,00	—
d.....	2 ,50	—
e.....	5 ,00	—

Les liquides se sont tous troublés et la réduction a suivi la marche suivante :

	Au 23 juillet.	Au 25 juillet.	Au 28 juillet.	Au 1er août.	Au 7 août.
Dans *a*.....	58 °/o	92 °/o	100 °/o	»	»
— *b*.....	12	60	100	»	»
— *c*.....	24	44	96	99	100 °/
— *d*.....	»	20	63	90	10)
— *e*.....	»	»	14	49	100

CHAPITRE II

PRODUITS DE LA RÉDUCTION

45. Nous avons vu que la transformation des nitrates en nitrites se fait en général sans dégagement de gaz; au contraire, la réduction plus complète de l'acide nitrique par le *B. denitrificans*, qu'elle engendre de l'azote ou du protoxyde d'azote, produit une mousse abondante et une effervescence très vive, comme dans une véritable fermentation.

I. — Production d'azote.

46. Nous examinerons d'abord le cas où l'azote se dégage en liberté, sans être combiné avec de l'oxygène; c'est d'ailleurs le plus fréquent.

Dans un milieu très riche en matières organiques, ce gaz est mélangé avec une certaine quantité d'acide carbonique; mais si les conditions sont telles que le liquide ne puisse être saturé par ce dernier, à la température de l'expérience, le gaz dégagé est de l'azote pur. Il suffit pour cela que le milieu soit peu nutritif, car alors la proportion de nitrate décomposé est faible. En voici un exemple :

Le 8 août, on dissout 21 grammes de salpêtre dans 10 lit. 800 d'eau d'égout stérilisée, et l'on porte le flacon ensemencé dans une étuve à température constante.

Le 9, le liquide s'est troublé dans toute la masse.

Le 12, le dégagement gazeux commence et se continue les jours suivants; très faible pendant le mois de septembre, il a cessé complètement le 11 octobre.

Les volumes de gaz successivement recueillis ont été :

Le 14 août.....	17^{cc},5
23 —	92 ,5
25 —	101 ,5
3 septembre....	80 ,0
11 octobre.....	29 ,0
TOTAL....	320^{cc},5

Ce gaz a toujours été formé d'azote pur, sans acide carbonique.

Comme l'eau d'égout renferme peu de matières organiques, la fermentation s'est arrêtée, bien qu'il restât encore dans ce liquide une très grande quantité de sel non décomposé. Il n'y a eu en effet que 3 grammes environ de nitrate réduit, correspondant à 800 centimètres cubes environ d'acide carbonique engendré. On voit que ce volume est tout à fait insuffisant pour saturer près de 11 litres de liquide, en supposant même, ce qui n'arrive pas, que le gaz soit entièrement libre et qu'aucune partie ne se combine avec la potasse du nitrate.

47. Voici, au contraire, des exemples de fermentation plus active, où de l'acide carbonique s'est dégagé avec l'azote.

I. Le 30 septembre, on met à l'étuve un flacon d'un litre renfermant de la semence active et du bouillon de poulet additionné de nitrate de potasse.

La fermentation s'est établie rapidement et s'est prolongée jusqu'au 11 octobre, en donnant les gaz suivants :

	Le 1er octobre.	Le 2 octobre.	Le 4 octobre.	Le 11 octobre.
Volume total dégagé.	102^{cc}	100^{cc}	115^{cc}	42^{cc}

Composition centésimale :

Azote.....	75,9 °/o	87,5 °/o	97,7 °/o	100,0 °/o
Acide carbonique.....	24,1	12,5	2,3	0,0
	100,0	100,0	100,0	100,0

II. Le 27 février, on met en marche un ballon de bouillon de bœuf contenant 10 grammes d'azotate de potasse par litre.

La fermentation a dégagé successivement :

	Le 28 février.	Le 5 mars.	Le 9 mars.
Volume total dégagé.	76^{cc}	136^{cc}	21^{cc}

Composition centésimale :

Azote.....	92,2 °/o	93,8 °/o	98,6
Acide carbonique.....	7,8	6,2	1,4
	100,0	100,0	100,0

48. La proportion d'acide carbonique diminue toujours à la fin de la fermentation. Cela s'explique sans doute par ce fait qu'avec le microbe employé il se forme d'abord du nitrite et que les deux tiers de l'oxygène de l'acide azotique servent à faire de l'acide carbonique avant que l'azote puisse se dégager. En réalité, les deux phases de la réduction ne sont pas absolument distinctes et successives; elles coïncident en grande partie, car le nitrite est lui-même décomposable par le *B. denitrificans*.

Les exemples précédents montrent bien quelle est la nature des gaz formés pendant la désoxydation complète de l'acide des nitrates; mais ils ne permettent pas de savoir ce que deviennent tout l'azote et tout l'oxygène provenant de cette réduction. Il reste, il est vrai, dans les liquides fermentés beaucoup d'acide carbonique combiné avec la base; mais quel est le volume exact de l'acide carbonique produit?

49. Pour établir l'équation exacte du phénomène, il faut mesurer et doser avec précision les gaz dégagés, recueillir et analyser tout le liquide fermenté. On ne peut, sans causes d'erreur, faire servir à cet usage les appareils, tels que flacons ou ballons munis de tubes abducteurs, d'où l'air ne serait pas chassé complètement.

Il faut, en outre, que liquides et récipients soient stérilisés, et que la semence puisse être introduite avec sa pureté primitive, afin d'éviter toute fermentation secondaire par des microbes étrangers.

50. Le dispositif le plus simple, qui paraisse propre à éviter tout inconvénient, est celui qui a servi à M. Pasteur pour l'étude de la fermentation alcoolique. Il consiste en une éprouvette ou un ballon à long col remplis de mercure et renversés sur ce liquide. On y introduit un poids convenable du sel à décomposer, un volume connu de bouillon, et une trace de semence; si la fermentation s'établit, le gaz produit déprime le mercure sans sortir de l'appareil, et les lectures se font avec facilité.

Malgré sa simplicité apparente, cet appareil est lourd, peu maniable et difficile à stériliser dans toute sa masse. Nous l'avons essayé néanmoins plusieurs fois, en stérilisant à la fois le mercure et le liquide nitraté, mais malheureusement sans succès. Nos microbes s'y sont à peine développés.

51. Nous avons alors imaginé la disposition ci-contre (*fig.* 7).

Une grosse boule A, de 150 centimètres cubes environ de

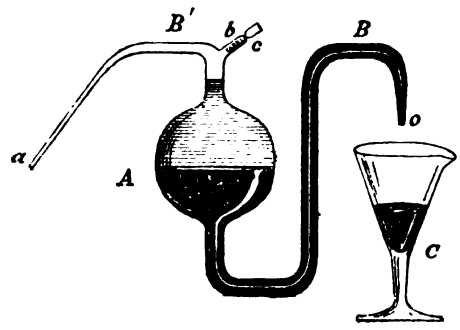


Fig. 7.

capacité, est soudée à deux tubes diamétralement opposés; le tube inférieur B est recourbé en S et son extrémité effilée *o*

s'ouvre au-dessus d'un verre à pied C; le tube supérieur B', deux fois recourbé, est effilé à son extrémité *a*, et porte latéralement, au point le plus élevé, un petit tube *c* étranglé et muni d'une bourre de coton *b*.

Après avoir introduit du mercure en A jusque vers le milieu de la boule, on ferme les effilures *a* et *o* et l'on stérilise le tout dans l'air chaud. Pendant le refroidissement, l'air extérieur, en pénétrant dans la boule, se purifie sur le coton *b*.

Pour remplir cet appareil de bouillon nitraté, on flambe la pointe *a*, on la brise, on la flambe de nouveau, et on l'introduit dans le flacon contenant le liquide préalablement stérilisé; on aspire alors par la tubulure *c*, et, quand la boule est pleine, on retire le tube *a* qu'on scelle à la lampe.

La prise de la semence se fait de la même manière. Dès qu'elle est introduite, on brise l'extrémité *o*, et l'on scelle à la lampe la tubulure *c*.

S'il y a dégagement de gaz, celui-ci s'accumule dans la partie supérieure de la boule A, et refoule à la fois le liquide et le mercure. Ce dernier sort alors par l'orifice *o* et s'écoule dans le verre; son poids permet de calculer le volume du gaz produit, en tenant compte de la température et des divers éléments de la pression. On peut d'ailleurs recueillir le gaz lui-même dans une éprouvette graduée, en recourbant l'extrémité *a* en forme de tube abducteur, et en exerçant en *o* une pression convenable de mercure.

52. Le 25 janvier, un de ces appareils fut rempli, comme il vient d'être dit, avec du bouillon contenant 10 grammes de salpêtre par litre, et ensemencé avec le *B. denitrificans* β.

Après un séjour de trois jours à la température de 35 degrés, le liquide est resté limpide, tandis que dans nos tubes habituels de culture, la fermentation s'était déclarée en moins de vingt-quatre heures, avec la même semence.

Le 28 janvier, l'expérience fut répétée avec une semence plus jeune et plus active; même résultat. Tandis que dans un ballon sans mercure ensemencé le même jour, avec le même microbe, la fermentation s'est régulièrement établie, au contraire, le

liquide en contact avec le mercure est resté limpide jusqu'au 23 février suivant, c'est-à-dire pendant près d'un mois. Le microbe soumis à l'influence du mercure n'était cependant pas mort, car, semé dans un tube de culture, il s'y est développé avec ses caractères ordinaires, seulement avec un peu plus de lenteur.

53. La présence du mercure a donc complètement empêché la multiplication et les fonctions du *B. denitrificans* β. Avec le *B. denitrificans* α, dont l'activité est beaucoup plus grande, l'action du mercure dans les appareils à boule est simplement diminuée; la fermentation y commence plus tard, dure plus longtemps et donne moins de mousse que dans une fermentation comparative faite sans mercure.

Dans l'éprouvette renversée sur le mercure (50), le *B. denitrificans* α s'est développé plus péniblement encore que dans l'appareil précédent; le liquide s'est à peine troublé et n'a point donné de gaz. Cette différence tient sans doute à ce que la stérilisation du bouillon et celle du mercure ont été simultanées et que, dans ces conditions, il a dû se diffuser plus de vapeurs mercurielles au sein du liquide nitraté que dans l'appareil à boule, où ce liquide a été superposé au mercure, à froid, après une stérilisation indépendante.

54. Quant à la présence du mercure dans le bouillon, elle est facile à démontrer par les méthodes si sensibles et si précises imaginées par M. Merget. Le savant professeur de la Faculté de médecine de Bordeaux a bien voulu le rechercher lui-même dans les trois échantillons suivants :

a Bouillon stérilisé et non ensemencé, en contact avec du mercure également stérilisé;

b Bouillon non stérilisé et non ensemencé, en contact avec du mercure stérilisé;

c Bouillon stérilisé ayant fermenté en contact avec du mercure stérilisé, sous l'influence du *B. denitrificans* α.

« Les trois échantillons de bouillon de culture, dit M. Merget dans la note qu'il nous a remise, ont été soumis au même mode d'analyse.

» Une première prise, faite sur chacun d'eux, a été traitée par l'acide sulfhydrique et les sulfhydrates alcalins, sans donner la plus minuscule trace de précipité de sulfure de mercure.

» Sur une seconde prise, on a fait agir un fil de cuivre bien pur et bien décapé, plongeant d'un centimètre environ, qui a été retiré après vingt-quatre heures d'immersion, et introduit, après avoir été lavé à grande eau et desséché, dans un pli de papier sensible à l'azotate d'argent ammoniacal, dont il était séparé par quelques doubles de papier de soie; on n'a constaté aucune apparence d'impression mercurielle.

» Une troisième prise, au contraire, traitée comme la précédente, mais après avoir été préalablement additionnée d'acide nitrique et portée pendant quelques instants à l'ébullition, a fourni des impressions mercurielles très nettement accusées.

» Les résultats négatifs des deux premières séries d'essais permettent de conclure que les trois échantillons de bouillon de culture ne renfermaient pas de sels de mercure en dissolution. Comme on y rencontre néanmoins ce métal, ainsi que le démontrent les résultats positifs de la troisième série d'essais, c'est qu'il s'y trouvait diffusé en vapeur, c'est-à-dire au même état que dans l'eau mercurielle.

» Cette conclusion est confirmée par l'expérience suivante : des papiers sensibles disposés au dessus de couches de bouillon, stérilisé ou non, recouvrant du mercure, sont nettement impressionnés par les vapeurs mercurielles qui traversent les liquides superposés. »

Les constatations faites par M. Merget, en établissant que le mercure se volatilise et se retrouve en nature dans les bouillons de culture (1), expliquent les insuccès dont nous avons parlé plus haut, et prouvent que ce métal ne peut pas être employé sans inconvénient dans l'étude de certains infiniment petits.

---

(1) M. Royer a montré que les vapeurs de mercure peuvent se diffuser à travers les liquides. (*Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 2e série, t. IV, p. XIV, XXVII et 259.)

55. Obligés de renoncer aux appareils précédents, nous avons, après plusieurs tentatives infructueuses, adopté le dispositif de la figure 8.

Une boule A de 150 centimètres cubes de capacité environ, est soudée à deux tubes diamétralement opposés. Le tube inférieur est retourné en bec effilé *a*, le tube supérieur porte un tube de dégagement capillaire B, et un étranglement *c*, au-dessus duquel on place une bourre de coton *b*.

Les ouvertures *a* et *d* étant scellées à la lampe, on flambe cet appareil dans un poêle à air chaud; pendant le refroidissement, l'air se purifie sur la bourre de coton.

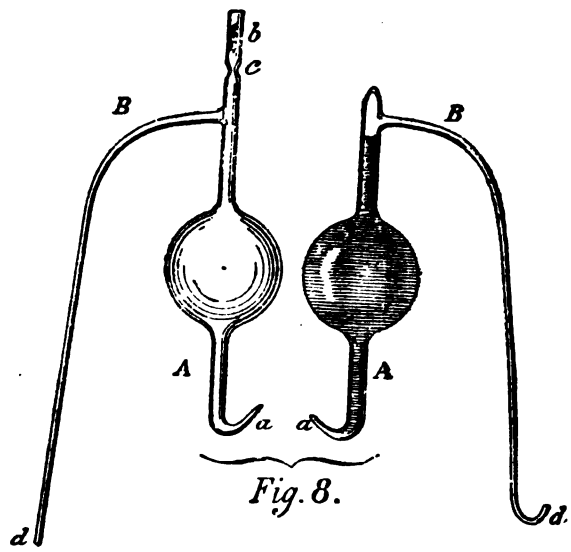


Fig. 8.

Pour introduire un liquide, bouillon ou semence, on y plonge le tube *d*, préalablement flambé et ouvert, et on aspire par *b*. On retire ensuite *d*, on le flambe, et on détache à la lampe l'extrémité *b*.

L'appareil ainsi ensemencé est plongé dans un bain-marie à température constante, comme le montre la figure 9, où T est un thermomètre et R un régulateur de M. Dupetit.

Le tube abducteur seul et la pointe *c* sortent du bain. Le tube à dégagement se rend sous une éprouvette pleine de mercure,

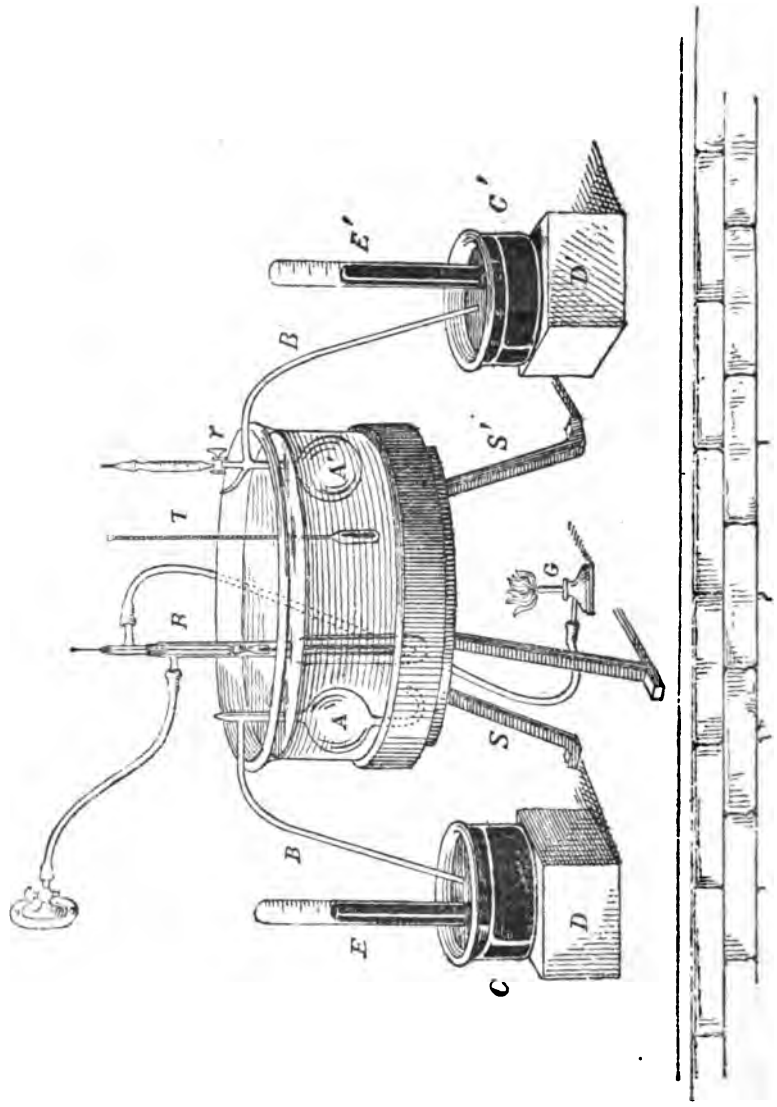


Fig. 9.

mais on attend pour mettre l'éprouvette que le bouillon ait pris la température du bain; la dilatation du liquide chasse alors la

plus grande partie de l'air contenu en B, de sorte que ce qui en reste est absolument négligeable (¹).

(¹) Le régulateur dont nous nous servons a été imaginé par M. Dupetit (*Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*; 2e série, t. V, p. XLVII.)

Fig. 10.

Fig. 11.

Il se compose (*fig.* 10 et 11) d'un gros réservoir A contenant du mercure et du pétrole superposés; un tube central B, soudé au réservoir dans sa partie rétrécie, plonge dans le mercure M et est lui-même rempli de ce liquide. Par sa dilatation, le

56. Appliquons maintenant l'appareil de la figure 8 à l'étude de la réduction du nitrate de potasse par le *B. denitrificans* α, le plus actif de ceux que nous avons isolés.

Le 12 février, on met dans le bain, à la température de 35 degrés (*fig.* 9), un vase plein de bouillon de bœuf contenant 12 grammes par litre d'azotate de potasse avec une petite quantité de semence âgée de trois jours.

Le liquide s'est troublé en quelques heures, et, en moins d'un jour, la fermentation est complètement établie. La mousse gagne le tube abducteur et vient se liquéfier à la surface du mercure, où le nitrate entraîné continue à fermenter.

Le 14, la fermentation est moins tumultueuse.

Le 16, elle est très ralentie.

Le 20, elle est à peine sensible.

Le 23, elle est nulle; on met fin à l'expérience.

A ce moment, la plus grande partie du gaz est dans l'éprouvette, en contact avec une petite quantité de liquide fermenté; le reste est dans l'appareil, à la place du bouillon que la mousse a entraîné. Pour recueillir ce dernier gaz, on relie par un caoutchouc le tube *a* avec un réservoir plein de mercure, et l'on brise la pointe; en pénétrant dans le ballon, le mercure chasse le gaz dans une éprouvette disposée à cet effet.

Ces deux volumes gazeux sont mesurés à zéro degré dans la glace fondante; pour tenir compte de la pression propre à la vapeur du liquide fermenté, on la détermine directement dans un baromètre mouillé dont la chambre est recourbée et entourée de glace fondante.

---

pétrole fait monter le mercure dans le tube B; en même temps un flotteur en verre F, lesté en *m*, et dont les mouvements sont facilités par quelques gouttes d'eau glycérinée, se soulève et vient fermer plus ou moins l'orifice d'arrivée du gaz. L'obturation est obtenue à l'aide d'un disque de verre D, relié au flotteur par un petit ressort en spirale *r*; une tige métallique *t*, qu'on peut élever ou abaisser à volonté, permet de laisser entre le tube à gaz C et le disque D, l'ouverture nécessaire à l'entretien de la flamme minimum du bec. On règle à des températures plus en moins élevées, en remontant plus ou moins le tube C, qui est maintenu dans l'axe de l'appareil à l'aide d'une couronne de bourrelets de verre *b*.

Cet appareil est d'une très grande sensibilité.

Quant au liquide fermenté, on s'assure qu'il ne renferme plus de nitrate, et on l'utilise pour le dosage de l'acide carbonique dissous ou combiné et de l'ammoniaque formée.

Voici les données de l'expérience actuelle :

Volume de l'appareil		155cc,8
Densité du bouillon nitraté		1014
Richesse du bouillon en nitrate de potasse		12gr,000 par litre.
Poids du nitrate dissous		1 ,870
contenant	Azote	0gr,259
	Oxygène nitrique	0 ,741
	Potasse	0 ,870

Pour déterminer le volume à 0° et à 760 du gaz contenu dans la première éprouvette, on a les observations suivantes :

Volume lu à 0°			208cc
Pression atmosphérique réduite à 0°			764mm,0
A retrancher :			
1° Hauteur du mercure dans l'éprouvette	31mm,0		
2° Hauteur en mercure du liquide fermenté	1 ,4		35 ,5
3° Tension de vapeur à 0° id.	3 ,1		
Pression du gaz			728 ,5

on en déduit par le calcul :

Volume du gaz à 0° et à 760 ..... 199cc,4

La composition de ce gaz, déduite de deux analyses concordantes, est de :

Azote	93,91
Acide carbonique	6,09
	100,00

On a de même pour la seconde éprouvette de gaz :

Volume lu à 0°			23cc,4
Pression atmosphérique réduite à 0°			764mm,0
A retrancher :			
1° Hauteur du mercure dans l'éprouvette	80mm,0		
2° Hauteur en mercure du liquide fermenté	1 ,3		84 ,4
3° Tension de vapeur à 0° id.	3 ,1		
Pression du gaz			679 ,6

D'où l'on déduit :

Volume du gaz à 0° et à 760 ..... 20cc,9

Ce gaz est composé de :

Azote	97,67
Acide carbonique	2,33
	100,00

Le gaz produit par la fermentation se compose donc de :

	Azote.	Acide carbonique.	Total.
1re éprouvette	187cc,3	12cc,1	199cc,4
2e —	20 ,4	0,5	20 ,9
TOTAUX	207 ,7	12,6	220 ,3

A ce volume d'acide carbonique, il faut ajouter celui qui a été retenu dans le liquide fermenté. Or, 50 centimètres cubes de ce liquide, traités par l'acide chlorhydrique dans le vide, ont donné 159 centimètres cubes d'acide carbonique pur, mesuré à 0° et à 760; les 155cc,8 de bouillon en contenaient donc $159 \times \frac{155,8}{50} = 495^{cc},4$.

On a par conséquent :

Acide carbonique gazeux	12cc,6
Id. dissous ou combiné	495,4
TOTAL	508,0

Si l'on suppose que tout l'azote du nitrate se dégage à l'état de gaz et que tout l'oxygène nitrique donne un volume d'acide carbonique égal au sien, on pourra calculer les volumes théoriques et les rapprocher des volumes donnés par l'expérience, comme il est fait dans le tableau suivant :

	Volumes calculés (1).	Volumes trouvés.
Azote	206cc	207cc,7
Acide carbonique	515	508 ,0

57. Ces nombres sont assez voisins pour qu'on puisse admettre que la réaction se passe suivant la formule simple :

$$2(AzO^5,KO) + 5C = 2Az + 2(2CO^2,KO) + CO^2,$$

le carbone étant emprunté à la matière organique du bouillon.

(1) On a pris pour le poids du litre d'azote le nombre 1gr,256, et pour rapport des volumes d'oxygène nitrique et d'azote le nombre $\frac{5}{2} = \frac{\text{vol } O^5}{\text{vol Az}}$.

L'acide carbonique non combiné à l'état de bicarbonate de potasse s'unirait en partie à l'ammoniaque formée pendant la réaction; une autre partie se trouverait en solution dans le bouillon et le reste se dégagerait à l'état gazeux.

Il se fait en effet de l'ammoniaque, car on trouve, à l'aide de l'appareil de M. Schlœsing :

	Par litre.	Total.
Ammoniaque dans le bouillon fermenté.....	493^{mg}	76^{mg},8
Id. id. non ensemencé.....	19	3 ,0
Id. formée pendant la réaction....	474	73 ,8

58. Voici les résultats d'une autre expérience faite aussi à 35° avec le *B. denitrificans* α, commencée le 29 janvier et terminée le 9 février suivant :

Volume du liquide employé.....		60^{cc}
Poids de nitrate de potasse.....		0^{gr},725
contenant Azote.....	0^{gr},100	
contenant Oxygène nitrique.	0 ,287	
contenant Potasse.....	0 ,338	

Volume et composition du gaz recueilli :

Azote.....	95,84	soit	83^{cc},0
Acide carbonique.....	4,16		3 ,6
	100,00	TOTAL.	86 ,6

Volume d'acide carbonique extrait du bouillon fermenté : 200^{cc}.

Comparaison entre les volumes calculés et les volumes trouvés :

	Volumes calculés.	Volumes trouvés.
Azote.....	80^{cc}	83^{cc},0
Acide carbonique.....	200	203,6

Dosage de l'ammoniaque :

Dans le liquide fermenté.....	577^{mg}	par litre.
Dans le liquide non ensemencé.....	19	—
Ammoniaque formée dans la réaction..	558^{mg}	par litre.

Soit 33^{mg},5 pour le bouillon employé.

59. Citons encore l'expérience suivante, relative aussi au

Bacterium denitrificans α, commencée le 29 janvier et terminée le 4 février suivant :

Température de l'expérience.....		35°
Volume du bouillon nitraté.....		157cc
Poids du nitrate de potasse employé.....		1gr,884
contenant { Azote.....		0gr,261
Oxygène nitrique.		0 ,746
Potasse.....		0 ,877

Volume et composition du gaz recueilli :

Azote.....	90,82	soit	225cc,5
Acide carbonique	9,18		22 ,8
	100,00	TOTAL.	248 ,3

Volume de l'acide carbonique dissous.....	498cc,0
Id. id. dégagé	22 ,8
Volume total de l'acide carbonique produit.....	520 ,8

Comparaison entre les volumes calculés et les volumes trouvés :

	Calculés.	Trouvés.
Azote.....	208cc,0	225cc,5
Acide carbonique.....	520 ,0	520 ,8

Ammoniaque formée pendant la réaction : 576mgr par litre.
Soit 90mgr,4 pour le bouillon total.

60. Enfin, dans la dernière expérience que nous rapportons, l'ensemencement a été fait le 27 février; on a recueilli successivement quatre éprouvettes de gaz jusqu'à la fin de la fermentation, arrivée le 9 mars. La température était toujours de 35°.

Volume du ballon.....		151cc
Poids du nitrate de potasse.....		1gr,832
contenant { Azote.....		0gr,254
Oxygène nitrique..		0 ,726
Potasse.....		0 ,852

Volumes de gaz dégagés dans les quatre éprouvettes :

	1re éprouvette	2e éprouvette	3e éprouvette	4e éprouvette	Gaz total
Azote.....	70cc,1	77cc,8	49cc,5	20cc,3	217cc,7
Acide carbonique.	5 ,9	5 ,2	3 ,2	0 ,3	14 ,6
TOTAUX...	76 ,0	83 ,0	52 ,7	20 ,6	232 ,3

L'acide carbonique dissous ou combiné n'ayant pas été dosé

exactement, on ne peut comparer que les volumes d'azote. On a ainsi :

Volume d'azote calculé..... 202cc,0
Id. trouvé..... 217 ,7

Ammoniaque produite pendant la réaction : 576mg par litre.
Soit 87mg pour le bouillon mis en expérience.

61. Résumons les quatre expériences précédentes, et nous aurons le tableau suivant :

Poids de nitrate décomposé.	Volume d'azote		Volume d'acide carbonique		Ammoniaque formée.
	calculé.	trouvé.	calculé.	trouvé.	
1gr,870	206cc	207cc,7	515cc,0	508cc,0	73mg,8
0 ,725	80	83 ,0	200 ,0	203 ,6	33 ,5
1 ,884	208	225 ,5	520 ,0	520 ,8	90 ,1
1 ,832	202	217 ,7	»	»	87 ,0
6 ,311	696	733 ,9	1235 ,0	1232 ,4	284 ,7

On en déduit comme moyenne, pour un gramme de nitrate de potasse décomposé :

	Calculé.	Trouvé.	Différences.
Azote.....	110cc,3	116cc,3	6cc,0 soit 5,4 °/o en plus.
Acide carbonique.	275 ,7	275 ,2	0 ,5 — 0,2 °/o en moins.
Ammoniaque.....	»	45mg,1	

62. On voit que la différence entre le volume théorique et le volume trouvé d'acide carbonique est négligeable; tout l'oxygène de l'acide nitrique peut donc être considéré comme combiné avec le carbone de la matière organique du bouillon. Quant à l'azote, l'écart entre le volume trouvé et le volume calculé d'après la formule écrite plus haut ne peut s'expliquer en entier par des erreurs d'analyse; l'excès provient donc de la matière organique azotée du liquide.

63. On le vérifie d'ailleurs autrement. Supposons, en effet, que la matière organique azotée du bouillon ait la composition habituelle des matières albuminoïdes (1). Comme pour faire 275cc7

(1)

Carbone.....	54.3
Hydrogène.....	7.1
Azote.....	13.8
Oxygène.....	21.0
Soufre.....	1.8
	100.00

(*Dictionnaire* de Würtz.)

d'acide carbonique à 0° et à 760, correspondant à 1 gramme d'azotate de potasse, il faut $0^{gr},148$ de carbone (1), le bouillon devra contenir $0^{gr},273$ de matières albuminoïdes, qui se décomposent ainsi :

Carbone	$0^{gr},148$
Azote	0 ,043
Hydrogène, oxygène et soufre	0 ,082
TOTAL	0 ,273

Or, pendant la fermentation, il s'est fait $45^{mg},1$ d'ammoniaque renfermant 37 milligrammes d'azote. Il reste donc 43—37=6 milligrammes d'azote non combiné à l'hydrogène, et pouvant donner $4^{cc},8$ d'azote gazeux (2). Ce chiffre, très peu différent de 6,0, justifie donc l'excès de gaz azote trouvé dans nos expériences.

64. En résumé, si l'on ne considère que le nitrate, la formule déjà admise :

$$2(AzO^5,KO) + 5C = 2Az + 2(KO,2CO^2) + CO^2$$

est bien celle de la réaction.

Il en résulte une conséquence importante au point de vue de la richesse que doivent avoir les liquides de culture en matière organique. En effet, nous venons de voir que, pour utiliser tout l'oxygène nitrique de l'azotate de potasse, il faut au moins $0^{gr}148$ de carbone ou $0^{gr}273$ de matières albuminoïdes pour un gramme de sel. Nos solutions étant faites généralement à la dose de 10 grammes de nitrate par litre, il faut que les bouillons renferment au moins $2^{gr},73$ de matière azotée par litre. Si l'on y ajoute le poids des autres matières organiques et des matières minérales, l'extrait devra atteindre 4 à 5 grammes au moins par litre. Or, le bouillon de bœuf qui nous a servi jusqu'ici en renferme $16^{gr},40$, ce qui est plus que suffisant. Il est peu de

(1) On prend pour poids du litre d'acide carbonique $1^{gr},293 \times 1,529 = 1^{gr},977$

(2) On néglige ce que le microbe a pu utiliser pour sa multiplication, car le poids formé est extrêmement faible. Il a pu d'ailleurs emprunter de l'azote à de la matière albuminoïde non oxydée.

microbes aussi exigeants que ceux qui nous occupent, et nous en voyons la raison.

65. *Influence de la concentration du bouillon.* — D'après ce qui précède, en affaiblissant un bouillon avec de l'eau, on doit diminuer la dose de nitrate décomposable. C'est aussi ce qui est arrivé dans l'expérience suivante :

Le 23 mai, on ensemence également avec du *B. denitrificans* α deux appareils de culture contenant :

a Bouillon de bœuf de densité 1014 (1).
Nitrate de potasse, 10 grammes par litre.
b Bouilon de bœuf étendu au quart ($d = 1004$).
Nitrate de potasse, 10 grammes par litre.

A la température de 35 degrés, la fermentation a été plus lente et moins énergique avec *b* qu'avec *a;* le 29, elle était terminée dans les deux appareils.

On a obtenu comparativement :

	a	*b*
Volume de l'appareil.....	162cc	156cc
Nitrate restant par litre.....	0gr,130	6gr,300
Nitrate décomposé par litre.....	9 ,870	3 ,700
Poids total de nitrate décomposé.	1 ,599	0 ,577
Volume total du gaz dégagé.....	210cc,3	60cc,5
Azote — —	187 ,9	»
Acide carbonique —	22 ,4	»

Il a donc suffi d'ajouter de l'eau distillée au bouillon pour le priver d'une partie du carbone nécessaire à l'utilisation de tout l'oxygène nitrique.

66. En restituant ce carbone sous une autre forme, on pourra espérer que la fermentation du nitrate sera totale. Pour le vérifier, nous avons essayé d'emprunter ce corps à des matières non azotées, telles que glucose, amidon, lactate de chaux.

L'expérience a été faite à 35 degrés, dans les appareils de la figure 8, avec le même bouillon étendu au quart que celui

(1) Ce bouillon est préparé par l'ébullition, pendant une heure, d'une partie viande de bœuf désossée et dégraissée dans deux parties eau.

de *b* dans l'expérience précédente, et le *B. denitrificans* z pour semence.

Le 20 mai, on a ensemencé :

a { Bouillon de bœuf étendu ($d = 1004$).
Glucose, 5 °/₀.
Nitrate de potasse, 10 grammes par litre.

b { Bouillon de bœuf étendu ($d = 1004$).
Amidon, 2 °/₀.
Nitrate de potasse, 10 grammes par litre.

c { Bouillon de bœuf étendu ($d = 1004$)
Lactate de chaux, 5 °/₀.
Nitrate de potasse, 10 grammes par litre.

La fermentation ne s'est établie que dans *a* et *b;* elle a été terminée le 29; le bouillon *c* est resté limpide. Le liquide glucosé n'a nullement l'odeur butyrique; l'amidon s'est fluidifié et le bouillon est devenu presque transparent.

Le résultat est celui-ci :

	a	*b*
Volume de l'appareil.....	156cc	136cc
Nitrate restant par litre.....	0gr,000	5gr,250
Nitrate décomposé par litre.....	10 ,000	4 ,750
Poids total de nitrate décomposé.	1 ,560	0 ,646
Volume total du gaz dégagé.....	240cc,3	66cc,3
Azote — —	181 ,9	»
Acide carbonique —	58 ,4	»

Le poids total de glucose détruit a été de 0gr,952.

67. Si l'on rapproche ces nombres de ceux de l'expérience précédente, on voit que les éléments du glucose peuvent se substituer à ceux du bouillon, pour conduire jusqu'à la fin la décomposition du nitrate. L'amidon, au contraire, n'a produit aucun effet, car la fermentation n'a pas été poussée plus loin qu'avec le bouillon étendu seul; bien que devenu soluble, sans doute sous l'action de diastases sécrétées par le microbe, il n'a pas été saccharifié, et n'a pas pu s'oxyder en réduisant le salpêtre. Quant au lactate de chaux, il n'a même pas permis le développement du ferment.

68. Le *Bacterium denitrificans* β, quoique moins actif que

l'autre, décompose néanmoins une assez forte proportion de salpêtre, et donne très sensiblement les mêmes produits, avec le bouillon de bœuf, ainsi qu'on peut en juger par l'expérience suivante :

Le 28 janvier, on ensemence un appareil (*fig.* 8) contenant du bouillon de bœuf nitraté à la dose de 12 grammes de sel par litre, et on le place à la température constante de 35 degrés.

Le 29, trouble léger; pas de bulles.

Le 30, le trouble a augmenté; un peu de mousse dans le tube abducteur.

La fermentation s'est établie peu à peu; elle a atteint son maximum le 10 février; puis elle s'est ralentie, et, le 26 février, elle était terminée. Le nitrate de potasse n'était pas entièrement détruit; il en restait $2^{gr},550$ par litre; il en avait été décomposé $9^{gr},450$ par litre.

On a :

Volume du ballon.....	136^{cc}
Poids total de nitrate détruit.....	$1^{gr},285$

Volume et composition du gaz dégagé :

Azote.....	$143^{cc},4$	soit	83,15
Acide carbonique	29 ,0		16,85
TOTAL.....	172 ,4		100,00

Le volume calculé d'azote est de $143^{cc},1$, très voisin du volume trouvé.

Il ne s'est pas fait de protoxyde d'azote.

Le poids d'ammoniaque n'a été que de 187 milligrammes par litre, soit $25^{mg},4$ pour le volume de bouillon fermenté.

II. — Production de protoxyde d'azote.

69. Nous avons trouvé (page 232) que les *B. denitrificans* (α et β) se développent très bien et donnent une mousse abondante dans le liquide artificiel ainsi composé :

Nitrate de potasse	10gr
Acide citrique	7
Asparagine	5
Phosphate de potasse	5
Sulfate de magnésie	5
Chlorure de calcium cristallisé	0,50
Sulfate de protoxyde de fer	0,05
Sulfate d'alumine	0,02
Silicate de soude	0,02
Eau	1000
Ammoniaque	q. s. pour neutraliser.

Considérons d'abord l'action du microbe α. Avec lui, le nitrate est rapidement décomposé; mais, au lieu de donner de l'azote pur, il dégage du protoxyde d'azote en quantité telle, que le gaz, débarrassé de son acide carbonique, peut rallumer une allumette présentant quelques points en ignition.

70. L'appareil de la figure 8, que nous avons déjà employé pour le bouillon de viande, va encore nous servir pour étudier la composition exacte du gaz dégagé, et rechercher l'influence de quelques conditions particulières sur cette composition.

Le 27 février, un de ces appareils est rempli de liquide artificiel stérilisé, ensemencé avec du *B. denitrificans* α, et placé dans un bain-marie à la température constante de 35 degrés.

Un autre appareil contenant le même liquide artificiel, mais sans nitrate, est ensemencé comme le premier, et disposé à côté de lui; il est resté parfaitement limpide jusqu'à la fin de l'expérience. C'est une nouvelle preuve que le milieu dont il s'agit est impropre au développement du microbe.

Le 28, à 8 heures du matin, léger trouble; pas encore de bulles; à 6 heures du soir, le liquide est très trouble, et le gaz commence à se dégager.

Le 1er mars, la fermentation est très active; elle s'affaiblit dès le lendemain, et, le 9, elle a cessé complètement.

Tout le nitrate a disparu.

Voici les données et les résultats de l'expérience :

Volume de l'appareil	153cc,8
Densité du liquide artificiel	1021
Richesse du liquide en nitrate de potasse	10gr,340 par litre (1).
Poids total de nitrate employé	1 ,590
contenant Azote	0gr,220
contenant Oxygène nitrique	0 ,630
contenant Potasse	0 ,740

Le gaz a été recueilli dans deux éprouvettes; les lectures, faites à 0 degré, ont été ramenées à la pression de 760.

On s'est assuré, dans chaque cas, de l'absence du bioxyde d'azote, et l'on a dosé le protoxyde en l'absorbant par de l'alcool absolu préalablement bouilli et conservé dans des ampoules scellées.

Composition en centièmes :

	1re éprouvette.	2e éprouvette.
Azote	38,70	40,43
Protoxyde d'azote	49,10	40,96
Acide carbonique	12,20	18,61
	100,00	100,00

d'où pour les volumes recueillis :

	1re éprouvette.	2e éprouvette.	Gaz total.
Azote	47cc,8	13cc,4	61cc,2
Protoxyde d'azote	60 ,7	13 ,6	74 ,3
Acide carbonique	15 ,1	6 ,2	21 ,3
TOTAUX	123 ,6	33 ,2	156 ,8

Dosage de l'ammoniaque :

Dans le liquide fermenté	2gr,414 par litre.
— — non ensemencé	1 ,887 —
Ammoniaque formée pendant la réaction	0 ,527 —

soit 81mg,1 pour le volume total du liquide employé.

(1) Ce nombre diffère un peu de celui qui est indiqué dans le tableau de la composition du liquide artificiel, parce que la stérilisation, qui est faite à l'autoclave dans des flacons bouchés seulement avec du coton, modifie légèrement la proportion d'eau.

Les gaz dissous et l'acide carbonique combiné dans le liquide n'ont pas été mesurés directement; mais on peut admettre, sans erreur sensible, les proportions de l'expérience suivante (71), qui a été faite dans les mêmes conditions. On trouve ainsi :

Protoxyde d'azote.....	29^{cc},9
Acide carbonique	414 ,4

On en déduit pour la composition des produits gazeux de la réaction :

Azote.....	61^{cc},2
Protoxyde d'azote.....	104 ,2
Acide carbonique.....	435 ,7

71. Le 12 mars, on répète l'expérience avec le même microbe, dans un appareil que nous désignerons par la lettre A.

Le 18, la fermentation est achevée :

Volume de l'appareil.....		141^{cc}
Poids du nitrate de potasse employé.....		1^{gr},385
renfermant	Azote	0^{gr},192
	Oxygène nitrique.	0 ,549
	Potasse.....	0 ,644

Volume total et composition du gaz dégagé :

Azote.....	63^{cc},6	soit	48,03
Protoxyde d'azote....	54 ,4		41,09
Acide carbonique....	14 ,4		10,88
	132 ,4		100,00

Gaz dissous et acide carbonique combiné :

Protoxyde d'azote.....	27^{cc},4
Acide carbonique.....	379 ,9

Les produits gazeux de la réaction sont donc formés de :

Azote.....	63^{cc},6
Protoxyde d'azote.....	81 ,8
Acide carbonique.....	394 ,3

Ammoniaque formée pendant la fermentation : 459^{mg} par litre, soit 64^{mg},7 pour le volume de liquide artificiel employé.

72. Le protoxyde d'azote renfermant son volume d'azote, on obtiendra le volume total de l'azote dégagé, libre ou combiné avec l'oxygène, en faisant la somme $Az + AzO$; si l'on rapproche alors les résultats de l'expérience des volumes calculés, on trouve :

Poids de nitrate décomposé.	Volume d'azote		Volume d'acide carbonique		Ammoniaque formée.
	calculé.	trouvé.	calculé.	trouvé.	
1gr,590	175cc,0	165cc,4	437cc,5	435cc,7	81mg,1
1 ,385	152 ,7	145 ,4	381 ,7	394 ,3	64 ,7
2 ,975	327 ,7	310 ,8	819 ,2	830 ,0	145 ,8

La moyenne de ces résultats donne, pour un gramme de sel décomposé :

	Calculé.	Trouvé.	Différences.	
Azote..... ..	110cc,2	104cc,5	5cc,7	soit 5,1 °/₀ en moins.
Acide carbonique..	275 ,7	279 ,0	3 ,3	— 1,2 °/₀ en plus.
Ammoniaque.....	»	49mg,0		

Comme dans la fermentation du bouillon nitraté, la différence entre le volume calculé et le volume trouvé d'acide carbonique est peu importante; on peut admettre que tout l'oxygène nitrique sert à brûler le charbon de la matière organique du milieu. Le poids d'ammoniaque formée est sensiblement le même dans le liquide artificiel que dans le bouillon. Quant à l'azote, au lieu de trouver un excès, comme à la page 249, nous avons au contraire un déficit de 5 pour cent, qui tient sans doute à la composition spéciale du liquide. Nous n'avons pas contrôlé cette hypothèse, parce que notre but principal, dans ces expériences, était de constater la formation de protoxyde d'azote dans des conditions déterminées de milieu et de rechercher quelques circonstances pouvant influer sur sa proportion.

73. 1° *Influence de la température.* — Le 12 mars, on dispose un appareil à fermentation B, sur la table du laboratoire, à la température ordinaire, dont la moyenne a été de 15 degrés. Cet appareil renferme le même liquide artificiel, la même quantité de la même semence, et est installé en même temps que l'appareil A de l'expérience précédente, lequel a été mis à 35 degrés.

La fermentation s'est établie lentement.

Le 17, le liquide est opalin; la mousse commence à se former.

Le 26, le liquide est trouble; le gaz se dégage faiblement.

Le 10 avril, le dégagement a cessé, bien qu'il reste dans l'appareil beaucoup de nitrate de potasse non décomposé.

Voici, par comparaison avec l'appareil maintenu à 35 degrés, le volume et la composition du gaz recueilli :

	A : $t = 35°$.	B : $t = 15°$.
Volume total dégagé.....	132^{cc},4	58^{cc},0
Composition centésimale :		
Azote.....	48,03	60,35
Protoxyde d'azote.....	41,09	16,55
Acide carbonique.....	10,88	23,10
	100,00	100,00

L'élévation de la température favorise donc la production du protoxyde d'azote.

74. 2° *Influence de la quantité de semence.* — A la même température, et dans le même liquide, on peut aussi faire varier la proportion du protoxyde d'azote; il suffit, pour cela, d'une modification en apparence insignifiante dans le détail de la mise en marche de la fermentation.

Ainsi, le 12 mars, on a placé à côté de l'appareil A ci-dessus, dans le même bain, à la température de 35 degrés, un appareil semblable C; mais, tandis que A a reçu 10 gouttes de semence, C n'en a reçu qu'une goutte.

Le 13, alors que A dégageait déjà du gaz, C commençait à peine à se troubler.

Le lendemain 14, la fermentation était très active dans les deux appareils; elle était achevée dans l'un et l'autre, le 17.

Il y a donc eu seulement du retard dans le départ de la fermentation, et cependant la production de protoxyde d'azote a été, toutes choses égales d'ailleurs, beaucoup plus abondante dans C que dans A, ainsi que le montre la comparaison des résultats obtenus :

	A	C
Volume total du gaz dégagé.	132^{cc},4	127^{cc},7
Composition centésimale :		
Azote.....	48,03	13,31
Protoxyde d'azote.....	41,09	75,57
Acide carbonique..	10,88	11,12
	100,00	100,00
Ammoniaque formée par litre.	459^{mgr}	476^{mgr}.

Tandis qu'avec A il s'est fait moins de protoxyde d'azote que d'azote, avec C il y en a eu près de six fois plus.

75. *3° Influence de la concentration.* — Enfin, la concentration même du liquide artificiel fait varier la composition du gaz dégagé.

Le 17 mai, on ensemence avec le *B. denitrificans* α et on met à 35 degrés deux ballons contenant :

a — Liquide artificiel normal ($d = 1021$).
b — Liquide artificiel étendu ($d = 1012$).

La fermentation est commencée dès le lendemain et achevée le 20 dans les deux appareils.

Le gaz recueilli est ainsi composé :

	Dans *a*.	Dans *b*.
Azote.....	35,24	61,89
Protoxyde d'azote.....	47,68	31,83
Acide carbonique.....	17,08	6,28
	100,00	100,00

La proportion relative de protoxyde d'azote augmente ainsi avec la concentration comme avec la température.

76. *4° Influence de la nature du microbe.* — Après un tel résultat, on ne sera pas étonné qu'en changeant de microbe, le liquide et la température restant identiques, on puisse voir disparaître le protoxyde d'azote lui-même. Le cas se présente si l'on prend pour semence le *B. denitrificans* β.

Ainsi, le 12 mars, en même temps que les appareils A et C (74), on a mis à 35 degrés un ballon D, contenant du liquide artificiel complet et ensemencé avec dix gouttes d'un bouillon où le microbe dont il s'agit s'était développé : A et D sont donc tout à fait comparables.

CHAPITRE III

MÉCANISME DE LA RÉDUCTION

80. Nous avons fréquemment employé, dans les chapitres précédents, les expressions de « fermentation » et de « ferment » ; il nous reste à examiner si elles sont justifiées.

On a déjà vu que la réduction des nitrates par le *Bacterium denitrificans* (α ou β) présente les caractères extérieurs d'une véritable fermentation : trouble, mousse, dégagement de gaz. De plus, le poids des organismes développés est infime par rapport au poids des substances détruites, ce qui est le propre des ferments. Enfin, la chaleur dégagée est considérable, comme le prouve l'expérience.

81. Il est difficile de mesurer toute la chaleur produite pendant une fermentation, parce que le phénomène est lent et que les pertes par rayonnement, par conductibilité ou par toute autre cause, compensent en grande partie l'élévation de température due à la réaction. Mais on peut avoir une première approximation, un minimum, en déterminant une fermentation énergique à l'aide d'une semence active et abondante, et en opérant sur de grands volumes de liquide, dans des vases peu conducteurs ou protégés contre le refroidissement par une couche isolante de laine ou de coton.

82. Voici une expérience disposée avec ces précautions :

Un grand ballon en verre, de six à sept litres de capacité, est fermé par un bouchon percé de trois trous (*fig.* 12), par où passent : 1° un tube D deux fois recourbé et effilé en *a*, destiné

au remplissage et à l'ensemencement; 2° un tube coudé C, muni d'une bourre de coton *b*, pour l'aspiration; 3° un tube à essai ordinaire A, dont le fond pénètre jusqu'au centre du ballon : ce tube

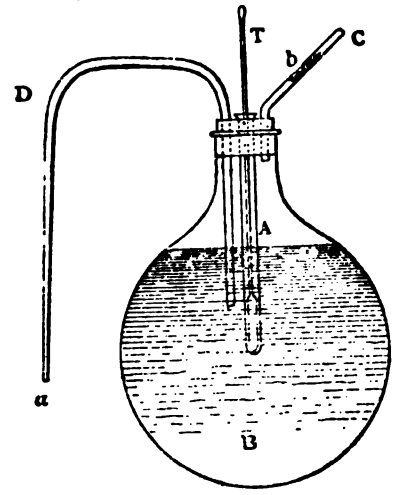


Fig. 12.

renferme un peu de mercure où plonge un thermomètre T, destiné à mesurer les températures du liquide.

L'ensemble peut être chauffé à 200 degrés dans un poêle à gaz, si cela est nécessaire. Après refroidissement, on introduit l'extrémité ouverte du tube *a* dans un réservoir contenant le liquide de culture, préalablement stérilisé, et l'on aspire par le tube C. On remplit ainsi lentement le ballon, jusqu'à une certaine distance du col, de façon à laisser de la place à la mousse produite pendant la fermentation.

Le 17 octobre, on prépare, comme on vient de le dire, quatre ballons contenant respectivement :

B_1, du bouillon de bœuf à 10 grammes de nitrate de potasse par litre;
B_1, de l'eau pure;
B', du liquide artificiel renfermant 15 grammes de salpêtre par litre;
B'_1, de l'eau pure.

Chaque ballon, muni d'un thermomètre contrôlé, est porté à la température de 35 degrés; B et B' sont ensemencés largement

CHAPITRE III

MÉCANISME DE LA RÉDUCTION

80. Nous avons fréquemment employé, dans les chapitres précédents, les expressions de « fermentation » et de « ferment » ; il nous reste à examiner si elles sont justifiées.

On a déjà vu que la réduction des nitrates par le *Bacterium denitrificans* (α ou β) présente les caractères extérieurs d'une véritable fermentation : trouble, mousse, dégagement de gaz. De plus, le poids des organismes développés est infime par rapport au poids des substances détruites, ce qui est le propre des ferments. Enfin, la chaleur dégagée est considérable, comme le prouve l'expérience.

81. Il est difficile de mesurer toute la chaleur produite pendant une fermentation, parce que le phénomène est lent et que les pertes par rayonnement, par conductibilité ou par toute autre cause, compensent en grande partie l'élévation de température due à la réaction. Mais on peut avoir une première approximation, un minimum, en déterminant une fermentation énergique à l'aide d'une semence active et abondante, et en opérant sur de grands volumes de liquide, dans des vases peu conducteurs ou protégés contre le refroidissement par une couche isolante de laine ou de coton.

82. Voici une expérience disposée avec ces précautions :

Un grand ballon en verre, de six à sept litres de capacité, est fermé par un bouchon percé de trois trous (*fig.* 12), par où passent : 1° un tube D deux fois recourbé et effilé en *a*, destiné

au remplissage et à l'ensemencement; 2° un tube coudé C, muni d'une bourre de coton *b*, pour l'aspiration; 3° un tube à essai ordinaire A, dont le fond pénètre jusqu'au centre du ballon : ce tube

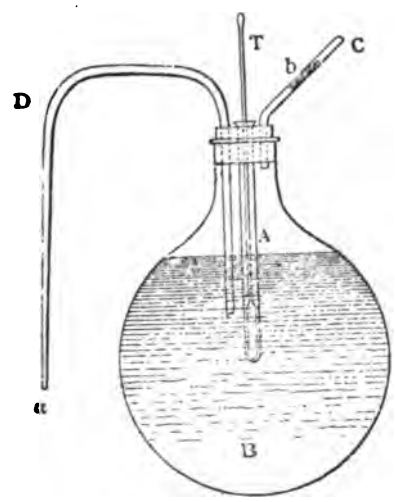


Fig. 12.

renferme un peu de mercure où plonge un thermomètre T, destiné à mesurer les températures du liquide.

L'ensemble peut être chauffé à 200 degrés dans un poêle à gaz, si cela est nécessaire. Après refroidissement, on introduit l'extrémité ouverte du tube *a* dans un réservoir contenant le liquide de culture, préalablement stérilisé, et l'on aspire par le tube C. On remplit ainsi lentement le ballon, jusqu'à une certaine distance du col, de façon à laisser de la place à la mousse produite pendant la fermentation.

Le 17 octobre, on prépare, comme on vient de le dire, quatre ballons contenant respectivement :

B$_1$, du bouillon de bœuf à 10 grammes de nitrate de potasse par litre;
B$_1$, de l'eau pure;
B', du liquide artificiel renfermant 15 grammes de salpêtre par litre;
B'$_1$, de l'eau pure.

Chaque ballon, muni d'un thermomètre contrôlé, est porté à la température de 35 degrés; B et B' sont ensemencés largement

avec du *Bacterium denitrificans* α pris dans un bouillon en pleine fermentation; B_1 et B'_1 doivent servir de termes de comparaison.

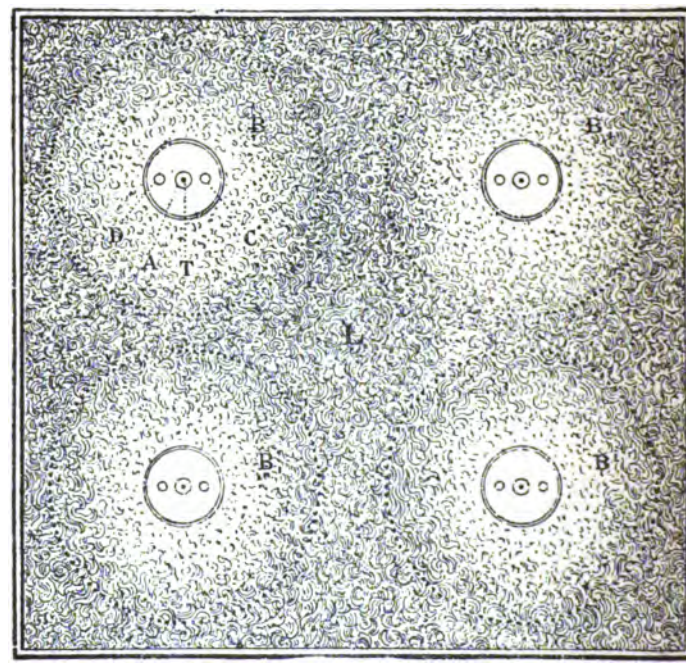


Fig. 13.

Les quatre ballons sont alors disposés, comme l'indique la figure 13, au milieu d'une couche épaisse de laine L dans une caisse rectangulaire en bois, à l'intérieur d'une étuve chauffée à la température moyenne de 35 degrés.

Le tableau suivant donne les températures observées :

	Ballon B (bouillon).	Ballon B_1 (eau).	Ballon B' (liq. artificiel).	Ballon B'_1 (eau).
Le 17, à 6h30m du soir...	35°,0	35°,0	35°,0	35°,0
Le 18, à 9 30 du matin.	37,5	34,0	36,6	34,0
— à 10 30 — .	37,7	33,5	37,4	33,5
— à 11 30 — .	38,0	33,5	38,2	33,9
— à 4 00 du soir...	39,3	33,8	43,5	34,0
— à 5 15 — ..	39,3	34,0	44,0	34,0
— à 6 45 — ..	39,0	34,0	43,8	34,0
— à 8 30 — ..	38,8	34,0	43.2	34,0
Le 19, à 10 00 du matin.	38,7	34,2	39,0	34,0
— à 3 30 du soir...	36,5	34,1	37,8	34,0
Le 20, à 9 00 du matin.	35,4	34,0	35,1	33,6
Le 21, à 3 00 du soir...	33,0	32,5	32,5	32,1

En prenant les moyennes de B_1 et de B'_1, et les retranchant respectivement des chiffres trouvés pour B et pour B', on aura les excès successifs de température dus à la fermentation, abstraction faite de la température variable de l'étuve. On obtient ainsi :

Temps écoulé depuis l'ensemencement.	Températures moyennes de B_1 et B'_1.	Excès de température dans B.	Excès de température dans B'.
0 heures.....	35°,00	0°,00	0°,00
15 —	34,00	3,50	2,60
17 —	33,50	4,50	4,70
20 1/2 —	33,85	5,45	9,65
22 3/4 —	34,00	5,30	10,00
24 1/4 —	34,00	5,00	9,80
26 —	34,00	4,80	9,20
39 1/2 —	34,10	4,60	4,90
45 —	34,05	2,45	3,75
66 1/2 —	33,80	1,60	1,30
92 1/2 —	32,30	0,70	0,20

83. Ces résultats sont représentés d'une manière plus saisissante par les courbes de la figure 14, où les abscisses sont proportionnelles aux temps et les ordonnées proportionnelles aux excès de température.

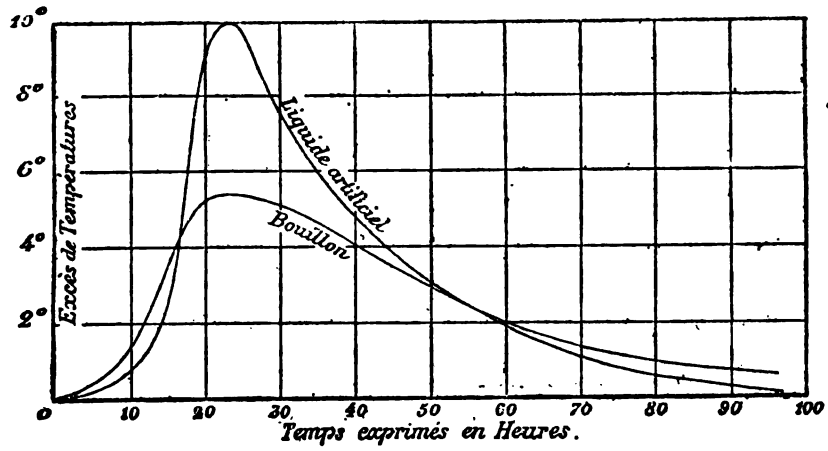


Fig .14.

On voit que l'élévation de température, dans les conditions de notre expérience, a atteint :

Pour le bouillon.....	5°,15
Pour le liquide artificiel.....	10°,00

84. On peut prévoir, par le calcul, qu'il doit y avoir dégagement de chaleur, bien que la décomposition du nitrate de potasse suivant la formule

$$AzO^5,KO = Az + O^5 + KO$$

se fasse, comme on sait, avec absorption de chaleur.

Soit d'abord le bouillon. On a vu que le carbone de la matière albuminoïde est brûlé par l'oxygène de l'acide nitrique, et que les $\frac{4}{5}$ de l'acide carbonique formé donnent du bicarbonate de potasse, le reste de l'acide carbonique se retrouvant à l'état libre dans le gaz dégagé, ou en solution dans la liqueur, ou en combinaison avec de l'ammoniaque. Si l'on ne considère que les réactions les plus importantes, on a :

$2(KO,AzO^5)$ diss. $= 2KO$ diss. $+ 2Az + 10O$...	$-28^c,1 \times 2 = -56^c,2$ [1]
$5C$ (diamant) $+ 10O = 5CO^2$ diss.....	$+49,8 \times 5 = +249,0$
$2KO$ diss. $+ 4CO^2$ diss. $= 2(KO,2CO^2)$ diss.....	$+11,1 \times 2 = +22,2$
TOTAL....	$+215,0$

Pour avoir un chiffre exact, il faudrait ajouter au précédent les quantités de chaleur provenant de toutes les autres réactions, et en particulier, de la décomposition de la matière organique et de la formation de carbonate d'ammoniaque. Mais cette première approximation est suffisante pour montrer le sens du phénomène thermique.

C'est donc au minimum $\frac{215}{2} = 107^c,5$ qui apparaissent dans

---

(1) Ce nombre se calcule ainsi :

$KO.AzO^5$ diss. $= KO$ diss. $+ AzO^5$ diss.....	$-13^c,8$
AzO^5 diss. $= Az + 5O$	$-14,3$

d'où, en faisant la somme membre à membre :

$KO.AzO^5$ diss. $= KO$ diss. $+ Az + 5O$	$-28^c,1$

la réduction d'un équivalent, soit de 101 grammes de salpêtre; admettons, pour simplifier, une Calorie par gramme de sel.

Comme notre bouillon renferme 10 grammes de nitrate de potasse par litre, la fermentation lui fournira 10 Calories par litre; et comme, pour ce liquide, Pc (1) diffère peu de l'unité, la température devra s'élever de 10 degrés environ. Dans la pratique, l'augmentation sera moindre, parce que le phénomène n'est pas instantané, qu'il y a des causes de déperdition et que le microbe utilise une partie de la chaleur pour son développement. Nous n'avons obtenu plus haut que 5°,45.

85. Avec le liquide artificiel, on trouve des résultats analogues. Le cas le plus simple est celui où nous n'avons employé comme matière organique que de l'acide citrique, sans asparagine; nous avons montré (78) que le *B. denitrificans* α décompose alors le nitrate, comme avec le bouillon, et dégage de l'azote sans protoxyde d'azote.

Le calcul s'établit comme suit, en supposant que l'acide citrique se transforme tout entier en acide carbonique et en eau :

$18(KO,AzO^5)$ diss. $= 18\,KO$ diss. $+ 18\,Az + 90\,O$...	$- 28^C,1 \times 18 = - 505^C,8$
$5\,C^{12}H^8O^{14}$ diss. $+ 90\,O = 60\,CO^2$ diss. $+ 40\,HO$.....	$+ 526,0 \times 5 = + 2630,0$ (2)
$18\,KO$ diss $+ 36\,CO^2$ diss. $= 18(KO,2\,CO^2)$ diss.....	$+ 11,1 \times 18 = + 199,8$
TOTAL....	$+ 2324,0$

On néglige toutes les autres réactions, telles que décomposition du citrate d'ammoniaque, formation de carbonate d'ammoniaque, dissolution ou dégagement d'une partie de l'acide carbonique, dont l'ensemble ne changerait pas sensiblement le total précédent.

Il résulte de cette première approximation que la réduction

(1) P est le poids d'un litre de bouillon, c sa chaleur spécifique.

(2) Ce nombre résulte du calcul suivant :

On a :

Chaleur de combustion de l'acide citrique solide, dégage + 486C;

donc :

$C^{12}H^8O^{14}$ diss. $+ 18\,O = 12\,CO^2$ diss. $+ 8\,HO$, dégage $486 + 6{,}4 + 2{,}8 \times 12 = + 526^C$.

6,4 et 2,8 étant les chaleurs de dissolution de l'acide citrique et de l'acide carbonique.

Le liquide s'est peu troublé; le gaz n'a commencé à se dégager que le 26, et enfin toute fermentation n'a cessé que le 10 avril suivant; il restait beaucoup de nitrate non décomposé.

Volume du gaz recueilli.....	48^{cc},6

Composition centésimale :

Azote.....	82,30
Protoxyde d'azote.....	0,00
Acide carbonique.....	17,70
	100,00

On ne peut invoquer ici, pour expliquer l'absence de protoxyde, la lenteur de la fermentation, car dans l'appareil B (73), où elle n'a pas été plus active, on a trouvé néanmoins 16,55 pour cent de ce gaz, malgré la température relativement basse de l'expérience.

77. Il résulte de ces divers essais que :

1° Le *B. denitrificans* α donne toujours à la fois de l'azote et du protoxyde d'azote avec notre liquide artificiel complet.

2° Le *B. denitrificans* β ne donne que de l'azote dans les mêmes conditions.

78. 5° *Influence de l'asparagine.* — Mais le premier de ces infiniment petits peut aussi ne dégager que de l'azote; il suffit pour cela de supprimer l'asparagine dans le liquide artificiel.

L'expérience est faite parallèlement dans deux appareils contenant :

a : Liquide artificiel, avec asparagine.
b : — — sans asparagine.

Le 23, on ensemence ces deux liquides avec le même microbe α, et l'on met les appareils à la température de 35 degrés.

La fermentation a été plus active dans *b* que dans *a*, surtout au début; le 27, elle est terminée dans les deux liquides.

Le gaz recueilli est composé de :

	a	*b*
Azote.....	64,65	81,35
Protoxyde d'azote.....	23,23	0,00
Acide carbonique.....	12,12	18,65
	100,00	100,00

On s'est assuré qu'il n'y avait point de bioxyde d'azote.

Le liquide était un peu étendu ($d = 1018$ au lieu de 1021), ce qui explique pourquoi la proportion de protoxyde est plus faible qu'avec le liquide normal.

79. La formation de protoxyde d'azote, dans la décomposition des nitrates par les infiniment petits, est donc fonction à la fois de la composition du milieu, de la nature du microbe, et de son activité physiologique. Il est peu probable, d'après cela, qu'il existe des organismes donnant du protoxyde d'azote pur, quel que soit le liquide nutritif employé dans les cultures.

CHAPITRE III

MÉCANISME DE LA RÉDUCTION

80. Nous avons fréquemment employé, dans les chapitres précédents, les expressions de « fermentation » et de « ferment » ; il nous reste à examiner si elles sont justifiées.

On a déjà vu que la réduction des nitrates par le *Bacterium denitrificans* (α ou β) présente les caractères extérieurs d'une véritable fermentation : trouble, mousse, dégagement de gaz. De plus, le poids des organismes développés est infime par rapport au poids des substances détruites, ce qui est le propre des ferments. Enfin, la chaleur dégagée est considérable, comme le prouve l'expérience.

81. Il est difficile de mesurer toute la chaleur produite pendant une fermentation, parce que le phénomène est lent et que les pertes par rayonnement, par conductibilité ou par toute autre cause, compensent en grande partie l'élévation de température due à la réaction. Mais on peut avoir une première approximation, un minimum, en déterminant une fermentation énergique à l'aide d'une semence active et abondante, et en opérant sur de grands volumes de liquide, dans des vases peu conducteurs ou protégés contre le refroidissement par une couche isolante de laine ou de coton.

82. Voici une expérience disposée avec ces précautions :

Un grand ballon en verre, de six à sept litres de capacité, est fermé par un bouchon percé de trois trous (*fig.* 12), par où passent : 1° un tube D deux fois recourbé et effilé en *a*, destiné

au remplissage et à l'ensemencement; 2° un tube coudé C, muni d'une bourre de coton *b*, pour l'aspiration; 3° un tube à essai ordinaire A, dont le fond pénètre jusqu'au centre du ballon : ce tube

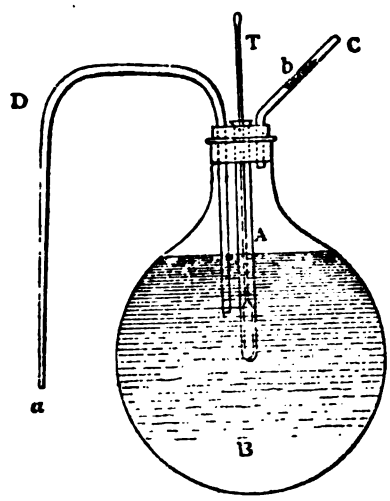


Fig. 12.

renferme un peu de mercure où plonge un thermomètre T, destiné à mesurer les températures du liquide.

L'ensemble peut être chauffé à 200 degrés dans un poêle à gaz, si cela est nécessaire. Après refroidissement, on introduit l'extrémité ouverte du tube *a* dans un réservoir contenant le liquide de culture, préalablement stérilisé, et l'on aspire par le tube C. On remplit ainsi lentement le ballon, jusqu'à une certaine distance du col, de façon à laisser de la place à la mousse produite pendant la fermentation.

Le 17 octobre, on prépare, comme on vient de le dire, quatre ballons contenant respectivement :

B_1, du bouillon de bœuf à 10 grammes de nitrate de potasse par litre;
B_1, de l'eau pure;
B', du liquide artificiel renfermant 15 grammes de salpêtre par litre;
B'_1, de l'eau pure.

Chaque ballon, muni d'un thermomètre contrôlé, est porté à la température de 35 degrés; B et B' sont ensemencés largement

Malgré ce lavage, il est fort difficile d'obtenir une bonne préparation colorée, si le liquide contient une forte proportion de glucose; presque toujours, dans ce cas, l'adhérence des microbes à la lame de verre est nulle et la plupart des organismes sont entraînés dans le lavage à l'eau.

La décoloration du fond de la préparation est plus difficile qu'avec la Bactérie des nitrates; aussi le séjour dans l'eau distillée doit-il être un peu plus prolongé.

92. Voici quelques expériences qui établissent le mode d'action du *Bacillus amylobacter* sur le glucose et sur l'amidon. Elles ont été faites avec des appareils de la forme de la figure 8 à la température de 35 degrés.

Le 3 juin, on ensemence avec du *Bacillus amylobacter* deux appareils contenant :

a Bouillon de bœuf étendu ($d = 1004$).
Glucose, 5 °/₀.
b Bouillon de bœuf étendu ($d = 1004$).
Amidon en empois, 2 °/₀.

La fermentation s'est établie, beaucoup plus active avec *b* qu'avec *a;* le 8, elle s'est arrêtée dans les deux appareils, sans doute parce que le liquide y est très acide.

Volume et composition du gaz dégagé :

	a	*b*
Volume total du gaz.....	73^{cc}	168^{cc}
Composé de :		
Hydrogène.....	75,34	49,46
Acide carbonique	24,66	50,54
	100,00	100,00

Il a disparu dans *a* 0,29 pour cent de glucose, soit 0^{gr},42 pour le liquide employé, dont le volume était de 146^{cc}.

Dans l'appareil *b*, il ne reste plus d'amidon, car l'iode n'est pas bleui; on y trouve :

Glucose.....	0,64 °/₀
Dextrine.....	0,36 °/₀

représentant environ 1 °/₀ d'amidon. Il y a donc eu à peu près 1 °/₀ d'amidon transformé par la fermentation butyrique.

93. Le 11 juin, nouvelle expérience dans les mêmes appareils contenant :

a Bouillon de bœuf étendu ($d = 1004$).
Glucose, 2 °/₀.
b Bouillon de bœuf étendu ($d = 1004$).
Amidon en empois, 2 °/₀.

Le 12, fermentation avec grosse mousse dans *a*, sans mousse dans *b*.

Le 15, *a* ne fermente plus; dans *b*, fermentation très active.

Le 18, *b* ne fermente plus.

Comme dans l'expérience précédente, l'amidon convient mieux à ce Bacille que le glucose. Le liquide fermenté est très acide dans les deux cas.

Gaz recueilli :

	a	*b*
Volume total.....	58^{cc},4	346^{cc},0

Composition centésimale :

Hydrogène.....	80,47	44,10
Acide carbonique.....	19,53	55,90
	100,00	100,00

Si l'on prend la moyenne des résultats assez concordants obtenus dans ces deux expériences, on aura des chiffres qui représenteront l'action relative du *Bacillus amylobacter* sur le glucose et sur l'amidon, dans les conditions spéciales où la fermentation s'est opérée :

	Pour le glucose.	Pour l'amidon.
Hydrogène.....	77,90	46,78
Acide carbonique.....	22,10	53,22
	100,00	100,00

94. En mettant dans l'appareil à glucose du carbonate de chaux, pour saturer les acides, à mesure qu'ils se produisent, on pousse plus loin la fermentation, comme on devait s'y attendre.

Ainsi, le 18 juin, on ensemence avec le *B. amylobacter* une fiole à fond plat contenant, avec du carbonate de chaux stérilisé

et étalé en grande surface, du bouillon de bœuf étendu ($d = 1004$) et additionné de 2 pour cent de glucose.

La fermentation a été très active; on a obtenu jusqu'au 22 :

Volume total de gaz.....		595cc
Composé de :		
Hydrogène.....	38,67	soit 230cc,1
Acide carbonique.....	61,33	364 ,9
	100,00	595 ,0

95. Nous voilà donc en possession d'un microbe qui peut dégager, si on le désire, de grandes quantités de gaz hydrogène à l'état naissant, et qui, vraisemblablement, réduira rapidement les nitrates. Nous allons voir qu'il n'en est rien.

Et d'abord, on ne peut faire agir sur lui que de faibles quantités de nitrate, car son action sur le glucose ou sur l'amidon s'arrête dès que la proportion de sel dépasse 5 grammes environ par litre; il faut, pour réussir, ajouter peu à peu ce sel à la liqueur en fermentation, ce qui exige l'emploi d'un dispositif spécial.

96. Dans divers essais, faits soit avec de la terre calcaire sucrée, soit avec du bouillon glucosé, additionné de carbonate de chaux, nous avons constaté que le nitrate était à peine réduit, malgré le dégagement abondant d'hydrogène. Nous avons craint que l'état solide du carbonate ne fût une cause d'erreur et d'illusion. Si l'on considère en effet un grain de carbonate ou de terre entouré d'une solution de glucose et de nitrate, l'action du ferment est très énergique en ce point, puisque la saturation des acides y est complète. L'hydrogène naissant peut réduire par conséquent tout le nitrate immédiatement voisin, mais s'il y en a en excès, ce qui est admissible, le gaz inutile sort bien vite, en se dégageant, de la sphère d'action du microbe. L'énergie qu'il possédait au moment précis de sa formation cesse alors d'être utilisable, et il traverse les couches supérieures du liquide, comme un simple courant d'ydrogène, sans attaquer le sel dissous.

97. Si peu importante que puisse être cette cause d'erreur dans un milieu toujours en mouvement par l'effet même de la fermentation, nous avons néanmoins voulu l'écarter complètement, en saturant les acides, au fur et à mesure de leur production, non par un carbonate solide, mais par une solution de carbonate de potasse.

L'appareil suivant permet d'ajouter aux liqueurs, quand on le veut, des solutions alcalines ou nitratées, sans introduire de gaz étranger, et tout en conservant la pureté primitive du *Bacillus amylobacter*.

98. Cet appareil, représenté seul dans la figure 16 et dans un bain d'eau à température constante (*fig.* 9), se compose d'une fiole ou ballon A, dont le col porte un tube de dégagement B, et un petit tube *t* étranglé et muni d'une bourre de coton *b*;

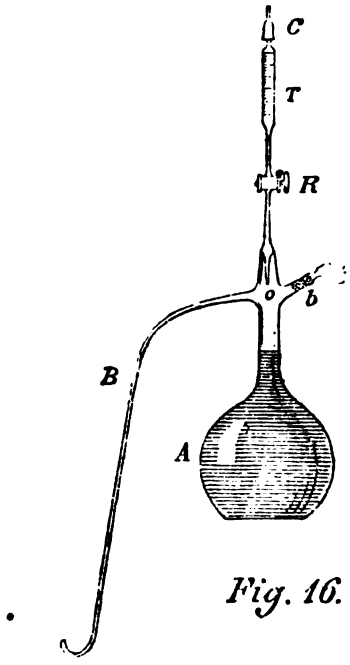


Fig. 16.

l'ouverture du col est soudée à un tube à robinet R surmonté d'un réservoir cylindrique T, de forme allongée et divisé en par-

ties d'égale capacité. L'extrémité inférieure *o* s'ouvre à l'intérieur de A et l'orifice supérieur est recouvert du bouchon conique C des matras Pasteur.

L'appareil est stérilisé vide, dans l'air chaud, avec son tube abducteur scellé à la lampe et le robinet R fermé. Pendant le refroidissement, l'air qui pénètre en A se purifie en *b* et celui qui entre en T se purifie sur le coton du bouchon conique C.

On introduit le liquide de fermentation, puis la semence, par la tubulure B, préalablement flambée et ouverte, en aspirant par le tube *t*; on ferme alors l'étranglement à la lampe. La solution alcaline ou nitratée est versée en T, avec les précautions habituelles, comme dans une fiole de culture. Si l'on veut en faire écouler un volume connu dans le ballon A, il n'y a qu'à ouvrir le robinet R, de manière que le niveau supérieur du liquide parcoure un nombre déterminé de divisions.

99. *1° Fermentation butyrique du glucose.* — Le 23 juillet, nous semons du *Bacillus amylobacter* très jeune dans deux de ces appareils, *a* et *a'*, contenant chacun du bouillon de bœuf étendu ($d = 1004$) et 2 pour 100 de glucose.

Le réservoir de *a* reçoit une solution aqueuse de :

Carbonate de potasse, à 20 °/₀.

Celui de *a'*, une solution aqueuse de :

Carbonate de potasse, à 20 °/₀.
Nitrate de potasse, à 20 °/₀.

Les deux ballons sont mis dans un bain à la température de 35 degrés.

Le lendemain 24, la fermentation est établie dans les deux; le volume et la composition du gaz dégagé sont sensiblement les mêmes; on a en effet :

	Dans *a*	Dans *a'*
Volume total du gaz à 0° et à 760°.	25^{cc}	19^{cc}
Composition centésimale :		
Hydrogène.....	85,83	85,41
Acide carbonique.....	14,17	14,59
	100,00	100,00

Cette composition diffère de celle de la page 273, ce qui s'explique parce que, avant de se dégager, l'acide carbonique doit saturer le liquide.

L'état de la fermentation étant ainsi le même dans les deux appareils, on fait écouler du réservoir dans le ballon respectivement un centimètre cube de la solution alcaline de *a* et un centimètre cube de la solution alcaline nitratée de *a'*; c'est donc 200 milligrammes de carbonate de potasse et 200 milligrammes d'azotate de potasse que l'on ajoute.

Le dégagement gazeux s'est d'abord un peu ralenti dans *a'*; puis, il est devenu plus actif dans *a'* que dans *a*. Le 26, on a recueilli une première éprouvette de gaz; le 1er août, la fermentation a cessé.

Le dosage de l'acide carbonique a été fait avec la potasse, celui de l'hydrogène par l'eudiomètre.

On a ainsi obtenu :

	Avec *a*			Avec *a'*		
	1re éprouv.	2e éprouv.	Gaz total.	1re éprouv.	2e éprouv.	Gaz total.
Azote.....	0cc,0	0cc,0	0cc,0	1cc,9	0cc,8	2cc,7
Hydrogène.....	35 ,9	3 ,9	39 ,8	21 ,9	5 ,3	27 ,2
Acide carbonique.	36 ,1	5 ,0	41 ,1	21 ,2	9 ,9	31 ,1
TOTAUX..	72 ,0	8 ,9	80 ,9	45 ,0	16 ,0	61 ,0

correspondant aux compositions centésimales suivantes :

	Avec *a*			Avec *a'*		
	1re éprouv.	2e éprouv.	Gaz total.	1re éprouv.	2e éprouv.	Gaz total.
Azote.....	0,00	0,00	0,00	4,19	4,45	4,43
Hydrogène.....	49,86	43,56	49,20	48,73	33,43	44,59
Acide carbonique.	50,14	56,44	50,80	47,08	62,12	50,98
	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

Les deux ballons avaient exactement la même capacité, 159 centimètres cubes.

La proportion d'acide carbonique s'est accrue par la décomposition du carbonate de potasse; mais il est remarquable qu'elle soit exactement la même, 51 0/0 environ, dans les deux cas. Si

le volume total du gaz dégagé est plus faible avec a' qu'avec a, cela peut tenir à la gêne que le microbe éprouve en présence du nitrate de potasse.

Les deux liquides sont butyriques et un peu acides; a' renferme de faibles traces de nitrite.

Le dosage du nitrate et du glucose montre qu'il a disparu :

Dans a, $0^{gr},51$ de glucose;
Dans a', $0,51$ de glucose;
$53^{mgr},5$ de nitrate, soit 26,7 °/₀ du sel ajouté.

Le titrage de l'ammoniaque a donné :

	Par litre.	Pour 139cc (vol. commun de a et a').
Dans le bouillon non ensemencé.	$45^{mgr},9$	$7^{mgr},3$
Dans a.....	40 ,1	6 ,4
Dans a'.....	71 ,1	11 ,3

D'où l'on déduit les variations dues à la fermentation :

	Par litre.	Pour 139cc.
Perte dans a.....	$5^{mgr},8$	$0^{mgr},9$
Gain dans a'.....	25 ,2	4 ,0
Gain total dû à la présence du nitrate.	$31^{mgr},0$	$4^{mgr},9$
Azote correspondant à ce gain.....	25 ,5	4 ,0

Ajoutons le poids de l'azote ammoniacal à celui des $2^{cc},7$ d'azote dégagé à l'état de gaz, et nous aurons :

Azote ammoniacal.....	$4^{mgr},0$
Azote gazeux.....	3 ,4
Total.....	$7^{mgr},4$

Or, les $53^{mg},5$ de salpêtre détruit renferment précisément $7^{mg},4$ d'azote. Nous voyons ainsi que l'hydrogène naissant n'a transformé en ammoniaque que 54 0/0 de l'azote nitrique provenant de la réduction.

100. 2° *Fermentation butyrique de l'amidon.* — En même temps que l'essai précédent, et dans le même bain à 35 degrés, on a disposé, le 23 juillet, deux autres ballons b et b' ensemencés

avec le même ferment et contenant l'un et l'autre du bouillon de bœuf étendu ($d = 1004$) avec 2 0/0 d'empois d'amidon. Le réservoir de *b* ne renferme qu'une solution aqueuse de carbonate de potasse à 20 0/0; celui de *b'* renferme une solution aqueuse de 20 0/0 de carbonate de potasse et de 20 0/0 de nitrate de potasse.

Le 24, la fermentation est établie également dans les deux; les gaz dégagés ont même composition et sensiblement même volume. On a en effet :

	Dans *b*	Dans *b'*
Volume total du gaz à 0° et à 760°.	66cc	62cc
Composition centésimale :		
Hydrogène.....	78,20	77,79
Acide carbonique	21,80	22,21
	100,00	100,00

On fait alors écouler respectivement un centimètre cube des solutions alcalines.

La fermentation n'a pas paru retardée dans *b'* par suite de la présence du nitrate de potasse; le gaz a été recueilli et analysé les 26, 27, 28 juillet et 1er août. On met fin à l'expérience le 1er août, parce que la fermentation est achevée dans les deux ballons.

Voici les volumes de gaz recueillis successivement :

Dans *b* :

	26 juillet.	27 juillet.	28 juillet.	1er août.	Gaz total.
Azote.....	0cc,0	0cc,0	0cc,0	0cc,0	0cc,0
Hydrogène.....	80 ,6	68 ,7	45 ,3	44 ,0	238 ,6
Acide carbonique..	108 ,4	114 ,3	73 ,7	74 ,4	370 ,8
	189 ,0	183 ,0	119 ,0	118 ,4	609 ,4

correspondant à la composition centésimale :

	26 juillet.	27 juillet.	28 juillet.	1er août.	Gaz total.
Azote.....	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Hydrogène.....	49,86	36,16	38,04	43,56	39,15
Acide carbonique..	50,14	63,84	61,96	56,44	60,85
	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

Dans b', on a eu :

	26 juillet (1).	27 juillet.	28 juillet.	1er août.	Gaz total.
Azote.....	0cc,0	0cc,0	0cc,3	1cc,1	1cc,4
Hydrogène.....	84 ,1	77 ,1	33 ,0	14 ,8	209 ,0
Acide carbonique..	108 ,9	142 ,9	72 ,2	37 ,1	361 ,1
	193 ,0	220 ,0	105 ,5	53 ,0	571 ,5

correspondant à la composition centésimale :

	26 juillet.	27 juillet.	28 juillet.	1er août.	Gaz total.
Azote.....	0,00	0,00	0,28	2,05	0,25
Hydrogène.....	43,55	35,00	31,26	27,86	36,57
Acide carbonique..	56,45	65,00	68,46	70,09	63,18
	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

Il est possible que la grande dilution de l'azote dans l'hydrogène rende l'analyse un peu incertaine, et que le volume total de cet azote soit un peu plus fort que celui que nous avons trouvé; quoi qu'il en soit, il ne saurait être beaucoup plus élevé.

Le liquide fermenté a l'odeur butyrique, mais il est peu acide et ne renferme pas de nitrites. L'amidon n'existe plus; ce qui n'a pas été décomposé par le *B. amylobacter* a été transformé en glucose et en dextrine par les diastases de ce ferment; on trouve en effet :

	Volume du ballon.	Glucose.	Dextrine.
Dans b :	170cc	0gr,54	0gr,63
Dans b' :	165	0 ,34	0 ,62

ce qui correspond à 15 grammes environ d'amidon disparu par litre.

---

(1) En raison de l'importance de ces résultats, nous donnons ci-dessous, comme exemple, le détail des analyses eudiométriques du 26 juillet, faites sur les gaz de b et de b' dépouillés de leur acide carbonique par la potasse.

On a pour b :

Gaz mis dans l'eudiomètre..	17,3	Oxygène ajouté.....		25.0
Après addition d'oxygène...	42,3			
Après étincelle.....	16.5	Disparu : 25,8, représentant	Hydrogène.	17.2
			Oxygène...	8.6
Après pyrogallate de potasse.	0,1	Oxygène non utilisé.....		16.4

Pour b' :

Gaz mis dans l'eudiomètre..	17,0	Oxygène ajouté.....		25.3
Après addition d'oxygène...	42,3			
Après étincelle.....	17,1	Disparu : 25,2, représentant	Hydrogène.	16.8
			Oxygène...	8.4
Après pyrogallate de potasse.	0,2	Oxygène non employé.....		16.9

ce qui représente des traces douteuses d'azote.

La comparaison du nitrate ajouté et du nitrate restant donne :

Ajouté.....	200^{mg},0	
Restant.....	176 ,5	
Disparu..	23 ,5	soit 11,7 °/₀ du sel ajouté.

Quant à l'ammoniaque, non seulement il ne s'en est pas fait, mais encore la plus grande partie de celle qui existait dans le bouillon non ensemencé a disparu. On a en effet trouvé :

	Par litre.	Pour 165^{cc} (volume de b').
Ammoniaque dans le bouillon non ensemencé.	45^{mg},9	7^{mg},6
— dans b.....	2 ,4	0 ,4
— dans b'.....	3 ,4	0 ,6

d'où l'on déduit :

Perte d'ammoniaque dans b.....	43^{mg},5	7^{mg},2
— dans b'.....	42 ,5	7 ,0
Différence en faveur du liquide nitraté.....	1 ,0	0 ,2

Ces derniers chiffres montrent que l'azote provenant du nitrate réduit n'a pas formé de quantité appréciable d'ammoniaque et qu'il s'est dégagé presque tout entier à l'état gazeux.

101. Si l'on compare les poids d'ammoniaque disparue dans les appareils a du n° 99 et b du n° 100 avec les volumes totaux de gaz dégagés, on trouve exactement le même rapport. On a :

	Avec a (glucose).	Avec b (amidon).	Rapport $\frac{b}{a}$
Volume total du gaz dégagé....	80^{cc},9	609^{cc},4	7,53
Ammoniaque absorbée par litre.	5^{mg},8	43^{mg},5	7,50

Ce résultat curieux s'explique naturellement, si l'on admet que l'énergie de la fermentation soit mesurée par le volume total du gaz dégagé, et que le ferment ait emprunté à l'ammoniaque l'azote de ses matières albuminoïdes. C'est dire, ce qui est admissible, que l'énergie de la fermentation a été proportionnelle au poids du ferment engendré.

102. 3° *Fermentation butyrique du sucre de canne.* — Enfin, nous avons voulu nous placer dans les conditions des expériences de MM. Dehérain et Maquenne, et faire fermenter ensemble du sucre et du nitrate de potasse dans de la terre végétale; mais

nous avons opéré avec des vases et des liquides stérilisés et avec un ferment pur.

Les appareils de fermentation qui nous ont servi jusqu'ici ne pouvaient convenir pour la terre sucrée. En effet, celle-ci, soulevée par les gaz qui se dégagent, obstrue bientôt le tube abducteur. Pour éviter cet inconvénient, nous avons adopté la modification ci-contre (*fig.* 17). Le ballon A est toujours soudé à un tube abducteur C et a un petit tube *t* étranglé et muni d'une bourre de coton *b*; mais la tubulure B' est largement ouverte, pour permettre l'introduction des matières solides. Quand on a mis la terre, le sucre et le nitrate voulus dans le ballon, on introduit une sorte de corbeille en fils de platine *p*, qui doit descendre au-dessous de l'orifice du tube de dégagement, et on ferme l'ouverture avec un excellent bouchon de liège *l*. La stérili-

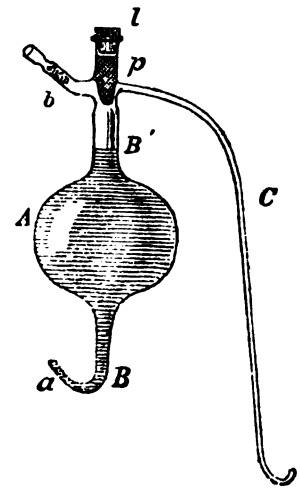


Fig. 17.

sation, puis l'introduction de l'eau et de la semence se font avec les précautions déjà décrites; enfin, on ferme à la lampe le tube *t* et l'on mastique le bouchon de liège avec de la cire Golaz.

Si l'on redoute le passage d'une trop grande quantité de

liquide dans l'éprouvette, par suite du soulèvement de la terre, on ne remplit pas complètement l'appareil; mais alors on chasse l'air par un courant d'acide carbonique, avant de sceller le tube *t*.

103. Le 9 juillet, on met dans un de ces appareils :

Terre de jardin riche en calcaire..	100^{gr}
Nitrate de potasse.....	0,50
Sucre de canne.....	5
Eau distillée.....	q. s.

Après stérilisation, on ensemence le ballon avec du *Bacillus amylobacter* jeune.

La fermentation a été très active et s'est terminée le 20.

Voici le résultat :

Azote..... ...	Traces.
Hydrogène dégagé.....	203^{cc},1
Acide carbonique.....	228 ,5
Gaz total dégagé.. .	431 ,6

Composé pour cent de :

Azote.....	Traces.
Hydrogène.....	47,06
Acide carbonique.....	52,94
	100,00

De l'analyse du liquide fermenté, on déduit :

Nitrate de potasse disparu.	Traces.
Sucre disparu.....	0^{gr},76

104. L'expérience a été répétée le 30 juillet avec les mêmes poids relatifs de terre, de sucre et de salpêtre, et elle a donné un résultat tout semblable.

Nitrate restant.....	494^{mg}
Nitrate disparu	6^{mg}
Sucre disparu.....	0^{gr},75

Le gaz dégagé renfermait 147^{cc},5 d'hydrogène.

Ces essais prouvent que, dans les expériences de MM. Dehérain et Maquenne, la réduction du nitrate de potasse n'était pas due à l'hydrogène naissant et que leur vibrion butyrique n'était pas pur.

105. En résumé, on voit que le *Bacillus amylobacter* laisse

intact le nitrate de potasse en présence du sucre, et qu'il n'en réduit qu'une faible partie en présence de l'amidon ou du glucose, bien que les liqueurs soient acides et que de l'hydrogène en excès se dégage à l'état gazeux.

Cependant, si l'on calcule la chaleur produite par la transformation du glucose (1) en acide butyrique, hydrogène et acide carbonique, suivant la formule :

$$C^{12}H^{12}O^{12} = C^8H^8O^4 + 4H + 2C^2O^4,$$

et par la réaction de ces corps sur le salpêtre, on trouve des nombres qui expliqueraient, théoriquement du moins, la réduction complète du nitrate de potasse.

106. Deux cas principaux peuvent se présenter :

1° L'azote nitrique se dégage, d'après la réaction :

$$AzO^5,KO + 5H = Az + 5HO + KO.$$

2° L'azote nitrique se transforme en entier en ammoniaque, suivant la formule :

$$AzO^5,KO + 8H = AzH^3 + 5HO + KO.$$

Chacun de ces cas se subdivise lui-même en deux, selon que l'acide carbonique produit pendant la fermentation butyrique se dégage en liberté, ou qu'il se combine avec le carbonate alcalin pour former du bicarbonate.

1° L'azote nitrique se dégage.

a. L'acide carbonique se dégage.

L'équation de la réaction finale est :

$$5C^{12}H^{12}O^{12} + (AzO^5,KO) + KO,CO^2 = 5C^8H^7KO^4 + 4Az + 21CO^2 + 25HO.$$

---

(1) Avec notre microbe, il se fait aussi de l'alcool butylique et de l'alcool amylique, mais par des réactions qui ne dégagent pas d'hydrogène et qui ne peuvent avoir, ici, d'effet réducteur sur le salpêtre. Ces réactions ont pour formules :

$$C^{12}H^{12}O^{12} = C^8H^{10}O^2 + H^2O^2 + 2C^2O^4.$$
$$5C^{12}H^{12}O^{12} = 4C^{10}H^{12}O^2 + 6H^2O^2 + 10C^2O^4.$$

On a, pour le calcul de la chaleur dégagée :

État initial.. $5(C^{12},H^{12},O^{12})$, 4 Az, 20 O, 5 KO diss., CO^2 gaz.
État final.... $5C^8H^7KO^4$ diss., 4 Az, 21 CO^2 gaz, 25 HO.

PREMIER CYCLE.

$5(C^{12}+H^{12}+O^{12}) = 5C^{12}H^{12}O^{12}$ diss.....	$267^c \times 5 = 1335^c$
$4Az + 20O + 4KO$ diss. $= 4(AzO^5,KO)$ diss.....	$28,1 \times 4 = 112,4$
KO diss. + CO^2 gaz. = KO,CO^2 diss.....	12,9
$5C^{12}H^{12}O^{12}$ diss. + $4(AzO^5,KO)$ diss. + KO,CO^2 diss. $= 5C^8H^7KO^4$ diss. + 4 Az + 21 CO^2 gaz + 25 HO.	x
	$1460,3 + x$

DEUXIÈME CYCLE.

$5(C^8+H^8+O^4) = 5C^8H^8O^4$ diss.....	$156^c \times 5 = 780^c$
$5C^8H^8O^4$ diss. + 5 KO diss. $= 5C^8H^7KO^4$ diss. + 5 HO.	$13,7 \times 5 = 68,5$
$20H + 20O = 20HO$	$34,5 \times 20 = 690$
$20C + 40O = 20CO^2$ gaz.....	$47 \times 20 = 940$
	2478,5

d'où :

$$x = 2478,5 - 1460,3 = 1018,2.$$

La chaleur dégagée est donc de :

$$\frac{1018,2}{5} = 203^c,6 \text{ pour 180 grammes de glucose}$$

et de :

$$\frac{1018,2}{4} = 254^c,5 \text{ pour 101 grammes de salpêtre.}$$

a'. L'acide carbonique fait du bicarbonate.

L'équation de la réaction est :

$$5C^{12}H^{12}O^{12} + 4(AzO^5,KO) + 22(KO,CO^2) = 5C^8H^7KO^4 + 21(KO,C^2O^4) + 4Az + 25HO$$

En tenant compte du calcul précédent, on a :

$5C^{12}H^{12}O^{12}$ diss. + $4(AzO^5,KO)$ diss. + KO,CO^2 diss. $= 5C^8H^7KO^4$ diss. + 4 Az + 21 CO^2 gaz. + 25 HO.	$1018^c,2$
21 CO^2 gaz. + aq. = 21 CO^2 diss.....	$2,8 \times 21 = 58,8$
21 (KO,CO^2) diss. + 21 CO^2 diss. = 21 (KO,C^2O^4) diss....	21,0
	1098,0

ce qui fait :

$$\frac{1098}{5} = 219^c,6 \text{ pour 180 grammes de glucose}$$

et

$$\frac{1098}{4} = 274^{c},5 \text{ pour 101 grammes de salpêtre.}$$

2° L'azote nitrique fait de l'ammoniaque.

b. L'acide carbonique se dégage.

Équation de la réaction :

$$2C^{12}H^{12}O^{12} + KO,AzO^{5} = C^{8}H^{7}KO^{4} + C^{8}H^{8}O^{4},AzH^{3} + 8CO^{2} + 6HO.$$

Le calcul s'établit ainsi :

État initial.. $2(C^{12},H^{12},O^{12})$, AzO^{5}, KO diss.
État final... $C^{8}H^{7}KO^{4}$ diss, $C^{8}H^{8}O^{4}$, AzH^{3} diss., $8CO^{2}$ gaz., 6 HO.

PREMIER CYCLE.

$2(C^{12} + H^{12} + O^{12}) = 2C^{12}H^{12}O^{12}$ diss.....	534^{c}
$Az + O^{5} + KO$ diss. $= AzO^{5}$, KO diss.....	28,1
$2(C^{12}H^{12}O^{12})$ diss. $+ AzO^{5}KO$ diss. $= C^{8}H^{7}KO^{4}$ diss. $+ C^{8}H^{8}O^{4}$, AzH^{3} diss. $+ 8CO^{2}$ gaz. $+ 6HO$.	y
	$562,1 + y$

DEUXIÈME CYCLE.

$2(C^{8} + H^{8} + O^{4}) = 2C^{8}H^{8}O^{4}$ diss.....	312
$C^{8}H^{8}O^{4}$ diss. $+ KO$ diss. $= C^{8}H^{7}KO^{4}$ diss. $+ HO$.....	13,7
$Az + H^{3} = AzH^{3}$ diss.....	21
$C^{8}H^{8}O^{4}$ diss. $+ AzH^{3}$ diss. $= C^{8}H^{8}O^{4}$, AzH^{3} diss.....	12,4 (1)
$8C + 16O = 8CO^{2}$ gaz...	376
$5H + 5O = 5HO$.....	172,5
	907,6

d'où :

$$y = 907,6 - 562,1 = 345^{c},5,$$

ce qui fait :

$$\frac{345,5}{2} = 172^{c},7 \text{ pour 180 grammes de glucose,}$$

et

$345^{c},5$ pour 101 grammes de salpêtre.

(1) Ce chiffre a été déterminé pour nous par M. Joannis, qui a bien voulu, en outre, vérifier l'exactitude de nos calculs. Nous sommes heureux de l'en remercier publiquement.

b'. L'acide carbonique forme du bicarbonate.

L'équation de la réaction est :

$$2C^{12}H^{12}O^{12} + KO,AzO^5 + 8(KO,CO^2) = C^8H^7KO^4 + C^8H^8O^4,AzH^3 + 8(KO,C^2O^4) + 6HO.$$

En s'appuyant sur le calcul précédent, on a :

$2C^{12}H^{12}O^{12}$ diss. $+ KO,AzO^5$ diss. $= C^8H^7KO^4$ diss. $+ C^8H^8O^4,AzH^3$ diss. $+ 8CO^2$ gaz. $+ 6HO$ ..	345^c,5
$8CO^2$ gaz. $+$ aq. $= 8CO^2$ diss.....	22 ,4
$8CO^2$ diss. $+ 8(KO,CO^2)$ diss. $= 8(KO,C^2O^4)$ diss.....	8 ,0
	375 ,9

La chaleur dégagée est donc de :

$$\frac{375,9}{2} = 187^c,9 \text{ pour 180 grammes de glucose}$$

et de :

375^c,9 pour 101 grammes de salpêtre.

107. D'après ces calculs, la chaleur dégagée par la décomposition simultanée du glucose et du nitrate de potasse, en présence du carbonate de potasse, varie :

	Moyenne.
Pour 180 grammes de glucose, entre 172^c,7 et 219^c,6...	186^c,1
— 101 — de salpêtre, — 254^c,5 et 375^c,9...	315^c,2

Ainsi, il paraît possible de réduire les nitrates par la fermentation butyrique, de façon qu'il reste encore de la chaleur disponible pour le *Bacillus amylobacter*.

108. Malheureusement, on ne connaît pas les exigences thermiques de ce ferment; mais, si l'on en juge par l'expérience suivante, elles doivent être assez considérables.

Le 10 novembre, utilisant les appareils des figures 12 et 13 qui nous avaient déjà servi pour mesurer approximativement l'élévation de température due à la dénitrification, nous avons mis, avec du bouillon,

Dans le ballon B :	Glucose pur.....	20	grammes par litre.
	Carbonate de chaux.....	20	— —
Dans le ballon B' :	Amidon en empois.....	20	— —
	Carbonate de chaux.....	20	— —

Dans les ballons B_1 et B'_1 : De l'eau, pour terme de comparaison.

Après avoir ensemencé B et B' avec une forte dose de *Bacillus amylobacter* en pleine activité, nous avons entouré les ballons avec de la laine et porté le tout à l'étuve.

Voici le tableau des températures observées :

					Dans B.	Dans B'.	Moyenne de B, et de B'.
Le 10 novembre,	à	7	heures	du soir...	35°,0	35°,0	35°,15
11 —	à	11	—	du matin.	33 ,0	33 ,0	33 ,10
11 —	à	4 h. 30 m.		du soir...	32 ,5	32 ,7	32 ,90
12 —	à	5	heures	du soir...	32 ,0	32 ,3	32 ,10
13 —	à	9	—	du matin.	32 ,0	32 ,2	32 ,15
14 —	à	3	—	du soir...	32 ,3	32 ,7	32 ,70
15 —	à	3	—	du soir...	32 ,8	33 ,0	33 ,10

La fermentation a produit beaucoup de mousse et de gaz; tout le glucose et tout l'amidon ont disparu; et, malgré cela, il n'y a pas eu la plus légère augmentation de température.

109. Si l'on cherche par le calcul la chaleur théorique dégagée par la formation d'acide butyrique (1), en présence du carbonate de chaux, suivant l'équation :

$$C^{12}H^{12}O^{12} + CaO,CO^2 = C^8H^7CaO^4 + 4H + 5CO^2 + HO,$$

on a :

État initial.. C^{12}, H^{12}, O^{12}, CaO diss., CO^2 gaz.
État final... $C^8H^7CaO^4$ diss., 4 H, $5CO^2$ gaz., HO.

PREMIER CYCLE.

$C^{12} + H^{12} + O^{12} = C^{12}H^{12}O^{12}$ diss.	267^C
CaO diss. + CO^2 gaz. = CaO, CO^2	12,6
$C^{12}H^{12}O^{12}$ diss. + $CaO,CO^2 = C^8H^7CaO^4$ diss. + 4 H + $5CO^2$ gaz. + HO	x
	$279,6 + x$

DEUXIÈME CYCLE.

$C^8 + H^8 + O^4 = C^8H^8O^4$ diss.	156
$C^8H^8O^4$ diss. + CaO diss. = $C^8H^7CaO^4$ diss. + HO	15,1 (2)
$4C + 8O = 4CO^2$ gaz.	188
	359,1

d'où :

$$x = 359,1 - 279,6 = 79^C,5.$$

(1) La formation d'alcool butylique et d'alcool amylique dégage des quantités de chaleur peu différentes de celle-là.

(2) Ce nombre a été également déterminé par M. Joannis.

Ainsi, 180 grammes de glucose dégagent 79^{c},5 et 20 grammes en dégageront 8,8.

Par conséquent, s'il n'y avait aucune cause de déperdition, et si le phénomène était instantané, le thermomètre aurait accusé une température supérieure de 8 à 9 degrés à celle des ballons témoins.

110. Le rapprochement de cette expérience et de celles de la page 265, où la réduction de 10 grammes seulement par litre de nitrate de potasse a produit, dans des conditions semblables, un excès de température de 5°,45, montre qu'ici l'absence de chaleur *sensible* n'est due ni aux pertes par rayonnement ou par conductibilité, ni à la durée de la fermentation. Il est vraisemblable que le *Bacillus amylobacter* a absorbé, pour son propre développement, la presque totalité de la chaleur mise en liberté par la décomposition du glucose.

S'il en est ainsi, l'énergie disponible doit être d'autant plus faible que la fermentation est plus active, ou, ce qui est corrélatif, que le ferment se multiplie plus abondamment. Si donc on ajoute du salpêtre à la liqueur, la proportion de sel réduit sera, en quelque sorte, proportionnelle à la gêne du microbe et à la lenteur de la fermentation butyrique. Or, c'est précisément ce qui est arrivé dans nos expériences : avec le glucose, qui n'a donné que 60 centimètres cubes environ de gaz, nous avons eu 53^{mg},5 de nitrate de potasse décomposé, tandis qu'avec l'amidon, qui a dégagé 600^{cc} environ de gaz, il n'y a eu que 23^{mg},5 de sel réduit. Bien plus, avec l'amidon, l'azote n'est apparu, en proportion bien dosable, qu'à la fin de la fermentation, lorsque le microbe était déjà vieux et usé.

111. Nous venons de montrer comment de l'hydrogène, réputé à l'*état naissant*, peut, dans certains cas, rester sans action sur une dissolution de nitrate alcalin ; les exigences de la vie du *Bacillus amylobacter* l'avaient dépouillé de son énergie disponible et transformé en hydrogène *ordinaire*.

Ce travail de réduction, que n'a pu faire notre ferment butyrique, pourra être exécuté par d'autres ferments, s'ils produisent assez de chaleur, d'abord pour les faire vivre, et

ensuite pour restituer aux nitrates toute leur chaleur de formation.

112. Il résulte de tout ce qui précède, que la réduction des nitrates par le *Bacterium denitrificans* ne se présente ni comme une fermentation proprement dite, analogue à la fermentation alcoolique, ni comme une fermentation secondaire, rappelant l'hydrogénation du soufre dans les expériences de M. Miquel.

C'est en réalité un nouveau type de fermentations qui ne peuvent s'accomplir que par le concours simultané de plusieurs réactions chimiques. La dénitrification nous fournit, en outre, un exemple remarquable de combustions énergiques, produites à l'abri de l'oxygène de l'air.

CHAPITRE IV

APPLICATIONS AGRICOLES

113. L'étude de la réduction des nitrates dans le sol n'a été abordée avec fruit que par M. Th. Schlœsing en 1873 (1). Dans deux expériences successives, le savant directeur de l'École d'application des manufactures de l'État mit dans de grands flacons de la terre calcaire, riche en principes humiques, avec de l'azotate de potasse, à la dose de $7^{gr},5$ de sel pour 12 kilogrammes environ de terre.

Il y eut d'abord diminution de pression, puis formation et dégagement d'un mélange d'azote et d'acide carbonique. En dosant, à la fin de l'expérience, le volume d'azote produit, il trouva que la terre avait perdu non seulement tout l'azote du nitrate, mais encore une partie de celui de la matière organique azotée. Tout le nitre avait disparu. Il y avait eu, en outre, production d'ammoniaque, mais en proportion non équivalente au nitrate réduit.

114. Ces résultats confirmaient une expérience précédente où M. Schlœsing, étudiant l'influence de la proportion d'oxygène sur la nitrification dans une atmosphère combinée, avait montré qu'à la limite, lorsque la proportion d'oxygène est nulle, le sol devient un milieu réducteur et que, loin de faire des nitrates, il décompose ceux qu'il renfermait déjà (2).

M. Schlœsing, dont l'attention n'avait pas encore été appelée

(1) C. R., t. LXXVII, p. 353, 1873. — Consulter aussi, sur ces matières, le chapitre fort intéressant que M. Grandeau a consacré à l'origine et aux sources de l'azote des végétaux dans le premier volume de son *Cours d'agriculture de l'École forestière* : — *Nutrition de la plante*, 1879.

(2) C. R., t. LXXVII, p. 203, 1873.

sur le rôle des infiniment petits, attribuait la destruction de l'acide nitrique à l'action réductrice de la matière organique.

115. Depuis lors, en 1877 (1), MM. Schlœsing et Müntz ont établi que la nitrification n'est point un simple phénomène chimique, mais bien une oxydation corrélative de la présence, du développement et de la multiplication de certains microorganismes aérobies; les recherches de M. R. Warington ont confirmé, dès 1878 (2) celles de MM. Schlœsing et Müntz.

Il était naturel de supposer que la réaction inverse de la nitrification, savoir la réduction des nitrates dans le sol, déjà observée par M. Schlœsing, serait aussi un phénomène physiologique. C'est cette remarque qui a été le point de départ de nos recherches.

116. Notre première expérience sur la terre fut commencée le 10 juillet 1882. Du terreau de jardin, mélangé avec un poids égal de pierre ponce calcinée, fut mis dans deux allonges en verre *a* et *b*, parcourues de bas en haut par un courant d'azote, tandis que de l'eau d'égout, nitratée à 100 milligrammes par litre et stérilisée, tombait goutte à goutte à la surface du terreau.

Le tableau ci-dessous donne les volumes de bioxyde d'azote dégagé en présence du protochlorure de fer et de l'acide chlorhydrique, par le nitrate contenu dans l'eau sortant des allonges. Le dosage a été fait chaque fois sur 50 centimètres cubes de liquide préalablement concentré par la chaleur.

	a	*b*
Le 11.....	1cc,2	0cc,7
13.....	0 ,9	1 ,1
16.....	0 ,7	0 ,7
17.....	0 ,6	0 ,7
18.....	0 ,3	0 ,7
19.....	0 ,4	0 ,4
20.....	0 ,2	0 ,2
24.....	0 ,0	0 ,0
26.....	0 ,1	0 ,3
TOTAUX...	4 ,4	4 ,8

(1) C. R., t. LXXXIV, p. 301.

(2) *Journal of the Chemical Society*, janvier 1878, p. 44.

Correspondant à :

	a	*b*
Nitrate de potasse..	20^{mgs}	22^{mgs}

Le volume total du liquide recueilli étant de 450 centimètres cubes, on aurait dû avoir 45 milligrammes de nitrate; la perte est donc :

Pour *a*.....	de	25^{mgs}
— *b*.....	de	23
Moyenne....		24, soit 53 °/₀.

Ce chiffre est un minimum, parce que le nitrate préexistant dans le terreau n'a pas été déterminé.

Cette expérience laisse à désirer, puisque le terreau n'a été ni stérilisé, ni ensemencé; elle montre cependant que la terre végétale renferme normalement les germes de microbes dénitrifiants, et que ceux-ci évoluent dès qu'on les confine dans une atmosphère privée d'oxygène libre (1). On les voit facilement au microscope dans l'eau qui s'écoule des allonges et l'on constate qu'ils ont les formes les plus variées.

117. Le nombre des organismes contenus dans le sol (2) étant considérable, et leurs propriétés très différentes, il était nécessaire d'opérer avec des microbes purs. Nous avons pris pour type le *B. denitrificans* α, dont l'étude a été faite dans les chapitres précédents, et nous l'avons fait agir sur de la terre nitratée seule ou additionnée de matières hydrocarbonées.

118. Le 13 janvier, on remplit des ballons à long col de 500 centimètres cubes environ de capacité avec de la terre de jardin, calcaire, riche en humus et intimement mélangée avec du salpêtre. On ferme ces ballons à la lampe; on les stérilise et, après refroidissement, on ajoute de la semence prise dans une culture récente.

Les ballons *a* et *a'* renferment 1^{gr} de salpêtre par kilogramme de terre;
— *b* et *b'* — 10 — — —

(1) Le 20 juillet, l'expérience prouvait déjà qu'il y avait eu dénitrification. Nous communiquâmes le fait, pour prendre date, à la *Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*. (Séance du 20 juillet 1882, 2e série, t. V, p. XXXI.)

(2) *Annuaire de l'Observatoire de Montsouris* (années 1879-1881).

Les ballons a' et b' sont seuls ensemencés; a et b doivent servir de termes de comparaison; ils sont placés tous les quatre dans une étuve à 35 degrés.

Le 23 janvier, on met fin à l'expérience et on dose les nitrates. On trouve :

Nitrate restant dans a ..	1^{gr} par kilogr.
— — a' ..	0,727 —
Nitrate disparu dans a' ..	0,273 —
Proportion de sel réduit dans a' ..	27,3 °/°.
Nitrate restant dans b ..	10^{gr} par kilogr.
— — b' ..	8,571 —
Nitrate disparu dans b' ..	1,429
Proportion de sel réduit dans b' ..	14,3 °/°.

Ainsi, en dix jours seulement, le microbe a décomposé une quantité très importante de sel, bien qu'il ait trouvé de mauvaises conditions de développement dans une terre peu humide. Si l'on facilite sa multiplication en ajoutant à la terre, soit de l'eau distillée, soit de l'eau sucrée, la dénitrification est beaucoup plus rapide.

119. En même temps que les ballons précédents, on a ensemencé avec le même microbe les ballons suivants qui renfermaient :

a_1	de la terre nitratée	à 1^{gr}	par kilogramme	+ eau distillée.
a_2	— —	1	—	+ eau sucrée à 5 °/°.
b_1	— —	10	—	+ eau distillée.
b_2	— —	10	—	+ eau sucrée à 5 °/°.

Le 15, couronne de bulles à la surface des liquides dans les quatre ballons.

Par la fermentation, la terre a été soulevée dans tous; avec l'eau sucrée, la mousse a été plus abondante qu'avec l'eau distillée.

Le 16, tout le nitrate est décomposé dans a_2.

Le 18, tout le nitrate a disparu dans a_1.

Le 23, on met fin à l'expérience et l'on dose les nitrates; on obtient par kilogramme de terre :

	Nitrate		Dénitrification.
	restant.	disparu.	
Dans a_1.....	Néant.	1^{gr}	100 °/°
— a_2.....	Néant.	1	100
— b_1.....	6^{gr},992	3,008	30,1
— b_2.....	Néant.	10	100

120. Si l'on rapproche ces résultats de ceux trouvés avec la terre seule (118), on voit que, toutes choses égales d'ailleurs, la décomposition du salpêtre a été plus rapide avec l'eau distillée qu'avec la terre seule, plus rapide aussi avec l'eau sucrée qu'avec l'eau distillée. L'examen microscopique montre en outre que le développement du microbe, son abondance et sa jeunesse sont en relation directe avec l'énergie de la réduction.

Le dosage des nitrates dans la terre non ensemencée montre en outre que, pendant la durée de l'expérience, les matières organiques n'ont pas réduit le nitrate en l'absence des microbes.

121. Dans l'expérience que nous venons de résumer, nous n'avons pas fait l'analyse quantitative du gaz dégagé; nous avons simplement vérifié qu'il était composé d'acide carbonique et d'azote.

Pour avoir sa composition exacte, et une fermentation rapide, nous avons employé l'appareil décrit page 282 (*fig.* 17).

Le 9 juillet, on y a stérilisé :

Terre de jardin, riche en calcaire...	100^{gr}
Nitrate de potasse.....	0,50
Sucre de canne.....	5
Eau distillée.....	q. s.

L'ensemencement a été fait avec du *B. denitrificans* α provenant d'une culture récente. La température du bain-marie était de 35 degrés.

La fermentation a été terminée le 20.

Le gaz dégagé est formé de :

Azote.....	48^{cc},1
Acide carbonique.....	7 ,9
TOTAL.....	56 ,0

correspondant à la composition centésimale :

Azote.....	85,84
Acide carbonique.....	14,16
	100,00

On a en outre :

Nitrate disparu.....	0gr,314	soit 62,8 %
Sucre disparu.....	Traces.	

Le nitrate décomposé aurait dû donner 44 centimètres cubes d'azote, au lieu de 48, volume trouvé.

Cette différence est du même ordre que celle que nous avons constatée dans l'étude de la dénitrification dans les bouillons de culture. Elle est en relation, comme on l'a vu, avec la formation d'une certaine quantité d'ammoniaque aux dépens de la matière organique azotée.

122. Le 30 juillet, on a répété l'expérience avec les mêmes poids relatifs de terre, de salpêtre et de sucre; cinq jours après, le 4 août, il avait disparu 0gr,325 de salpêtre, soit 65 pour cent de sel employé.

Ces deux essais, rapprochés de ceux de la page 283, montrent qu'en se plaçant dans les conditions des expériences de MM. Dehérain et Maquenne, notre *B. denitrificans* peut réaliser ce que n'a pu faire le *Bacillus amylobacter*.

123. Les conditions expérimentales réalisées ci-dessus ne permettent pas de faire circuler des gaz dans la terre végétale et de rechercher l'influence de l'oxygène sur le microbe dénitrifiant.

Pour résoudre ce problème, et nous rapprocher en même temps davantage des conditions dans lesquelles fonctionnerait ledit microbe, s'il existait seul dans un sol arable humide, nous avons disposé l'appareil de la figure 18.

La partie essentielle de cet appareil, représentée en triple à gauche de la figure, comprend : un gros tube vertical A, contenant la terre, un réservoir R, où se trouve le liquide nitraté, le récipient B, destiné à recueillir les produits s'écoulant du tube A.

Le tube A s'engage à la partie inférieure dans un excellent bouchon de liège qui ferme l'orifice du récipient B; il porte à sa partie supérieure un tube recourbé vers le bas et effilé en pointe *a*, et un tube *b*, muni d'une bourre de coton et relié par

un tube de caoutchouc à un petit barboteur D. Le réservoir R, à robinet *r*, est un cylindre divisé en parties d'égale capacité,

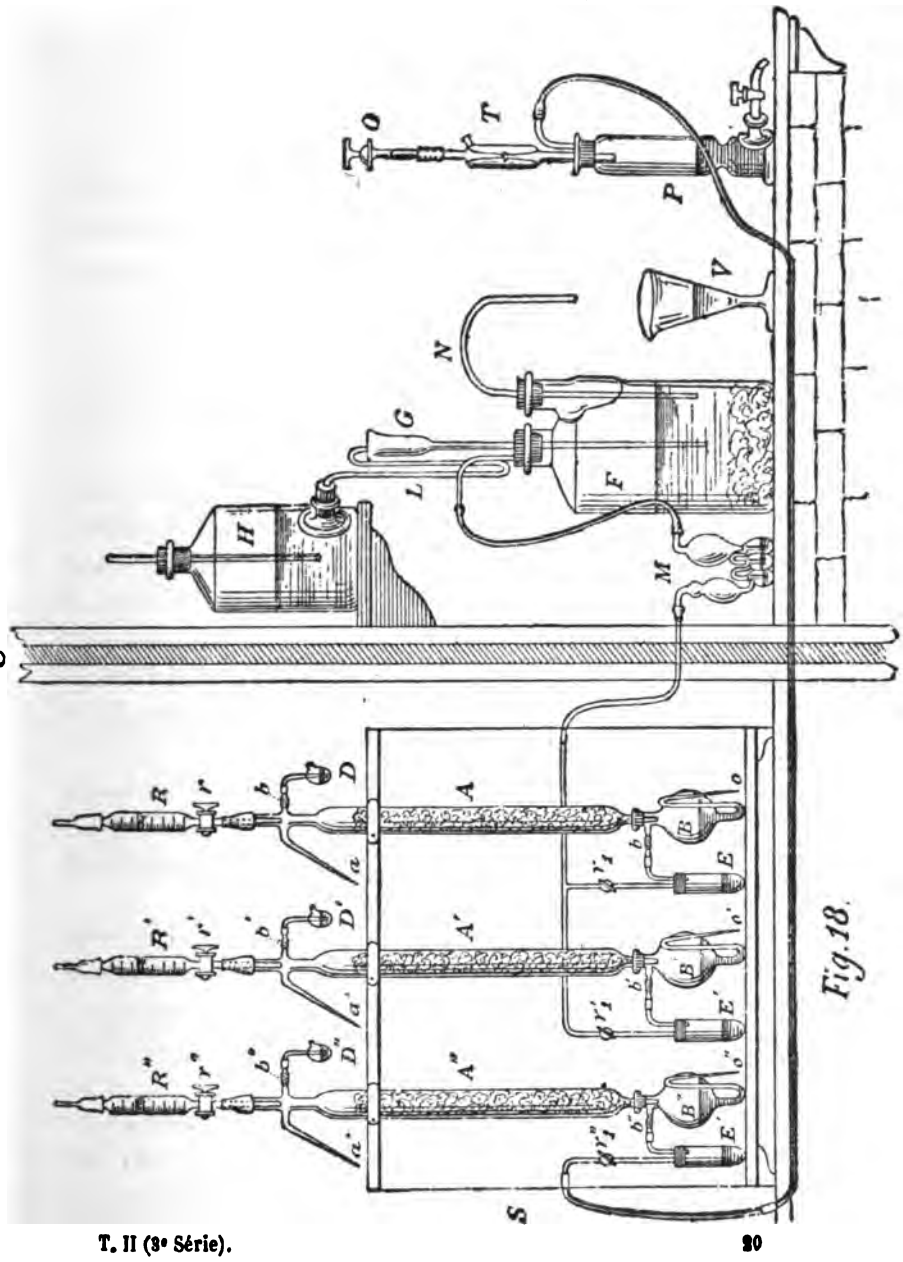


Fig. 18.

comme celui de la figure 16; il est fermé en haut par un bouchon conique à recouvrement garni de coton. Son extrémité inférieure pénètre dans la partie supérieure de A; un tube de caoutchouc rend la fermeture hermétique. Le récipient B est fait avec un ballon dont le fond est soudé à un tube en S effilé *o* et dont le col porte une tubulure latérale b_1, munie aussi d'une bourre de coton et reliée par un tube de caoutchouc à un tube barboteur E contenant de l'eau distillée pour saturer les gaz d'humidité. Le tube plongeant du barboteur est réuni, par l'intermédiaire du robinet r_1, à une canalisation de gaz.

Dans la figure, les récipients A et A' communiquent avec un appareil à acide carbonique, A'' avec une trompe à air.

Ces trois appareils semblables, placés parallèlement sur un support en bois S, sont déposés à l'intérieur d'une grande étuve en bois dont la double paroi est représentée en C.

L'acide carbonique est produit dans un grand flacon bitubulé F, par la réaction de l'acide chlorhydrique étendu sur le marbre. Pour que le courant soit lent et puisse durer plusieurs jours, on fait tomber goutte à goutte l'acide chlorhydrique du flacon de Mariotte H dans le tube à entonnoir G. Le gaz dégagé passe dans un barboteur M avant de se rendre dans les appareils A et A'. Malgré la lenteur de la réaction, le flacon F finit par se remplir d'une solution concentrée de chlorure de calcium. Pour l'enlever, on ferme un instant les robinets r_1 et r'_1; le gaz carbonique comprime le chlorure de calcium et le chasse par le siphon N dans un verre V; on rétablit l'état primitif en rouvrant les robinets r_1 et r'_1.

Le courant d'air est fourni par une trompe à vide T transformée en petite soufflerie à l'aide d'une éprouvette P. L'eau venant du robinet O s'écoule par la tubulure inférieure de l'éprouvette.

Le flacon producteur d'acide carbonique et la trompe soufflante sont extérieurs à l'étuve.

124. Cela posé, il est facile de voir comment circulent les gaz dans nos appareils. L'acide carbonique arrive, par exemple, dans le barboteur E, où l'écoulement est réglé à l'aide du robinet r_1;

puis il pénètre dans le réservoir B, dont le tube *o* est fermé à la lampe, s'élève dans la colonne A, à travers la terre végétale, et s'échappe à l'extérieur par le barboteur D, la pointe *a* étant aussi fermée à la lampe.

Si le robinet *r* est ouvert, le liquide de R s'écoule et tombe à la surface de la terre; en descendant, il imprègne celle-ci, se divise à l'infini, reçoit l'action du courant ascendant de gaz et arrive enfin en B, où il s'accumule.

Pour extraire ce liquide à un moment donné sans démonter l'appareil, on ferme le robinet *r*, on brise la pointe *o* et l'on bouche avec le doigt l'orifice du barboteur D; le gaz continuant à arriver s'accumule en B et force le liquide à sortir par *o*; on le recueille dans un verre. On remet les choses dans l'état primitif en retirant le doigt et scellant de nouveau à la lampe l'effilure *o*.

125. Toutes ces manipulations n'ont d'intérêt que si on peut les appliquer à l'étude d'un être vivant unique et maintenu pur pendant toute la durée de l'expérience. Il faut pour cela que l'appareil puisse être stérilisé dans toutes ses parties, que la semence pure puisse y être introduite, que le gaz soit purifié avant d'agir, et enfin que le liquide nitraté ne soit jamais souillé de germes étrangers.

Ces conditions sont toutes réalisables.

Et d'abord, l'ensemble A, B, R peut être stérilisé en entier dans un autoclave (1), à la condition de fermer les orifices *o* et *a*. Pendant le refroidissement, l'air extérieur ne peut pénétrer que par les tubulures *b*, b_1 et par le bouchon conique de R; partout il se purifie sur du coton calciné. Si les dimensions de cet appareil sont trop grandes pour l'autoclave dont on dispose, on peut le démonter en ses trois parties, en envelopper les extrémités ouvertes avec une épaisse couche de ouate, et les stériliser isolément. Il faudra seulement prendre plus de précautions pour

(1) La stérilisation dans un poêle à gaz est à peu près impossible quand A est garni de terre.

les relier ensuite les unes aux autres. Il faut remarquer que la stérilisation de la terre est une opération difficile qui exige l'action prolongée d'une température élevée.

Quand l'appareil stérilisé est fixé sur son support, on le réunit par un tube de caoutchouc au barboteur E. Pour l'ensemencement, on ferme r_1 et on introduit la tubulure a, ouverte avec les précautions habituelles, dans le vase contenant la semence; puis on aspire doucement par l'orifice du barboteur D, au moyen d'un caoutchouc, si cela est nécessaire. On retire ensuite le vase; on flambe la tubulure a, et on la scelle à la lampe.

Quant au liquide nitraté, on le prélève avec une pipette flambée dans le ballon où il a été stérilisé, et on le transporte en R, avec les précautions connues.

Enfin, le gaz carbonique et l'air sont purifiés, avant leur entrée dans l'appareil, par les bourres de coton b_1, b'_1 et b''_1.

En résumé, le dispositif que nous venons de décrire avec détail est d'une manipulation sûre et d'un emploi avantageux pour l'étude physiologique des microbes aérobies ou anaérobies, toutes les fois qu'il y a intérêt à multiplier les surfaces de contact d'un liquide de culture et d'un gaz déterminé. Nous l'avons appliqué à la dénitrification et à la nitrification. Nous ne parlerons ici que des phénomènes de réduction obtenus avec le *B. denitrificans* α.

126. Voici comment nous procédons :

Les tubes A, A', A'' reçoivent chacun 70 grammes d'une bonne terre de jardin, calcaire et riche en humus. La terre, préalablement séchée à l'air libre, est tamisée et l'on ne retient que les grains ayant de 2 à 3 millimètres environ de diamètre. Ces dimensions sont convenables pour que liquides et gaz circulant en sens contraire se trouvent en contact sur une grande surface, et pour que la terre ne se tasse pas par l'imbibition. On empêche tout entraînement de matières solides dans les ballons inférieurs en faisant reposer la terre sur une couche de gros grains de carbonate de chaux et ceux-ci sur des fragments de verre.

Après stérilisation de tout l'appareil, on met dans les réservoirs supérieurs R, R', R'' de l'eau distillée tenant en dissolution un

gramme par litre de nitrate de potasse, et dans les ballons B, B′, B″ qui doivent recevoir des liquides fermentés, un volume connu d'une solution étendue de sulfate de cuivre ou de tout autre antiseptique. Cette précaution est indispensable pour empêcher que le nitrate non réduit par la terre ne le soit ultérieurement par les organismes entraînés avec le liquide dans les ballons.

Si l'un des appareils n'est pas ensemencé, on ne met pas d'antiseptique dans le ballon correspondant ; l'absence de microbes dans le liquide écoulé est la preuve que la stérilisation avait été bien faite.

127. Le 24 juin, tout étant préparé comme on vient de le dire, on ensemence A et A″ avec du *B. denitrificans* α jeune, et l'on fait circuler de l'acide carbonique dans A et A′, de l'air dans A″ ; le tube A′ non ensemencé doit servir de terme de comparaison. La température de l'étuve est de 35 degrés.

A partir de l'ensemencement, on fait écouler dans chaque appareil :

Le 24 juin.....	10^{cc}	de liquide nitraté.
Le 25 —	5	—
Du 25 juin au 8 juillet, 2^{cc},5 par jour, soit..	32,5	—
TOTAL.....	47,5	

Le 8 juillet, on met fin à l'expérience. Les poids de nitrate trouvé dans les liquides écoulés sont :

Dans A.....	46^{mg},8
— A′.....	79 ,2
— A″.....	81 ,5

On voit tout de suite qu'il y a eu perte de nitrate dans A, et que la présence de l'oxygène n'a point déterminé une nitrification sensible dans A″. En prenant la moyenne des nombres obtenus avec A′ et A″, on aura le poids de sel entraîné en dissolution, celui auquel il faut comparer 46^{mg},8 pour connaître le poids exact de nitrate réduit, ce qui donne :

Moyenne de A′ et A″.....	80^{mg},3
Poids de A.....	46 ,8
Nitrate détruit...	33 ,5

soit 41,7 0/0 du nitrate total et 480 milligrammes environ par kilogramme de terre.

Dans une autre expérience, au bout de quatre jours, du 17 au 20 juin, la proportion de nitrate décomposé dans la terre a été de 19 0/0.

128. Il résulte de ces expériences et de celles de la page 293 que le *B. denitrificans* α réduit les nitrates alcalins dans une terre végétale riche en humus, sans qu'il soit nécessaire de lui ajouter des substances étrangères, telles que du sucre ou du glucose. Les matières organiques de la terre suffisent donc à la nutrition du microbe et leur carbone peut être brûlé par l'oxygène de l'acide nitrique.

129. Que ce microbe, ou le *B. denitrificans* β, ou tout autre semblable, se soit développé dans les expériences de M. Th. Schlœsing sur la réduction des nitrates dans le sol, et l'on comprendra que la terre ait perdu, comme dans nos bouillons de culture, non seulement tout l'azote de son nitrate, mais encore une partie de celui de ses matières organiques azotées.

130. On comprendra également que l'ammoniaque formée ne fût pas en proportion équivalente au nitrate réduit, puisque nos expériences nous ont donné :

Pour le *B. denitrificans* α (page 249):

Ammoniaque correspondant à 1 gramme de nitre.....	168^{mg},3
— formée pendant la réduction.....	45 ,1
Proportion d'ammoniaque formée pendant la réduction.	26 ,8 %

et pour le *B. denitrificans* β (page 253):

Ammoniaque correspondant à 1^{gr},285 de nitrate.....	216^{mg},2
— formée pendant la réaction.....	25 ,4
Proportion d'ammoniaque formée pendant la réaction..	11 ,7 %

Or, M. Schlœsing a trouvé dans ses deux essais :

	I.	II.
Ammoniaque correspondant au nitrate employé...	1528^{mg}	1262^{mg}.
— formée pendant la réaction	101	192,7
Proportion d'ammoniaque formée.....	6,6 %	15, 3 %

L'un de nos nombres est précisément compris entre ceux de M. Schlœsing.

131. La proportion d'ammoniaque formée pendant la dénitrification dépend donc de la nature du microbe et sans nul doute aussi de la composition des matières azotées du sol.

Il est probable que l'origine de cette ammoniaque varie avec les propriétés physiologiques des organismes réducteurs qui vivent dans la terre végétale, et que son azote peut être emprunté soit à l'acide nitrique, soit aux substances organiques azotées. Dans le premier cas, les nitrates ne sont pas détruits en pure perte et sans aucune compensation; dans le second, l'azote organique devient soluble et plus aisément assimilable par les racines des végétaux.

132. La décomposition des nitrates employés comme engrais, ou formés par nitrification spontanée, n'est pas à redouter dans une terre en bonne culture, labourée souvent, meuble et bien aérée, car l'oxygène y pénètre assez profondément pour empêcher les microbes anaérobies de se développer et d'exercer leur fâcheuse influence réductrice.

Mais si la terre est recouverte d'eau ou simplement imprégnée d'humidité, l'air n'y circule plus librement, et les phénomènes de réduction ne tardent pas à apparaître, surtout à la température de l'été. La nature du sol, sa composition chimique, les germes qu'il renferme, influent naturellement sur la rapidité et sur la nature de la réaction.

133. Dans ces conditions, la réduction de l'acide nitrique s'arrête souvent à son premier degré, c'est-à-dire à la formation d'acide nitreux; aussi trouve-t-on presque toujours des nitrites dans les terres humides.

Par les temps secs, la proportion d'acide nitreux va en diminuant à mesure qu'on se rapproche de la surface du terrain; mais ce n'est point, comme le pense le colonel Chabrier, parce que « les nitrites en dissolution dans l'humidité terrestre » sont attirés à la surface du sol par la capillarité et qu'ils s'y » convertissent, au moins partiellement, en nitrates » (1), c'est simplement parce que la dessiccation facilite l'accès de l'oxygène

(1) *Annales de chimie et de physique*, 5e série, t. XXIII, p. 161, 1871.

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS

1° Nous avons démontré que la destruction des nitrates, dans les liquides de culture et dans la terre végétale, quel que soit le degré de réduction, n'est point un simple phénomène chimique, mais qu'elle est corrélative de la présence, du développement et de la multiplication des infiniment petits. Elle exige des milieux riches en matières organiques.

2° Indépendamment des microbes qui ne font que transformer les nitrates en nitrites, nous avons isolé à l'état de pureté deux bactéries dénitrifiantes (*Bacterium denitrificans* α et β) et étudié spécialement les propriétés de l'une d'elles, en insistant sur son aspect, son mode de développement, les milieux qui lui conviennent, et sur les circonstances qui favorisent son activité et ses propriétés réductrices.

3° Nos deux microbes se multiplient avec la même facilité dans les bouillons de viande et dans le liquide artificiel suivant :

Nitrate de potasse.....	10^{gr},00
Acide citrique.....	7 ,00
Asparagine.....	5 ,00
Phosphate de potasse.....	5 ,00
Sulfate de magnésie.....	5 ,00
Chlorure de calcium cristallisé.....	0 ,50
Sulfate de protoxyde de fer.....	0 ,05
Sulfate d'alumine.....	0 ,02
Silicate de soude.....	0 ,02
Ammoniaque, pour neutraliser.....	q. s.
Eau, pour compléter le volume à.....	1000^{cc}

4° Les vapeurs de mercure nuisent au développement des *Bacterium denitrificans*, tandis que l'acide salicylique et l'acide phénique sont sans action antiseptique sur ces deux organismes.

5° Nous avons montré que, suivant la composition du milieu nutritif, l'azote de l'acide nitrique se dégage seul ou mélangé à du protoxyde d'azote. La température, la concentration des liqueurs font varier la proportion de protoxyde d'azote.

6° L'oxygène de l'acide nitrique, qui ne reste pas combiné avec l'azote dans le protoxyde, brûle le carbone de la matière organique, et donne de l'acide carbonique qui se dissout en grande partie à l'état de bicarbonate de potasse.

7° Si la matière organique est azotée, comme dans le bouillon de viande, il y a formation d'ammoniaque et dégagement d'un léger excès de gaz azote qui s'ajoute à celui du nitrate.

8° Les résultats obtenus dans les liquides de culture ont été étendus à la terre végétale. Cette application rend compte non seulement des phénomènes de dénitrification constatés dans le sol, mais encore de toutes les particularités signalées par M. Th. Schlœsing.

9° En cherchant à nous rendre compte du mécanisme de la dénitrification par les *B. denitrificans*, nous avons été amenés à étudier l'action de l'hydrogène naissant sur les nitrates. Nous avons montré que le *Bacillus amylobacter* peut dégager de grandes quantités d'hydrogène dans la fermentation butyrique du sucre, du glucose ou de l'amidon, et néanmoins ne réduire que de très petites quantités de nitrate de potasse.

10° Nous pensons que la différence d'énergie réductrice de ces divers organismes est due à la quantité totale de chaleur mise à leur disposition par l'ensemble des réactions chimiques, et surtout à la différence de leurs exigences thermiques, lorsqu'ils jouent le rôle de ferments.

11° La décomposition des nitrates par le *B. denitrificans* n'est

ni une fermentation proprement dite, ni un phénomène secondaire; c'est une combustion des matières organiques par l'oxygène nitrique, produite avec dégagement d'une grande quantité de chaleur.

C'est le type de fermentations qui ne peuvent s'accomplir que par le concours simultané de plusieurs réactions chimiques.

NOTE SUR LA THÉORIE ÉLÉMENTAIRE

DES

MACHINES DYNAMO-ÉLECTRIQUES

PAR M. E. KOWALSKI

INGÉNIEUR DES ARTS ET MANUFACTURES, LICENCIÉ ÈS SCIENCES PHYSIQUES,
MEMBRE DE LA SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE.

INTRODUCTION

M. Sylvanus P. Thomson a publié récemment un remarquable ouvrage sur les machines dynamo-électriques. Cet ouvrage vient d'être traduit par M. Boistel; il renferme une théorie élémentaire des divers types de machines, basée sur la loi de Frölich relative à la relation qui existe entre l'intensité du champ magnétique d'un électro et celle du courant excitateur, loi que M. Thomson met sous la forme suivante :

$$H = \frac{G k (V i)}{1 + \sigma (V i)};$$

G, coefficient purement géométrique, dépendant des formes et dimensions des électro; k, coefficient de perméabilité magnétique du fer, variable de 2 à 50; σ, un *très petit* nombre dépendant de la qualité et de la masse des noyaux de fer des électro; Vi, symbole représentant le nombre d'*ampères tours* excitateurs.

Partant de cette relation, M. Thomson l'applique successivement aux machines dites *séries dynamo* et *dynamo en dérivation*. Puis, passant à l'étude des machines dites *Compound*, très importantes en pratique, puisque c'est à ce type qu'appartiennent les

machines autorégulatrices permettant de maintenir automatiquement une différence de potentiel constante aux bornes pour ne citer que le cas le plus important, M. Thomson laisse de côté (sauf à y revenir nous verrons comment) cette relation fondamentale et prend comme point de départ l'hypothèse de la proportionnalité de H et de i. Il établit ainsi, page 259 de la traduction française, uue relation entre la force électro-motrice aux bornes e, les constantes de la machine, sa vitesse et les intensités i_d et i_a, du courant parcourant le circuit excitateur dérivé et du courant engendré dans l'armature rotative génératrice du courant.

Cette relation serait de la forme

$$e = \mathrm{M} i_d + i_a(\mathrm{M}' - \mathrm{M}'),$$

et M. Thomson égale à zéro la quantité $\mathrm{M}' - \mathrm{M}'$, ce qui lui donne une *première équation de condition* d'où il déduit la *vitesse critique* de la machine.

Je remarque d'abord que la valeur de e n'est pas pour cela constante, car on a $e = \mathrm{M} i_d$ et rien ne prouve que i_d soit fixe; de plus i_d est lui-même proportionnel à e de telle sorte que l'on a, en définitive, une relation d'où on ne peut tirer la valeur de e.

M. Thomson fait, du reste, remarquer lui-même, page 232 de la traduction française, l'indétermination résultant de l'hypothèse $\mathrm{H} = ki$. Aussi, dans le cas qui nous occupe, a-t-il recours, pour déterminer e, au moyen suivant : Observant qu'une machine Compound devient une série dynamo, si on ouvre la dérivation ou si on ouvre le circuit extérieur; que, d'autre part, si e est effectivement constant, on trouvera sa valeur, quelle que soit l'hypothèse particulière sur la résistance extérieure, il déduit e de la formule obtenue par lui pour la série dynamo en partant de la loi de Frölich, et introduit ainsi, pour achever le calcul, *une hypothèse différente de celle admise au début*. La valeur de e ainsi déterminée lui fournit ensuite une deuxième équation de condition.

Quelle que soit la haute situation et l'autorité de M. Thomson, ce mode de procéder m'a paru défectueux. D'autre part, il me semblait que la machine Compound comprenant les deux autres

types comme cas particulier, il était possible d'établir des formules générales déduites de la loi de Frölich et embrassant les trois types; je me proposais enfin de voir si les conditions mêmes de construction admises dans la pratique ne permettaient pas de réaliser l'autorégulation sans supposer la proportionnalité de H et i que M. Thomson rejette ensuite. — J'ai consacré quelques instants de loisir que me laissaient les vacances à cette recherche, et j'ai été assez heureux pour trouver des formules me donnant comme vérification toutes celles trouvées par M. Thomson dans les divers cas particuliers. J'ai ensuite appliqué la formule générale à l'étude de la question de l'amorçage et du désamorçage des trois types de machines, puis à la recherche de l'équation de la courbe dite *caractéristique*, et établi la relation qui lie ses éléments géométriques aux constantes de la machine.

Dans le courant de ce travail j'emploierai le système de notations indiqué par le tableau ci-après :

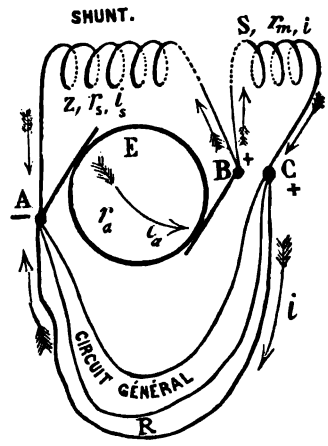
Fig. 1.

Diagramme général d'une Dynamo.

A, Balais servant de borne négative.
B, Second balais.
C, Borne positive.

Notations.

E, Fem induite dans l'armature.
i_a, Intensité du courant parcourant celle-ci.
r_a, Sa résistance.



i, Intensité du courant dans le circuit général.
R, Résistance de celui-ci entre les bornes A et C.
r_m, Résistance de la portion du circuit général enroulée sur les électros.
S, Nombre de tours de cette portion.
r_s, Résistance de la dérivation excitatrice.

Z, Nombre de tours correspondant.
i_s, Intensité du courant dans cette dérivation (Shunt).
ε, Différence de potentiel entre A et B.
e, Différence de potentiel entre A et C.
n, Nombre de tours, par minute, de l'armature.
H, Intensité du champ magnétique.
K, σ, Coefficients de perméabilité et de saturation magnétique.
A, G, Coefficients de construction.

§ 1. — Établissement de la formule générale

Dans la théorie élémentaire que nous voulons établir, nous négligerons les actions secondaires telles que les réactions de l'armature sur le champ magnétique des électros, etc., etc., ainsi que le fait M. Thomson dans son traité des Dynamo. En vertu des principes fondamentaux de l'induction, la Fem induite dans l'armature est proportionnelle à H et au nombre de tours n. Nous poserons donc $E = nAH$, A étant un coefficient constant pour une machine donnée.

D'autre part, d'après la loi de Frölich, nous poserons

$$H = GK.\frac{Zi_1 + Si}{1 + \sigma(Zi_1 + Si)}.$$

En vertu de ces relations, en tenant compte de la loi de Ohm, et de celle des courants dérivés, nous aurons les équations suivantes :

(1) $$i_a = i + i_1.$$

(2) $$e = Ri.$$

(3) $$\varepsilon = r_1 i_1.$$

(4) $$\varepsilon = (r_m + R)i.$$

(5) $$E - \varepsilon = r_a i_a.$$

(6) $$H = G(Zi_1 + Si)\frac{K}{1 + \sigma(Zi_1 + Si)}.$$

(7) $$E = nAH.$$

(8) $$E = \left(r_a + \frac{(R + r_m)r_1}{R + r_m + r_1}\right) i_a.$$

Le facteur entre parenthèses étant la résistance du circuit complexe formé par l'armature le Shunt et le reste du circuit.

Des éléments à déterminer à l'aide de ce système d'équations, le plus important, pour notre but du moins, est la différence de potentiel e aux bornes de la machine.

Les équations (1), (2), (3) donnent

$$i_a = \frac{e}{R} + \frac{\varepsilon}{r_1}$$

et, tenant compte de (4),

$$i_a = \frac{e}{R} + \frac{1}{r_s}(R + r_m)\frac{e}{R} = \frac{e}{R}\cdot\frac{R + r_m + r_s}{r_s}.$$

Substituant dans (8), il vient, après réduction,

$$E = \frac{e}{Rr_s}[(R + r_m)(r_a + r_s) + r_a r_s].$$

Les équations (2), (3) et (4) donnent, d'autre part,

$$i_s = e.\frac{R + r_m}{Rr_s}.$$

Substituant dans l'équation (6), on a

$$H = GK\frac{e}{R}\left(Z\frac{R + r_m}{r_s} + S\right).\frac{1}{1 + \sigma\frac{e}{R}\left(Z\frac{R + r_m}{r_s} + S\right)},$$

et posant $R + r_m = \rho$, il vient]

$$H = GKe\,\frac{Z\rho + Sr_s}{Rr_s + \sigma e(Z\rho + Sr_s)},$$

d'où, d'après l'équation (7), la nouvelle valeur de E

$$E = nAGKe\,\frac{Z\rho + Sr_s}{Rr_s + \sigma e(Z\rho + Sr_s)}. \tag{9}$$

Égalant les deux valeurs trouvées pour E et supprimant le facteur commun e, on a, en posant $nAGK = P$:

$$P\,\frac{Z\rho + Sr_s}{Rr_s + \sigma e(Z\rho + Sr_s)} = \frac{1}{Rr_s}[\rho(r_a + r_s) + r_a r_s],$$

d'où l'on tire

$$e = \frac{Rr_s}{\sigma}\cdot\frac{P(Z\rho + Sr_s) - \rho(r_a + r_s) - r_a r_s}{(Z\rho + Sr_s)[\rho(r_a + r_s) + r_a r_s]}$$

et

$$e = \frac{1}{\sigma}\cdot\left[\frac{PRr_s}{\rho(r_a + r_s) + r_a r_s} - \frac{Rr_s}{Z\rho + Sr_s}\right]. \tag{10}$$

La valeur de e étant ainsi obtenue, les équations (9), (2), (4), (3), (1) donneront successivement les quantités E, i, ε, i_s, i_a. On connaîtra donc tous les éléments de fonctionnement de la machine.

---

§ 2. — Examen des cas particuliers.

1° Si nous supposons le circuit extérieur ouvert, c'est-à-dire si nous supposons $R = \infty$, la machine fonctionne comme une série Dynamo, où r_s représente la résistance extérieure totale, et où e coïncide avec la différence de potentiel ε aux balais. Faisant dans la formule générale (10) $S = 0$, R et ρ infinis et observant que le rapport $\frac{R}{\rho}$ a pour limite l'unité, on trouve

$$\varepsilon = e = \frac{r_s}{\sigma}\left[\frac{P}{(r_a + r_s)} - \frac{1}{Z}\right], \tag{11}$$

formule utilisée par M. Thomson pour trouver la différence de potentiel aux bornes d'une Compound régulatrice, d'après la remarque faite au début de cette note.

2° *Série dynamo.* — Pour obtenir la formule applicable à ce type de machines, il suffit de supposer $r_s = \infty$; dans la formule générale, la valeur de e peut s'écrire

$$e = \frac{R}{\sigma}\left[\frac{P}{\rho\left(\frac{r_a}{r_s} + 1\right) + r_a} - \frac{1}{Z\frac{\rho}{r_s} + S}\right].$$

L'hypothèse $r_s = \infty$ nous donnera, en nous rappelant que $\rho = R + r_m$,

$$e = \frac{R}{\sigma}\left(\frac{P}{R + r_m + r_a} - \frac{1}{S}\right). \tag{12}$$

C'est précisément la formule établie directement par Thomson pour ce genre de machines, page 228 de la traduction française.

3° *Shunt-dynamo.* — Nous devrons supposer dans notre formule générale $S = 0$, $r_m = 0$ et par suite $\rho = R$, ce qui nous donne

$$e = \frac{r_s}{\sigma}\left[\frac{PR}{R(r_a + r_s) + r_a r_s} - \frac{1}{Z}\right]. \tag{13}$$

Cette formule diffère par la forme de celle établie directement par Thomson, page 240 de la traduction française, mais on peut facilement la ramener à celle-ci.

On peut écrire

$$e = \frac{1}{\sigma}\left[\frac{P}{\frac{R(r_a + r_s) + r_a r_s}{R r_s}} - \frac{r_s}{Z}\right],$$

la fraction

$$\frac{R(r_a + r_s) + r_a r_s}{R r_s} = \frac{r_a}{r_s} + \frac{r_s}{r_s} + \frac{r_a}{R},$$

et remplaçant $\frac{r_s}{r_s} = 1$ par $\frac{r_a}{r_a}$ et mettant r_a en facteur commun, on pourra écrire

$$e = \frac{1}{\sigma}\left[\frac{P}{r_a\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_s}\right)} - \frac{r_s}{Z}\right]. \tag{13 bis}$$

C'est la forme donnée par Thomson.

---

§ 3. — De la Self-régulation.

Si l'on examine les conditions de construction des machines autorégulatrices à potentiel constant aux bornes, on arrive, d'après les chiffres mêmes fournis par M. Thomson, aux conclusions suivantes :

1° r_a et r_m sont des quantités très petites, leur produit est donc négligeable.

2° La résistance extérieure *variable* R a en général une valeur

notable. Ainsi, un ensemble de 192 lampes Edison disposées sur *autant* de circuits séparés en dérivation sur les bornes présenterait encore une résistance R *au moins* égale à 0,88. Nous pourrons donc supposer la fraction $\frac{r_m}{R}$ toujours négligeable devant l'unité.

3° Le nombre de tours Z est *considérable* par rapport au nombre de tours S, de telle sorte que la quantité $S\left(\frac{r_s}{R}\right)^2(r_a+r_m)$, évidemment négligeable devant la quantité $Z\frac{r_s}{R}(r_a+r_m)$ pour des valeurs un peu fortes de R, est encore faible par rapport à celle-ci même pour des valeurs un peu inférieures à l'unité et *exceptionnelles*, telle que celle indiquée ci-dessus; nous pourrons donc négliger le premier de ces termes devant le second.

Sous le bénéfice de ces conditions résultant des *données mêmes de construction*, nous allons pouvoir, sans changer la base fondamentale de nos calculs, en continuant par conséquent à adopter la loi de Frölich, établir et la possibilité et les conditions mêmes de l'autorégulation.

En négligeant le produit $r_a r_m$, la formule générale (10) peut s'écrire :

$$e=\frac{r_s}{\sigma}\left[\frac{P}{(r_a+r_s)+\frac{r_s}{R}(r_m+r_a)}-\frac{1}{Z\left(1+\frac{r_m}{R}\right)+S\frac{r_s}{R}}\right],$$

et négligeant maintenant $\frac{r_m}{R}$ devant l'unité

$$e=\frac{r_s}{\sigma}\left[\frac{P}{(r_a+r_s)+\frac{r_s}{R}(r_a+r_m)}-\frac{1}{Z+S\frac{r_s}{R}}\right];$$

réduisant au même dénominateur et effectuant, il vient

$$=\frac{r_s}{\sigma}\left[\frac{PZ+PS\frac{r_s}{R}-(r_a+r_s)-\frac{r_s}{R}(r_m+r_a)}{Z(r_a+r_s)+Z\frac{r_s}{R}(r_a+r_m)+S\frac{r_s}{R}(r_a+r_s)+S\left(\frac{r_s}{R}\right)^2(r_m+r_a)}\right]$$

Négligeant alors au dénominateur le terme en $\frac{1}{R^2}$, il vient

$$e=\frac{r_s}{\sigma}\left[\frac{PZ-(r_a+r_s)+\frac{r_s}{R}[PS-(r_a+r_m)]}{Z(r_a+r_s)+\frac{r_s}{R}[Z(r_m+r_a)+S(r_a+r_s)]}\right],$$

et posant, pour simplifier,

$$r_a+r_s=\lambda, \qquad r_a+r_m=\mu,$$

on a

$$e=\frac{r_s}{\sigma}\left[\frac{(PZ-\lambda)+\frac{r_s}{R}(PS-\mu)}{\lambda Z+\frac{r_s}{R}(\mu Z+\lambda S)}\right]. \tag{14}$$

Ceci posé, pour que e soit indépendant de R, il faut et il suffit d'avoir

$$\frac{PZ-\lambda}{\lambda Z}=\frac{PS-\mu}{\mu Z+\lambda S},$$

relation qui donne

$$P=\frac{\lambda^2 S}{\mu Z^2}. \tag{15}$$

Telle est la *condition du self-régulation*. — Comme $P=nAGK$ et que AGK est une constante pour une machine donnée, on voit que cette condition s'interprète, en disant qu'il faut, pour l'auto-régulation, que la machine possède une vitesse déterminée par ses conditions de construction. Cette vitesse a été désignée sous le nom de *vitesse critique*.

Cette condition étant supposée remplie, la valeur constante de e devient

$$e_1=\frac{r_s}{\sigma}\left(\frac{P}{\lambda}-\frac{1}{Z}\right). \tag{16}$$

Remarque. — Si l'on se rappelle que $\lambda=r_a+r_s$, on voit que cette valeur de e coïncide avec celle fournie par la formule (11). Ce qui est une vérification de nos calculs, puisque si e est effecti-

vement constant, on doit trouver cette valeur même si le circuit extérieur est ouvert.

En éliminant P entre les relations (15) et (16), on obtient facilement

$$e_1 = \frac{r_s}{\sigma} \cdot \frac{\lambda S - \mu Z}{\mu Z^2}. \tag{17}$$

Cette nouvelle forme donnée à e_1 nous conduit à la remarque suivante: σ et μ étant des quantités très petites, leur produit $\sigma\mu$ est excessivement faible, le dénominateur de e_1 est donc un nombre très petit. Si donc on veut, et c'est ce qui a toujours lieu, obtenir pour e_1 une valeur tant soit peu considérable, le numérateur lui-même devra être très petit; mais la quantité r_s est toujours assez notable (1000 à 1500 r_a), il faut doncque la quantité $\lambda S - \mu Z$ soit un très petit nombre.

Le rapport $\frac{S}{Z}$ doit donc être peu différent du rapport $\frac{\mu}{\lambda}$ ou de $\frac{r_a + r_m}{r_a + r_s}$; et comme r_s est fort grand par rapport à r_a et r_m, on voit que S doit être très petit par rapport à Z. Condition de construction que nous avons admise et dont nous voyons maintenant la raison.

M. Thomson est conduit par son procédé de calcul à la même relation, ou du moins à poser rigoureusement $\lambda S - \mu Z = 0$. Ce qui est peu différent de notre résultat.

Si nous admettons avec cet auteur l'égalité

$$\frac{S}{Z} = \frac{\mu}{\lambda} = \frac{r_a + r_m}{r_a + r_s}, \tag{18}$$

notre formule (16) se simplifie et l'on trouve pour la condition d'autorégulation

$$P = \frac{\mu}{S} \quad \text{ou} \quad P = \frac{r_a + r_m}{S}, \tag{19}$$

valeur très simple qui coïncide avec celle obtenue tout autrement par M. Thomson, page 259 de la traduction française.

§ 4. — De l'Amorçage et du Désamorçage des Dynamo.

Si on calcule, en partant de la formule fondamentale (10), la valeur de la Fem induite par une dynamo, on trouve dans tous les cas une expression de la forme

$$E = \frac{1}{\sigma}[P - f(R,X)].$$

X étant une quantité dépendant des éléments de construction de la machine et R désignant la résistance extérieure, E devant être positif, la machine ne fonctionnera qu'autant que l'on aura $P > f(R,X)$.

D'où

$$n > \frac{1}{AGK} f(R,X).$$

L'influence de R sur la vitesse d'amorcement varie du reste suivant le type de la machine.

1° *Série dynamo.* — On trouve facilement

$$E = \frac{1}{\sigma}\left(P - \frac{R + r_a + r_m}{S}\right).$$

La condition de fonctionnement est donc

$$P > \frac{R + r_a + r_m}{S}.$$

On voit que P et par suite la vitesse n d'amorcement croît avec R, et qu'on pourra toujours désamorcer une machine fonctionnant à une vitesse donnée en augmentant suffisamment la résistance R.

2° *Shunt dynamo.* — En posant $r_a + r_s = r$ (Résistance intérieure totale), on a

$$E = \frac{1}{}\left(P - \frac{r_a r_s + Rr}{RZ}\right).$$

La condition de fonctionnement est donc :

$$P > \frac{1}{Z}\left(r_a \frac{r_s}{R} + r\right).$$

Dans ces machines P et par suite n varient en sens inverse de la résistance R; c'est en diminuant celle-ci qu'on peut les désamorcer. Cette différence capitale entre les deux catégories de machines s'explique du reste *a priori*, en observant que la machine se désamorce lorsque l'intensité du courant excitateur des électros devient très faible.

3° *Compound dynamo.* — En posant $R + r_m = \rho$, on a :

$$E = \frac{1}{\sigma}\left[P - \frac{\rho(r_a + r_s) + r_a r_s}{Z\rho + Sr_s}\right]$$

où

$$E = \frac{1}{\sigma}\psi.$$

On a

$$\frac{d\psi}{d\rho} = \frac{(r_a + r_s)Sr_s - Zr_a r_s}{(Z\rho + Sr_s)^2},$$

et le signe de cette dérivée dépend du signe du numérateur

$$(r_a + r_s)Sr_s - Zr_a r_s,$$

et par suite du rapport $\frac{S}{Z}$ des nombres de tours excitateurs en série ou en dérivation.

Ces machines se comporteront donc suivant les cas, au point de vue de l'amorçage, comme la série ou comme les Shunt dynamo.

Si l'on a

$$\frac{S}{Z} = \frac{r_a}{r_a + r_s},$$

$\frac{d\varphi}{d\rho}$ sera nul et la vitesse d'amorçage sera indépendante de la résistance extérieure.

§ 5. — De la Caractéristique.

Pour une vitesse déterminée une dynamo présente *à ses bornes*, pour une résistance extérieure R donnée, une différence de potentiel, ou fem, e, donnant naissance dans le circuit extérieur à un courant d'intensité i correspondante et nous avons les deux équations simultanées $\begin{cases} e = Ri \\ e = f(R) \end{cases}$, f étant une fonction que nous avons calculée pour les trois types de machines. En éliminant R entre ces deux équations, nous obtiendrons une équation $\varphi(e, i)$ subsistant pour toutes les valeurs de R et ne dépendant pour une vitesse donnée que des éléments de construction de la machine. Si on trace la courbe correspondante, on a une courbe à laquelle M. Despretz a donné le nom de *caractéristique*. L'expérience permet de la tracer par points, mais je me propose ici d'en déterminer l'équation, en négligeant bien entendu comme ci-dessus les actions secondaires et admettant la loi de Frölich, puis d'en déduire quelques conséquences remarquables. Il est bien évident d'abord que pour une dynamo autorégulatrice à potentiel constant aux bornes, cette courbe est une droite parallèle à l'axe des i; et pour des machines bien établies les résultats expérimentaux s'écartent très peu de ceux de la théorie (Voir, p. 321 de la traduction française les caractéristiques des machines Gülcher et Schuckert Mordey). Pour les deux autres types de machine nous allons les examiner successivement.

1° *Série dynamo.* — En posant $r_a + r_m = r$ et $\frac{1}{S} = T$, on aura à éliminer R entre les deux équations

$$\begin{cases} e = Ri, \\ e = \frac{R}{\sigma}\left(\frac{P}{R+r} - T\right). \end{cases}$$

La deuxième équation peut s'écrire $(\sigma e + TR)(R + r) = PR$; l'élimination est immédiate et donne, après simplification,

$$(\sigma i + T)(e + ri) = Pi.$$

La courbe est une hyperbole. Elle passe par l'origine. Les coordonnées du centre sont

$$\begin{cases} i_c = -\dfrac{T}{\sigma}, \\ e_c = \dfrac{P + rT}{\sigma}. \end{cases}$$

L'une des asymptotes est la droite $\sigma i + T = 0$; et la seconde est parallèle à la droite $e + ri = 0$. On connaît donc tous les éléments de cette courbe en fonction des constantes de la machine.

Réciproquement, on voit que quatre observations permettront (l'origine étant un point de la courbe) de déterminer la courbe et l'on pourra alors obtenir géométriquement les éléments essentiels de celle-ci; et par suite on pourra obtenir les constantes d'une machine construite.

Si nous supposons connus 1° le nombre de tours S, d'où T; 2° le rapport $\frac{r_a}{r_m}$, nous aurons successivement:

(*a*) La résistance intérieure $r = r_a + r_m$ par le coefficient angulaire $\frac{e}{i}$ de l'asymptote oblique aux axes; et r étant connu, nous aurons r_a et r_m;

(*b*) Le rapport $\frac{T}{\sigma}$, d'où la constante σ de saturation nous sera donnée (au signe près) par l'abscisse du point où l'asymptote parallèle à l'axe des e coupera celui des i;

(*c*) L'ordonnée e_c du centre $\left(\frac{rT + P}{\sigma}\right)$ nous donnera P pour la vitesse n des expériences. Le quotient $\frac{P}{n}$ nous donnera alors le produit AGK *qui se présente dans les calculs comme une constante unique.* Celle-ci connue, en la multipliant par n on aura P pour toute vitesse imprimée à la machine.

On a donc en définitive toutes les constantes caractéristiques de la machine.

2° *Shunt dynamo.* — Une marche tout à fait identique,

c'est-à-dire l'élimination très simple de R entre les deux équations

$$\begin{cases} e = \mathrm{R}i, \\ e = \dfrac{\mathrm{R}r_s}{\sigma}\left(\dfrac{\mathrm{P}}{\rho^2 + \mathrm{R}r} - \dfrac{\mathrm{T}}{\mathrm{R}}\right), \end{cases}$$

où l'on a posé

$$r_a + r_s = r, \quad r_a r_s = \rho^2, \quad \frac{1}{\mathrm{Z}} = \mathrm{T},$$

donne pour équation de la caractéristique

$$(\sigma e + \mathrm{T}r_s)(\rho^2 i + re) - \mathrm{P}r_s e = 0.$$

C'est encore une hyperbole passant par l'origine.

Les coordonnées du centre en sont

$$\begin{cases} e_c = \dfrac{\mathrm{T}r_s}{\sigma}, \\ i_c = \dfrac{\mathrm{T} + \mathrm{P}r}{\sigma r_a}. \end{cases}$$

L'une des asymptotes $\sigma e + \mathrm{T}r_s = 0$ est parallèle à l'axe des i.

La deuxième est parallèle à la droite $\rho^2 i + re = 0$.

La courbe peut être comme ci-dessus déterminée par quatre points fournis par quatre observations; et l'on en déduira comme suit les constantes de la machine, connaissant Z ou son inverse T et le rapport $\frac{r_s}{r_a}$.

(*a*) Le coefficient angulaire $\frac{e}{i}$ de l'asymptote oblique aux axes $\left(-\dfrac{r_s}{1 + \dfrac{r_s}{r_a}}\right)$ nous donnera r_s d'où r_a.

(*b*) L'ordonnée $\left(-\dfrac{\mathrm{T}r_s}{\sigma}\right)$ du pied sur l'axe des e de l'autre asymptote nous fournira la constante σ de saturation.

(*c*) Enfin l'abscisse du centre $\dfrac{1}{\sigma}\left(\dfrac{\mathrm{P} + \mathrm{T}r}{r_a}\right)$ nous donnera P, d'où la constante AGK.

Remarque 1. — Dans les deux cas, la portion de la courbe répondant au point de vue physique est évidemment celle qui

répond à des valeurs + des variables e et i, c'est-à-dire celle qui est située dans l'angle des coordonnées positives. Si on cherche les intersections de la courbe et des axes, on voit que, l'origine mise à part, et tenant compte des conditions d'amorçage trouvées plus haut, la courbe coupe les axes savoir : celui des i en un point dont l'abscisse est positive dans le cas de la série dynamo; celui des e en un point d'ordonnée positive pour la Shunt dynamo. Cette remarque achève de préciser l'allure de la courbe représentée figure 2 pour le premier cas, figure 3 pour le second.

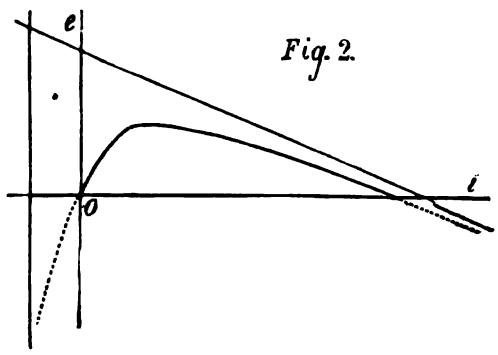


Fig. 2.

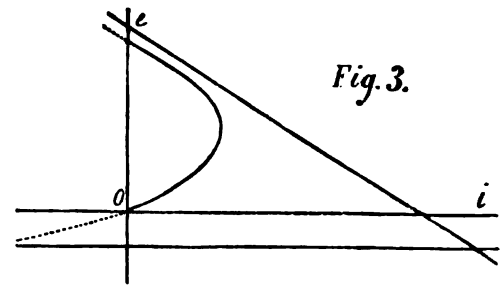


Fig. 3.

En se reportant aux diagrammes donnés par Thomson pages 302, 313 de la traduction française, on voit que l'expérience donne des résultats s'approchant assez de ceux du calcul pour que l'écart puisse être attribué aux réactions secondaires que nous avons sciemment négligées.

Remarque 2. — Comme il est facile de transformer une machine Compound en une série ou une Shunt dynamo (il suffit d'ouvrir dans le premier cas la dérivation et dans le second de mettre les bornes B et C en relation directe par un conducteur de résistance pratiquement nulle), on pourra toujours obtenir les caractéristiques relatives à ces deux modes de fonctionnement, et obtenir les constantes de la machine par la considération de ces deux courbes.

SABLES ET VASES

DE LA GIRONDE

ÉTUDE

PAR M. HAUTREUX

LIEUTENANT DE VAISSEAU.

Vases en suspension dans le fleuve.

Débit du fleuve. — Dans le Mémoire à l'appui de l'avant-projet pour l'amélioration des passes de la basse Garonne et de la partie supérieure de la Gironde, par M. Pairier, ingénieur des ponts et chaussées (Bordeaux, 1851, p. 11), on trouve que le volume d'eau que reçoit la Gironde des deux rivières Garonne et Dordogne est :

A l'étiage, au minimum, de.....	175	mètres cubes par seconde
Dans les eaux moyennes, de.....	1,000	—
Dans les crues ordinaires, de.....	6,000	—
Dans les crues extraordinaires, de..	17,000	—

D'autre part, à l'embouchure, entre la pointe de Grave et la pointe de Suzac, la largeur du fleuve est de 5,000 mètres, sa profondeur moyenne de 20 mètres. La surface de section est d'environ 100,000 mètres carrés. La vitesse des courants de marée est, en une seconde,

de 1 mètre 50 en morte eau,
de 2 mètres en vive eau.

C'est 150,000 à 200,000 mètres cubes à la seconde qui sont mis en mouvement par les courants de marée.

Ainsi le débit des deux rivières est au volume des eaux de marée dans le rapport suivant :

A l'étiage.....	$\frac{1}{900}$ à $\frac{1}{1200}$
Dans les eaux moyennes.....	$\frac{1}{150}$ à $\frac{1}{210}$
Dans les crues ordinaires.....	$\frac{1}{25}$ à $\frac{1}{33}$
Dans les crues extraordinaires..	$\frac{1}{9}$ à $\frac{1}{12}$

Vases en suspension. — La Gironde est très limoneuse; elle tient en suspension des vases en quantité considérable.

On estime (même Mémoire, p. 34) que les deux rivières Garonne et Dordogne apportent un débit moyen d'hiver et d'été de 1,000 mètres cubes à la seconde et que la vase en suspension, en amont de la limite où se fait sentir la marée, est de $\frac{16}{100,000}$ de ce volume et de $\frac{23}{100,000}$ en poids, soit 230 grammes par tonne; enfin que l'apport total annuel peut s'estimer à cinq millions de mètres cubes de vase : c'est une moyenne par jour de 13,700 mètres cubes.

Le mouvement des eaux de marée étant de 150,000 à 200,000 mètres cubes à la seconde, est de 150 à 200 fois plus considérable que l'apport moyen des deux rivières. Cette masse d'eau est chargée aussi d'une certaine quantité de limon; une partie de cette eau qui a dépassé la pointe de Grave est entraînée au large avec les vases qu'elle tient en suspension, et en débarrasse à tout jamais la rivière.

L'avance du jusant sur le flot ou la différence de parcours des deux courants à l'embouchure, déterminée par les travaux de M. Manen, ingénieur hydrographe de la marine, est connue et estimée à 6,000 mètres.

Le jeu des marées entraîne ainsi chaque jour deux milliards de mètres cubes d'eau, ayant subi tous les mélanges dans l'intérieur du fleuve et qui ont aussi de la vase en suspension.

Cette vase peut être en très petite quantité et cependant par la grandeur des masses mises en mouvement produire des résultats considérables.

Il suffit, en effet, que cette eau contienne la quantité infinitésimale de 7 grammes de vase par mètre cube d'eau pour que les 14,000 mètres cubes apportés journellement par les deux rivières soient expulsés et transportés hors du bassin de la Gironde, et que l'équilibre entre l'apport des vases provenant des deux rivières et leur sortie à la mer existe.

Des expériences sur la quantité de vase tenue en suspension dans les eaux du fleuve, près de l'embouchure, auraient un grand intérêt, car on trouve des différences très considérables dans la composition de ces eaux et dans des points très rapprochés. Ces différences s'accentuent d'autant plus qu'on est plus voisin de la pointe de Grave et de l'irruption dans le fleuve des eaux de marée qui oscillent dans l'estuaire.

Nous avons fait recueillir de l'eau de la surface du fleuve, et pour éviter ces causes d'aberrations, nous avons fait prendre ces échantillons, tantôt dans le chenal du Médoc, tantôt dans le chenal de Saintonge, sur la ligne qui joint By et Maubert. Cette ligne étant la limite extrême que peuvent atteindre, en une seule marée, les eaux qui, de l'estuaire marin proprement dit, viennent d'au delà de la pointe de Grave pénétrer avec le flot dans le fleuve. C'est aussi à partir de cette ligne que les eaux entraînées par le jusant dépassent en une seule marée la pointe de Grave, et sont définitivement expulsées vers le large.

Au point du fleuve que nous considérons et où ont été recueillis ces échantillons, la section de marée basse est de 24,000 mètres carrés; la différence des chemins parcourus, sur l'une et l'autre rive, par les courants de flot et de jusant, est de 6 à 7 kilomètres en faveur du jusant, ce qui constitue l'écoulement du fleuve vers la mer; c'est donc à chaque marée de jusant, deux fois par jour, que le fleuve charrie au delà de la pointe de Grave une colonne d'eau de ($24,000 \times 6,000$) ou de 150,000,000 de mètres cubes, et pour 24 heures près de 300 millions de mètres cubes.

On a laissé décanter ces échantillons, séché et pesé les résidus et l'on a obtenu les résultats suivants :

Vases en suspension dans les eaux de la Gironde par mètre cube d'eau.

DATES	HAUTEUR de marée	PHASE lunaire		COURANT DE MARÉE	PAR MÈTRE cube
23 février	4,90	P. L. le 18.	Vers By.	4 h. de jusant.	50 gr.
id.	4,90	id.	Vers Maubert.	4 h. 1/2 de jusant.	650 gr.
22 avril.	4,75	P. L. le 18.	Vers By.	3 h. de jusant.	100 gr.
id.	4,75	—	Vers Maubert.	4 h. de jusant.	700 gr.
24 juin.	3,85	D. Q. le 24.	Vers By.	4 h. de jusant.	300 gr.
25 juin.	3,80	—	id.	1 h. de jusant.	50 gr.
27 juin.	4,00	—	id.	4 h. de jusant.	200 gr.
29 juin.	4,25	—	Vers Maubert.	3 h. de flot.	50 gr.
1 juillet.	4,75	N. L. le 1er.	id.	5 h. de jusant.	2,150 gr.
2 juillet.	4,95	—	Vers By.	4 h. 1/2 de flot.	150 gr.
3 juillet.	5,20	—	id.	5 h. de jusant.	2,300 gr.
5 juillet.	5,00	—	Vers Maubert.	3 h. de flot.	100 gr.
8 juillet.	4,30	P. Q. le 8.	Vers By.	4 h. 1/2 de jusant.	500 gr.
9 juillet.	4,15	—	id.	Pleine mer.	150 gr.
11 juillet.	4,10	—	id.	5 h. de jusant.	900 gr.
13 juillet.	4,25	—	id.	5 h. de flot.	50 gr.
14 juillet.	4,25	—	id.	5 h. 1/2 de jusant.	1,400 gr.
16 juillet.	4,65	P. L. le 16.	id.	3 h. 45 de flot.	550 gr.
17 juillet.	4.70	—	id.	Basse mer.	1,300 gr.
20 juillet.	4,45	—	id.	5 h. 1/2 de flot.	50 gr.
22 juillet.	4,20	—	id.	4 h. 1/2 de jusant.	200 gr.
23 juillet.	4.00	D. Q. le 24.	id.	5 h. de flot.	100 gr.
25 juillet.	3,85	—	id.	4 h. 1/2 de jusant.	200 gr.
27 juillet.	4,00	—	id.	4 h. de flot.	150 gr.
29 juillet.	4,50	—	id.	5 h. 1/2 de jusant.	350 gr.
30 juillet.	4,95	—	id.	3 h. de flot.	350 gr.
31 juillet.	5,20	N. L. le 1er.	id.	5 h. 1/2 de jusant.	1,000 gr.
3 août.	5,25	—	id.	2 h. 1/2 de flot.	200 gr.
5 août.	4,80	—	id.	Basse mer.	700 gr.
6 août.	4,40	P. Q. le 6.	id.	4 h. de flot.	150 gr.
6 août.	» »	Mascaret.	Bordeaux.	5 h. de jusant.	100 gr.
8 août.	3,95	—	Vers By.	5 h. de jusant.	200 gr.
10 août.	3,95	—	id.	4 h. de flot.	150 gr.
12 août.	4,20	—	id.	5 h. 1/2 de jusant.	450 gr.
13 août.	4.50	—	id.	5 h. 1/2 de flot.	300 gr.
14 août.	4,65	P. L. le 14.	id.	5 h. 1/2 de jusant.	700 gr.
17 août.	4.75	—	id.	3 h. de flot.	200 gr.
19 août.	4,50	—	id.	Basse mer.	600 gr.
20 août.	4,45	—	id.	Pleine mer.	50 gr.

Le chiffre moyen de vase trouvé dans ces eaux est de 500 grammes par mètre cube, il donnerait 150,000 mètres cubes de vase rejetés à la mer chaque jour; c'est dix fois ce qu'apportent les fleuves réunis dans une journée moyenne.

On voit que, dans ces expériences, les eaux du fleuve, quel que soit le point où elles ont été recueillies, étaient chargées de bien plus de vases qu'il n'était nécessaire pour entraîner au large tout l'apport limoneux des deux rivières.

Dans ce tableau, on voit clairement ressortir la relation qui existe entre la quantité de vase en suspension et la hauteur des marées, c'est-à-dire avec les différentes vitesses du courant; en syzygie, les eaux de jusant contenaient 2,300, 1,500, 1,000 et

700 grammes, soit une moyenne de 1,300 à 1,400 grammes de vase par mètre cube d'eau; en quadrature, les quantités ont été : 300, 500, 200 et 200, soit une moyenne de 300 grammes par mètre cube d'eau.

Les eaux à la fin du flot sont, au contraire, assez uniformément composées et contiennent 100 à 150 grammes de vase.

Si l'on prend, comme expression du transport effectif à la mer, l'excès du transport du jusant sur l'apport du flot, c'est-à-dire 500 — 150 = 350 grammes, on aurait toujours un transport de ($300{,}000{,}000^{m3} \times 0^{k},350 = 105$ millions de kilogrammes), soit 100,000 tonnes de vases expulsées chaque jour.

On remarquera aussi que les quelques chiffres recueillis dans le chenal de Saintonge, en jusant, sont bien plus considérables que ceux du chenal du Médoc; cela tient à la faible profondeur du fleuve, sur la rive droite, vers Maubert.

Les eaux ont été recueillies dans une région du fleuve où il n'existe pas de bancs et où le fond est remarquablement plat, sans accident du sol, sur une étendue de 15 kilomètres, depuis Saint-Estèphe jusqu'à By et Maubert; c'est le plateau de la Maréchale.

Les eaux devraient y trouver toute facilité pour se mélanger et devenir uniformes de composition; c'est ce qui n'existe pas, malgré les déviations forcées qu'éprouvent les courants dans l'élargissement du fleuve en cet endroit.

Les observations antérieures faites sur la salure des eaux et sur leur température en toute saisonet aux différentes heures de la marée ont montré que, dans les courants de marée, les eaux oscillent en se maintenant dans les chenaux qui ont le plus de profondeur et ne se mélangent que très difficilement avec les eaux voisines qui séjournent sur les bancs. Ces expériences sont une nouvelle preuve qui vient confirmer cette loi de circulation des eaux.

Variations annuelles dans le débit du fleuve. — Les variations annuelles dans le débit du fleuve tiennent à deux causes principales :

1° La quantité d'eau qui tombe chaque année dans le bassin des rivières qui forment la Gironde;

2° La fonte des neiges qui recouvrent les montagnes des Pyrénées et de l'Auvergne.

De ces deux causes, la seconde qui se produit souvent très brusquement, en avril ou mai, est celle qui amène les plus grandes perturbations dans le lit du fleuve, par la soudaineté d'irruption des eaux et l'augmentation de leur vitesse d'écoulement. C'est alors que la puissance d'érosion du fleuve est considérablement augmentée.

L'autre cause : la quantité d'eau qui tombe annuellement dans le bassin du fleuve est excessivement variable, car d'une année à l'autre on observe des différences qui vont du simple au double. Les masses d'eau produites par les pluies sont recueillies tantôt par le bassin de la Dordogne, tantôt par celui de la Garonne; leur écoulement se fait d'une manière moins brusque, plus prolongée, et généralement dans ces *soubernes*, le fleuve n'entraîne que des sables très fins mêlés aux vases, et qu'il peut trier dans les mouvements alternatifs des courants de marée.

Pour indiquer les variations produites par cette dernière cause, nous présentons le tableau des quantités de pluie recueillies à Bordeaux, aux pluviomètres, depuis l'année 1870. — Nous joignons à ce tableau les profondeurs qui ont été observées à marée basse dans la passe de navigation du Bec-d'Ambès, profondeur donnée par les sondages des pilotes :

ANNÉES	PROFONDEURS à marée basse.	PLUVIOMÈTRE en millièmes.
	Mètres.	Millimètres.
1871	2,50	860
1872	2,30	1000
1873	1,80	712
1874	2,30	914
1875	2,50	887
1876	2,65	913
1877	W. 2,30 | E. 2,80	858
1878	2,00 | 2,80	1187
1879	2,40 | 3,00	528
1880	1,50 | 2,60	886
1881	2,60 | 2,00	681
1882	2,80	1014
1883	3,40	743
1884	2,50	628

Ce tableau montre qu'il paraît exister une relation peut-être un

peu confuse entre le débit du fleuve et la profondeur des passes du Bec-d'Ambès. La passe s'approfondit lorsque le débit augmente, elle s'exhausse lorsque le débit devient plus faible.

Dispositions relatives des bancs et passes. — Il est très difficile de se rendre compte des causes réelles qui ont modifié les dispositions des bancs et des passes dans la Gironde et qui ont provoqué les dépôts de vases et de sables ou leur déplacement. On ne sait pas bien l'influence que les travaux de rétrécissement du lit des rivières en amont peut avoir sur le volume des eaux mis en mouvement par les marées dans l'estuaire. Suivant les époques qui servent de points de comparaison, les ingénieurs les plus habiles arrivent à des constatations dans l'état des bancs qui peuvent être très différentes. Ainsi, dans le mémoire de M. l'ingénieur Pairier on trouve pour la surface des bancs et îles existant dans la Garonne et la Gironde :

En 1825.....	1,816 hectares.
En 1842.....	1,774 —

Dans cette période la surface des bancs et îles aurait donc diminué, le fleuve aurait retiré plus qu'il n'aurait apporté.

Dans une étude de M. Bouquet de La Grye, le cubage du fleuve de 1825 à 1874 indiquerait que le volume du dépôt du fleuve pendant 49 ans aurait été de 158 millions de mètres cubes, soit environ 3 millions de mètres cubes par an.

Dans le travail de M. Manen, on trouve que dans le chenal de navigation, de 1825 à 1874, les profondeurs se sont maintenues presque sans variation dans la Gironde inférieure, et qu'elles ont angmenté vers Saint-Estèphe et Trompeloup.

Les modifications subies par les bancs du fleuve, pendant le siècle dernier, ont été bien plus considérables encore, puisque trois bancs qui existaient en 1751 sur la carte de *Belin* les bancs de By, de Castillon et de Cadourne, ont complètement disparu depuis cette époque et que sur leur emplacement le fleuve n'offre plus qu'une surface uniformément plate, un peu plus creuse vers la côte du Médoc que vers la côte de Saintonge.

La disposition actuelle des bancs et passes depuis Bordeaux

jusqu'à la mer est indiquée dans le tableau ci-joint et dans les deux croquis du fleuve.

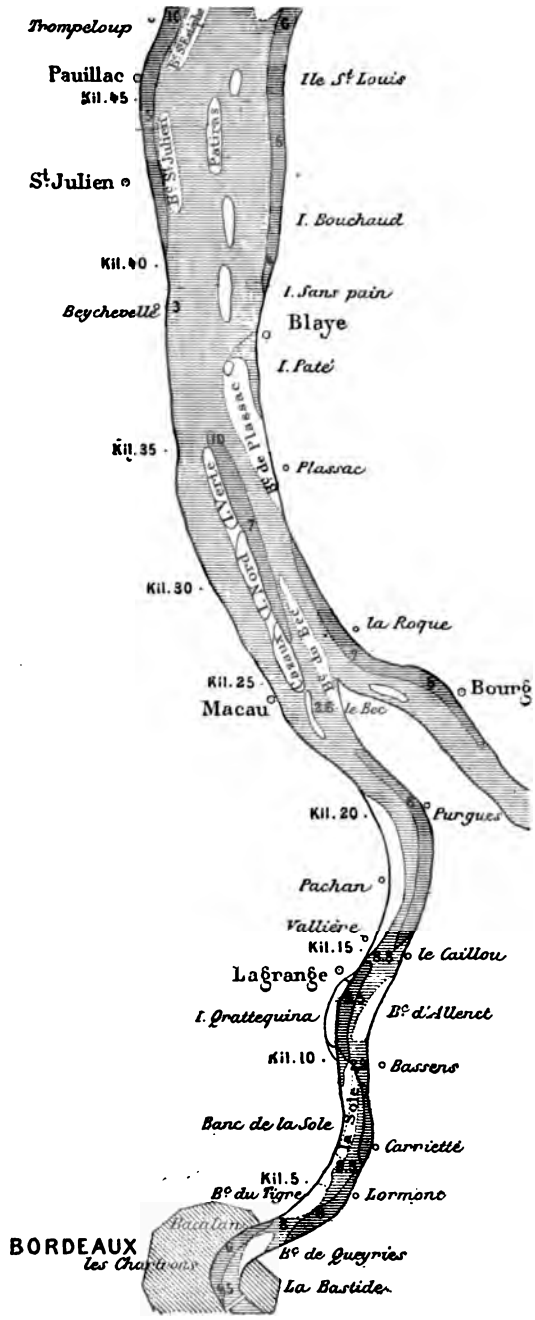
DISPOSITIONS DES BANCS, PASSES ET MOUILLAGES

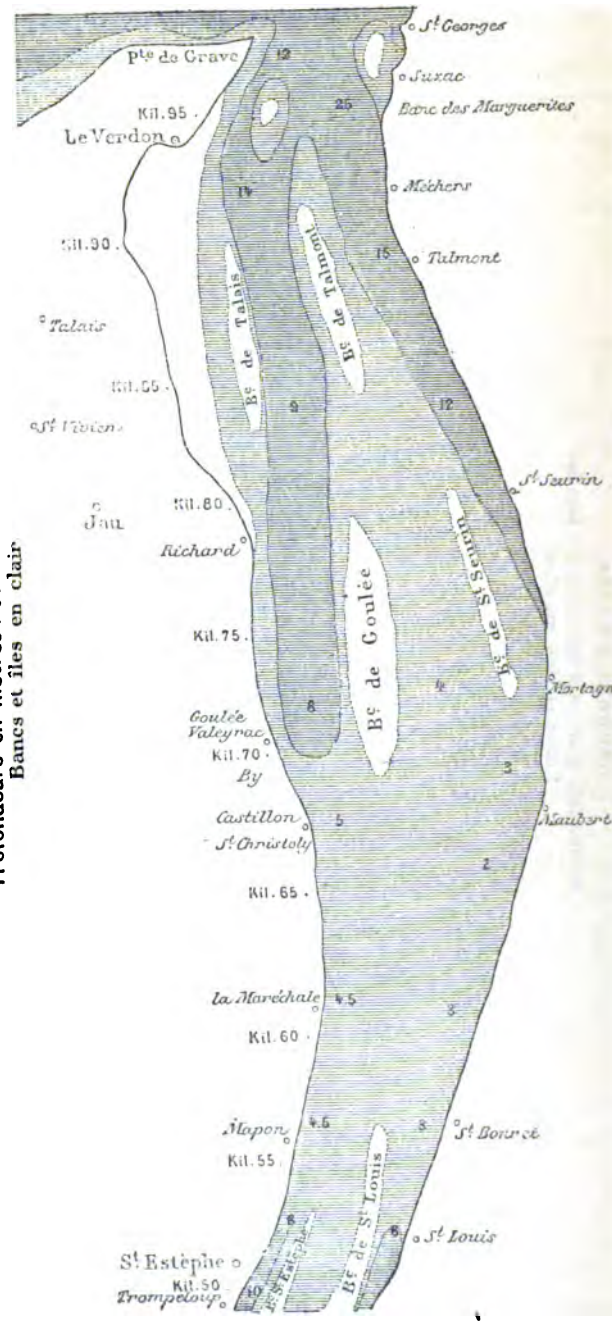
DISTANCES KILOMÉTRIQUES DU PONT DE BORDEAUX	RIVE GAUCHE	MILIEU DU FLEUVE	RIVE DROITE	PROFONDEURS en chenal.
				Mètres
1,	Rade de la Bourse			4
2, 3,	— des Chartrons		Banc de Queyries	6,5
4,	Banc du Tigre	Passe de Bacalan	Mouillage de Lormont	3
5,	Banc du Tigre	Banc de la Sole	Passe de Carrietc	6
6,		Banc de la Sole	Bassens	2,30
7, 8, 9,	Ile de Graitequina	Passe de Bassens	Banc d'Allenet	4
10,	Lagrange	Passe du Caillou	Mouillage de Purgues	2,30
11, 12, 13, 14, 15,	Bancs de Vallière, de Pachan	Bras de Macau	Passe du Bec. La Roque	5,50
16,	Bras de Macau	Ile du Nord, mouillage	Passe du Bec-d'Ambès	3,30
17, 18, 19, 20, 21,	Bras de Macau	Ile Verte, mouillage	Bancs de Plassac	6
22, 23, 24, 25, 26, 27,	Passe de Beychevelle	Banc du Pâté	Blaye	2,60
28, 29, 30, 31, 32,		Banc de Saint-Julien, Ile Bouchaud		7
33, 34, 35,	Passe de Beychevelle	Banc de Pauillac, Patiras, Ile Saint-Louis	Passe de Blaye	10
36, 37, 38, 39,	Pauillac-mouillage	Banc de S'-Estèphe, S'-Louis	Chenal Saint-Louis	3 et 4
40, 41, 42, 43,	Trompeloup-mouillage	Banc de S' Estèphe, S'-Louis	Chenal Saint-Louis	3 et 4
44, 45, 46, 47, 48, 49,	S'-Estèphe à Mapon, chenal		Saint-Bonnet à Maubert	5,50
50, 51, 52,	La Maréchale à Saint-Christoly, chenal		Bas-fonds de Maubert	10
53, 54, 55, 56, 57,	By à Valeyrac, Goulée		Banc de Saint-Seurin	7
58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66,	Rade de Richard	Banc de Goulée	Banc de Saint-Seurin, chenal de Saintonge	4,50
67, 68, 69, 70,	Rade de Richard	Banc de Talmont	Chenal de Talmont	5
71, 72, 73, 74, 75,	Banc de Talais, rade de Jau	Banc des Marguerites	Banc de Saint-Georges	7
76, 77, 78, 79, 80, 81, 82,	Le Verdon, rade			8
83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90,				10
91, 92, 93, 94, 95, 96.				14

EMBOUCHURE

Platin de Grave		15
Rochers de St-Nicolas-les-Olives	Passe du Sud	3,50
Plateau de Cordouan		
Monrevel, la Cuivre	Passe du Matelier	6
La Mauvaise, les Matics	Passe du Nord	10
	La Barre à l'anglais	
	La Coubre	

GARONNE EN 1884.
Profondeurs en mètres : teintes foncées
Bancs et îles en clair.




GIRONDE EN 1884.
Profondeurs en mètres : teintes foncées.
Bancs et îles en clair
St Georges
Pte de Grave
Suzac
Banc des Marguerites
Kil. 95.
Le Verdon
Mêchers
Kil. 90.
Talmont
Talais
Bc de Talais
Bc de Talmont
Kil. 85.
St Vivien
St Seurin
Kil. 80.
Jau
Richard
Bc de St Seurin
Kil. 75.
Bc de Goulée
Goulée
Valeyrac
Kil. 70.
By
Castillon
St Christoly
Kil. 65.
la Maréchale
Kil. 60.
Mapon
Kil. 55.
St Bonnet
Bc de St Louis
St Louis
St Estèphe
Kil. 50.
Trompeloup

Nature des fonds du fleuve.

On a recueilli des échantillons du fond sur la plupart des bancs, dans les passes de navigation et dans les mouillages des deux rivières, depuis Bordeaux jusqu'au Bec-d'Ambès pour la Garonne; depuis Libourne jusqu'à Blaye pour la Dordogne; depuis le Bec-d'Ambès jusqu'au Verdon, sur l'une et l'autre rive pour la Gironde, depuis la pointe de Grave jusqu'en dehors de la Coubre pour l'estuaire marin proprement dit.

Ces échantillons du fond ont été pris en octobre 1885, à la fin de la période estivale, avant les perturbations qu'amènent les grandes pluies de l'automne, par conséquent à une époque de calme relatif pour le fleuve et de plus grande régularité dans le régime des courants de marée. La première inspection de ces divers échantillons montre, tout d'abord, des différences très considérables de composition entre ceux qui ont été ramassés sur les bancs et ceux qui ont été recueillis dans les passes et mouillages, les premiers ne contiennent presque que du sable, et les seconds ne sont composés que de vase presque pure, dans toute la partie des rivières et du fleuve où ne remonte pas l'eau salée. Dans la partie de la Gironde où les eaux sont saumâtres, de Castillon au Verdon, le fond des passes est un mélange de sable et de vase; dans la partie purement maritime, où les eaux sont salées, de la pointe de Grave à la Coubre, les vases diparaissent et l'on trouve les sable partout.

Si l'on pense que les dépôts apportés d'amont par les deux rivières Dordogne et Garonne qui constituent la Gironde ont formé et continuent à former tous les bancs de sable qui parsèment le cours du fleuve, on doit rencontrer dans tous ces bancs une uniformité de composition qui décèle leur provenance et leur mode de formation. Les apports de la Dordogne doivent différer de ceux de la Garonne, et il peut être intéressant de connaître ces différences et leur distribution sur les bancs et dans les passes.

Mais les bancs de sable eux-mêmes sont loin d'être uniformément composés :

Dans les deux rivières, Dordogne et Garonne, ces sables sont grisâtres et dans beaucoup de points mélangés de graviers et de cailloux; ils contiennent très peu de mica.

Dans la Gironde, depuis la ligne Blaye-Pauillac jusqu'au Verdon, les sables sont gris foncés noirs, ne contiennent pas de graviers,

sont très fins et remplis d'une quantité considérable de particules de mica. Hors de la Gironde, dans l'estuaire, de la pointe de Grave à la Coubre, les sables sont jaunes et en certains points mélangés de graviers, ils contiennent des coquilles brisées et un peu de mica.

Cette composition des sables, si différente, si accentuée par la proportion de mica qu'ils contiennent, si uniforme dans chacune des régions indiquées et si brusquement tranchée par le passage de l'une à l'autre est certainement une chose fort extraordinaire et qui ne permet plus d'admettre, sans réticences, le cheminement continu des sables d'amont en aval.

On a pu constater aussi que des bancs voisins les uns des autres étaient constitués tantôt par des sables fins mélangés de graviers, tantôt par des sables très fins, sans aucun mélange de graviers.

Nous avons pensé qu'en dehors de toute analyse chimique et de tout examen des éléments géologiques formant ces dépôts, il y avait lieu de les considérer au point de vue des vases qu'ils contiennent et des sables plus ou moins fins, plus ou moins gros dont ils sont composés.

Pour déterminer ces rapports, on a pesé 100 grammes des dépôts recueillis, puis, par des lavages successifs, éliminé tous les troubles que contenait l'eau après une minute de décantation, et recommencé l'opération jusqu'à ce que l'eau de lavage fût complètement claire; puis pesant le résidu séché, la différence donne la proportion pour 100 des vases contenues dans l'échantillon.

Enfin, ce résidu séché, qui n'était composé que de sables plus ou moins gros, a été criblé dans un tamis dont les trous avaient un demi-millimètre de section. Ce que le tamis a retenu, a été pesé et a donné le quantum pour cent des gros sables et graviers mélangés aux sables fins.

Ces derniers, qui passent complètement dans le tamis à un demi-millimètre de section, paraissent être les éléments que le fleuve a la force de déplacer dans les courants ordinaires de marée, il semble qu'au-dessus de cette dimension il faut des circonstances extraordinaires, coups d'eau, inondations, pour que les rivières actuelles puissent enlever les éléments plus gros, les graviers qui paraissent avoir été transportés et fixés aux points qu'ils occupent dans les périodes géologiques très anciennes.

Voici le tableau de la nature des fonds des bancs et passes après les lavages et criblages indiqués :

	BANCS ET PASSES	NATURE DES FONDS	VASE	SABLES fins	SABLES gros
DORDOGNE	Graveyron-Fronsac	Sables gris jaunâtres, graviers	» %	20 %	80 %
	Arveyres	Sables gris jaunâtres, graviers	»	66	34
	Vayres	Sables gris jaunâtres	»	98	2
	Saint-Pardon	Sables gris foncé, vase	28	66	6
	Izon	Sables vasard, peu de mica	50	40	10
	Carney	Sable vasard, peu de mica	50	40	10
	Asques	Sable gris jaunâtre	»	92	8
	Valenton	Sable gris, peu de mica	»	99	1
	St-Vincent-Cubzac	Sable gris jaunâtre, peu de mica, graviers	»	48	52
	Despaux	Sable gris jaunâtre	»	98	2
	Bourg	Sable gris, peu de mica	»	98	2
GARONNE	Chartrons	Vase brune	98 %	2 %	» %
	Queyries	Sable gris, graviers	»	55	45
	Bacalan	Vase brune	98	2	»
	Le Tigre	Sable vasard brun, graviers	6	66	28
	Lormont	Vase brune	98	2	»
	Bassens	Vase brune	98	2	»
	La Sole	Sable gris	4	96	»
	Alenet	Sable grisâtre, graviers	2	78	20
	Pachan	Sable gris	»	100	»
	Macau	Sable gris	»	100	»
	Bec-d'Ambès	Sable gris, graviers	10	83	7
	Ile-Verte	Sable gris jaunâtre, peu de mica	6	89	5
GIRONDE	La Roque	Sable gris jaunâtre, peu de mica	6 %	89 %	5 %
	Plassac	Sable gris jaunâtre, mica	1	99	»
	Saint-Julien	Sable gris, vasard	5	95	»
	Pauillac	Sable gris, graviers	2	90	8
	Lazaret	Sable gris, mica	4	96	»
	Saint-Estèphe	Sable gris foncé, très micacé	4	96	»
	Saint-Louis	Sable gris foncé, mica	2	98	»
	Richard	Sable gris foncé, mica	8	92	»
	Saint-Seurin	Sable gris foncé, mica	2	98	»
	Talmont	Sable gris jaunâtre, mica, coquilles	2	98	»
	Verdon	Sable gris foncé, très micacé	8	92	»
ESTUAIRE	Marguerites	Sable jaune, mica, graviers	» %	87 %	13 %
	Saint-Georges	Sable gris jaunâtre, mica, coquilles	»	100	»
	Monrevel	Sable jaune, coquilles	»	100	»
	Palmyre	Sable jaune, peu de mica, coquilles	»	100	»
	Mauvaise (Sud)	Sable jaune, peu de mica, coquilles	»	100	»
	Mauvaise (Nord)	Sable jaune, peu de mica, coquilles, graviers	»	80	20
	La Coubre	Sable jaune, coquilles, graviers	»	80	20

Dans ce tableau nous n'avons présenté que quelques échantillons des fonds des passes de navigation et des mouillages, leur uniformité étant absolue tant en Dordogne qu'en Garonne ; ils sont composés de 95 à 98 pour cent de vase pure et ne contiennent que 2 à 5 pour cent de sables fins.

Les échantillons recueillis sur les bancs de sable offrent au contraire des différences très sensibles, ainsi que nous l'avons déjà dit ; ces différences permettent de les grouper suivant qu'ils contiennent une plus ou moins grande proportion de gros sables et de graviers.

Ainsi, en Dordogne, les bancs de Graveyron, d'Arveyres, d'Izon et Carney, d'Asques, de Saint-Vincent-Cubzac ; en Garonne, ceux de Queyries, du Tigre, d'Alenet, du Bec-d'Ambès ; en Gironde, ceux de Pauillac, des Marguerites, de la Mauvaise et de la Coubre contiennent une quantité notable de graviers.

Le même banc, du reste, sur lequel on recueille plusieurs échantillons, donne aux différents points des proportionnalités variables entre les éléments gros et petits. En général, les gros éléments sont près de la rive, et les petits sont plus rapprochés de la passe de navigation ; bien plus, si l'on prend les échantillons dans la partie amont et dans la partie aval du même banc, on trouvera souvent en amont le sable absolument pur, sans vase, tandis qu'en aval ce ne sera que de la vase comme dans les passes ; c'est ce qu'indiquent les échantillons pris en Dordogne, à Saint-Pardon, Izon et Carney.

Les chiffres de proportionnalité que nous avons trouvés et indiqués dans le tableau, n'ont donc pas une valeur absolue, mais seulement une valeur relative ; ils indiquent la décroissance des gros éléments à mesure qu'on se rapproche de la Gironde et caractérisent chaque banc.

Les bancs à éléments très petits qui constituent la plupart des dépôts : 1° dans la Dordogne, depuis le pont de Cubzac jusqu'à la Roque-sur-Gironde ; 2° dans la Garonne, depuis Lagrange jusqu'à l'île Verte ; 3° dans toute la Gironde depuis Plassac jusqu'au Verdon, ne contiennent non plus qu'une très faible proportion de

vase; on peut remarquer, en Gironde, que ceux de la rive gauche en contiennent un peu plus que ceux de la rive droite.

Ces bancs ne contiennent pas du tout de graviers, les passes de navigation n'en contiennent pas non plus. Les bancs qui contiennent des gros sables et des graviers sont voisins et entourés de bancs constitués par des éléments beaucoup plus petits; cette constatation est une preuve absolue que ces gros éléments ne se déplacent pas en temps ordinaire et que ces bancs, formés jadis, sont devenus indépendants les uns des autres. Il n'est pas possible d'admettre que les graviers que l'on trouve aux Marguerites, sur la Mauvaise et à la Coubre, puissent être encore charriés par le fleuve et provenir des bancs de la Garonne ou de la Dordogne, distants de 80 à 100 kilomètres quand dans ce long espace on n'aperçoit pas trace de leur passage.

Les éléments très petits qui passent au travers d'un crible d'un demi-millimètre de section sont certainement très mobiles et facilement remués par le fleuve, cependant les bancs qu'ils constituent diffèrent essentiellement d'aspect, et l'on ne peut admettre que les bancs de l'embouchure qui sont jaunes et ne contiennent que peu de traces de mica, soient formés par le cheminement des sables du Verdon qui sont presque noirs et contiennent du mica en proportion considérable.

De même, dans la Gironde, cette si grande quantité de mica, constatée sur tous les bancs et surtout sur ceux de la rive gauche, ne peut provenir exclusivement du cheminement des sables de la Garonne et de la Dordogne qui, les uns et les autres, n'en contiennent qu'une faible quantité.

Il faut donc admettre, même pour ces très petits éléments, une stabilité relative, puisqu'ils ne passent pas en temps ordinaire dans les mouillages et les passes de navigation. Les bancs de sable sont donc ordinairement indépendants les uns des autres.

Cependant le transport de ces matériaux existe dans certaines circonstances, en temps d'inondation par exemple, lorsque les durées relatives des courants de flot et de jusant sont modifiées, lorsque les courants acquièrent plus de vitesse et, par suite, ont une plus grande force entraînante.

Cheminement des sables. — Au mois de février 1886, la Garonne a débordé vers Agen et La Réole; son niveau a atteint 8m50 au-dessus de l'étiage, il y a eu à Bordeaux envahissement des quais, et, pendant plusieurs jours, l'évitage des navires au courant de flot n'a pas eu lieu comme d'habitude, il y avait ce que les marins appellent la *souberne*. A la fin de cette période d'inondation, il a été pris des échantillons du fond dans différents points de la rade de Bordeaux. Ces échantillons ont été examinés par les mêmes procédés que précédemment.

Plus tard, en juin 1886, il a été prélevé sur les mêmes points d'autres échantillons du fond, lesquels, traités comme précédemment, ont donné les résultats suivants, que l'on peut comparer avec les éléments qui avaient été recueillis en octobre 1885 :

BANCS ET PASSES	Octobre 1885		Février 1886		Juin 1886	
	Vase	Sable	Vase	Sable	Vase	Sable
Chartrons, mouillage	98 °/o	2 °/o	98 °/o	2 °/o	96 °/o	4 °/o
Banc de Queyries, en face la Compagnie Bordelaise.	»	»	20	80	34	66
Banc de Queyries, plus au nord	2	98	3	97	8	92
Bacalan, passe	98	2	36	65	93	7
Banc du Tigre, à 180 mètres de la rive	6	94	2	98	2	98
Lormont, mouillage	98	2	45	55	88	12

De cette comparaison, il ressort que : aux Chartrons, dans la fosse qui est le mouillage des navires; sur le banc de Queyries, vers la pointe Nord qui forme, à l'étiage, la rive droite du chenal de navigation; sur le banc du Tigre qui en forme la rive gauche, les fonds n'ont pas été modifiés d'une manière sensible par l'inondation de février; on a constaté :

Absence de sables aux Chartrons;

Absence de vase sur le banc de Queyries nord et sur le banc du Tigre.

Mais les modifications ont été profondes vers la rive droite de la rade de Bordeaux, aussi bien sur le banc de Queyries sud, que sur la passe de Bacalan et au mouillage de Lormont; les éléments du fond ont été violemment remués et mélangés dans ces trois points, puisque nous y trouvons partout un mélange de sables et

de vases; des sables ont été entraînés sur la passe de Bacalan et dans le mouillage de Lormont.

D'autre part, en juin 1886, trois mois après, cet effet d'irruption des sables a presque complètement disparu, et nous retrouvons à Bacalan et à Lormont presque la même proportion de vase et de sables qu'en octobre; il y a lieu de penser qu'après l'été les choses seront revenues exactement dans le même état qu'avant l'inondation de février.

La souberne a donc entraîné des sables fins tout le long de la rive droite de la rade de Bordeaux; elle n'en a pas entraîné le long de la rive gauche. Ces sables, dans leur cheminement, ont suivi une route différente du chenal de navigation puisqu'ils ont suivi la rive droite, en respectant la rive gauche, où se trouve la passe des Chartrons et le banc du Tigre.

L'expérience du mois de juin nous montre que ces sables fins, entraînés en février, ont presque disparu, et on peut penser qu'ils n'existeront plus sur ces points, à la fin de l'été. Que deviennent-ils? Les oscillations des courants de marée les entraînent avec les vases qui les enveloppent et diminuent leur poids, les lavent peu à peu, en les déposant à nouveau sur les bancs soit d'amont, soit d'aval, et toujours dans des parcours restreints. C'est le travail de l'été.

Il est une autre observation à faire sur ces déplacements des sables; c'est que pendant qu'ils se sont produits, la passe de Bacalan, que traversaient obligatoirement tous les navires qui sont venus à Bordeaux ou qui en sont partis, n'a présenté aucun exhaussement appréciable du fond; c'est donc sur une très faible épaisseur que s'est produite cette irruption des sables; ceux-ci se sont substitués aux vases qui ont été entraînées vers l'aval et emportées à la mer par le jeu des marées.

Ainsi, même dans les inondations, les gros sables restent immobiles, les petits éléments seuls sont déplacés et mélangés aux vases; ils sont transportés à de faibles distances sans suivre le thalweg du fleuve et selon des lois encore peu connues.

Si ces transports de sables résultant des inondations sont si peu

importants dans la Garonne, combien seront-ils plus faibles à 75 kilomètres plus bas, à mesure que les sections du fleuve s'agrandissant diminuent l'influence des inondations.

Cette étude des fonds du fleuve montre que les courants ordinaires de la marée ne déplacent pas les gros sables et n'ont d'action que sur les vases; les courants du fleuve ont trié ces éléments de façon que les sables forment les bancs et que les vases forment le fond des mouillages et des passes de navigation.

La puissance de déplacement du fleuve, même en temps d'inondation, paraît limitée aux vases et aux éléments sablonneux très petits; les graviers et gros sables paraissent fixés depuis longtemps aux points qu'ils occupent actuellement. On voit aussi que les bancs de sable sont plus ou moins indépendants les uns des autres, et qu'il faut des circonstances extraordinaires pour que le fleuve puisse y opérer des déplacements. Dans ce cas, on ne peut compter sur les courants de marée seuls pour enlever les obstructions, si elles se produisent dans le chenal de navigation.

Septembre 1886.

DES CONSTANTES D'ÉLASTICITÉ

DANS LES MILIEUX ANISOTROPES

PAR M. B. ÉLIE

PROFESSEUR AU COLLÈGE D'ABBEVILLE

INTRODUCTION

Afin de faciliter la lecture de ce mémoire, je crois utile d'en donner une brève analyse. Mon but, en le publiant, a été de rendre service aux physiciens expérimentateurs en leur fournissant les formules dont ils auront à se servir s'ils veulent mesurer les constantes d'élasticité des milieux cristallins à axes obliques, constantes dont certaines hypothèses réduisent considérablement le nombre et dont l'évaluation expérimentale se trouve par cela même grandement simplifiée. N. Voigt (1) a publié des mémoires tendant au même but en se servant de systèmes d'axes rectangles, ce qui ne conduit pas aux mêmes simplifications. Malheureusement les expériences sur ces sujets sont rares et si l'on élimine les résultats relatifs aux matériaux de construction et aux corps non homogènes pour lesquels il faudra probablement adopter des systèmes de constantes d une autre nature (2), je ne connais que celles

---

(1) Voigt. — *Bestimmung des Biegunsund Torsionscoefficienten durch die Elasticitats constanten des Kristalles. — Volumen und Winkelanderung cristallincher Korper bei all oder einseitigem Drück. — Annalen des Physik und Chemie*, t. XVI, 1882.

(2) De Saint-Venant. — *Sur la distribution des élasticités autour de chaque point d'un solide anisotrope. — Journal de mathématiques pures et appliquées*, t. XIII, 1863.

Mémoires sur la torsion des prismes. Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences, t. XIV, 1856.

dues à MM. Voigt, Groth et Baumgarten sur le sel gemme et la calcite. Les hypothèses simplificatrices que j'ai signalées auraient donc besoin d'une vérification expérimentale que la lecture de ce mémoire pourrait faciliter.

J'ai cru devoir réunir dans un premier chapitre toutes les formules relatives à des systèmes d'axes obliques auxquelles j'aurai recours et que l'on n'a pas l'occasion de rencontrer ailleurs.

Dans le chapitre suivant, je définis deux genres de *déformations (strain)* qu'il serait possible d'employer en coordonnées obliques. J'établis les relations entre les déformations d'un même genre, relatives à deux systèmes d'axes ainsi que les invariants de ces quantités. La forme de ces relations est absolument semblable à celle que l'on trouve consignée pour le cas d'axes rectangles dans l'ouvrage classique de Lamé sur l'élasticité.

Dans le troisième chapitre, on trouvera des relations presque calquées sur les précédentes entre les six *tensions (stress)* dont la connaissance est nécessaire pour l'étude de l'équilibre d'un milieu. Là encore, il est possible de considérer deux genres de tensions dont la combinaison avec les déformations définies précédemment nous donnera l'énergie de l'unité de volume du milieu.

J'ai adopté pour l'expression de l'énergie d'un milieu isotrope, celle à 21 coefficients proposée par Green (1), comme la plus générale, lorsqu'on néglige les déformations du deuxième ordre et que l'on n'admet pas des tensions antérieures aux actions déformatrices. Rankine (2) a employé cette même forme en utilisant les déformations du second genre (système des contraordonnées). Mais la notation symbolique dont il a fait usage et la concision de son exposition me semblent avoir empêché les idées renfermées dans le remarquable mémoire de ce savant de pénétrer rapidement dans le domaine commun. Il me

(1) Green. — *On propagation of light in cristallised media.* (*Transactions of the Cambridge Society*, t. VII, 1839.)

(2) *On axes of elasticity and cristalline forms.* (*Transactions of The Royal Society*, London, 1885.)

semble préférable de déduire par l'analyse ordinaire l'expression de l'énergie en coordonnées obliques de celle admise en coordonnées rectangles. On voit mieux de la sorte que la première n'inclut ni plus ni moins d'hypothèses que la seconde.

Avant d'appliquer ces principes aux systèmes cristallins, j'ai consacré le cinquième chapitre à définir les plans des symétries et les axes d'isotropie mécanique, à étudier la forme que prend l'expression dans des cas généraux, la dépendance de quelques coefficients d'élasticité entre eux et enfin la surface que Rankine a appelée tasinomique.

Cette surface lui sert de point de départ pour classer les cristaux au point de vue de l'élasticité. J'ai pris une autre direction en considérant comme plus fondamentale la notion du plan de symétrie, telle qu'on la trouve définie dans l'ouvrage de mécanique de Kirchoff.

Les systèmes de constantes d'élasticité de chaque système cristallin rapportés à des axes rectangles sont ceux indiqués par Voigt dans le mémoire cité, et qu'il attribue à C. Neumann.

Ces six chapitres pourraient servir d'introduction à un traité de l'élasticité dans les milieux anisotropes. L'absence de faits expérimentaux, comme je l'ai dit précédemment, ne m'a pas permis de combler les lacunes qui apparaissent dans le dernier chapitre, alors qu'il s'agit de donner à chaque cristal un système de coefficients approprié. A ceux qui me reprocheraient d'avoir été trop long dans mes calculs, je répondrai que je les ai rendus explicites dans le dessein de permettre au travailleur de les reprendre pour son usage personnel et d'en corriger les fautes s'il m'en était échappé.

Abbevillle, janvier 1886.

CHAPITRE I

Formules préliminaires.

§ **1.** Les quantités que l'on aura à considérer dans la suite de ce travail devront être rapportées à des systèmes d'axes de coordonnées obliques. Comme il est fait rarement usage de ce genre de coordonnées, j'ai cru nécessaire d'exposer ou de rappeler les formules qui leur sont relatives, et j'ai préféré les grouper dès le début en un ensemble auquel je renverrai, afin de simplifier l'exposition ultérieure.

Je désignerai par :

$O\xi$, $O\eta$, $O\zeta$ les axes quelconques d'un premier système;
$O\xi'$, $O\eta'$, $O\zeta'$ des perpendiculaires aux plans $\eta O\zeta$, etc., que j'appellerai les conjugués de $O\xi$, $O\eta$, $O\zeta$;
Ox, Oy, Oz les axes quelconques d'un second système de même origine que le premier;
Ox', Oy', Oz' leurs conjugués.

En égalant les projections orthogonales faites sur Ox', puis sur Oy', puis sur Oz', des contours formés par les coordonnées ξ, η, ζ et x, y, z d'un point, relatives au premier et au second système d'axes, on obtient les trois relations du groupe (1). Celles du groupe (I) s'obtiendront par un procédé semblable.

$$(1)\qquad \begin{cases} \xi\cos\xi x' + \eta\cos\eta x' + \zeta\cos\zeta x' = x\cos xx', \\ \xi\cos\xi y' + \eta\cos\eta y' + \zeta\cos\zeta y' = y\cos yy', \\ \xi\cos\xi z' + \eta\cos\eta z' + \zeta\cos\zeta z' = z\cos zz'. \end{cases}$$

$$(I)\qquad \begin{cases} x\cos x\xi' + y\cos y\xi' + z\cos z\xi' = \xi\cos\xi\xi', \\ x\cos x\eta' + y\cos y\eta' + z\cos z\eta' = \eta\cos\eta\eta', \\ x\cos x\zeta' + y\cos y\zeta' + z\cos z\zeta' = \zeta\cos\zeta\zeta'. \end{cases}$$

Les $\xi x'$, etc., sous les signes cos sont mis pour les angles $\xi 0 x'$, etc. Autant que possible on emploiera des lettres grecques pour représenter les quantités rapportées aux axes $\xi\eta\zeta$ et des lettres françaises pour ces mêmes quantités rapportées aux x, y, z; de la sorte on pourra écrire comme dans le cas précédent par symétrie et sans autre information un second groupe de formules après l'établissement d'un premier.

Je mets les formules (1) (I) sous la forme (2) (II) :

$$(2)\quad \begin{cases} p_1\xi + r_1\eta + s_1\zeta = px, \\ p_2\xi + r_2\eta + s_2\zeta = py, \\ p_3\xi + r_3\eta + s_3\zeta = pz, \end{cases} \qquad (II)\quad \begin{cases} \varpi_1 x + \varpi_2 y + \varpi_3 z = \varpi\xi, \\ \rho_1 x + \rho_2 y + \rho_3 z = \varpi\eta, \\ \sigma_1 x + \sigma_2 y + \sigma_3 z = \varpi\zeta, \end{cases}$$

et je vais chercher les relations existant entre ces 20 quantités p, r, s; ϖ, ρ, σ, et les cosinus des angles des axes.

A cet effet, je désignerai par :

$$\begin{aligned} \lambda &= \cos\eta\zeta, \quad & \mu &= \cos\zeta\xi, \quad & \nu &= \cos\xi\eta, \\ l &= \cos yz, \quad & m &= \cos zx, \quad & n &= \cos xy; \end{aligned}$$

les cosinus des angles des axes entre eux; par ϖ et p les déterminants respectifs :

$$\begin{vmatrix} 1 & \nu & \mu \\ \nu & 1 & \lambda \\ \mu & \lambda & 1 \end{vmatrix} = \varpi, \qquad \begin{vmatrix} 1 & n & m \\ n & 1 & l \\ m & l & 1 \end{vmatrix} = p,$$

par :

$$\begin{aligned} \lambda' &= \mu\nu - \lambda, \quad & \mu' &= \nu b - \mu, \quad & \nu' &= \lambda\mu - \nu, \\ & 1-\lambda^2, & & 1-\mu^2, & & 1-\nu^2, \\ l' &= mn - l, & m' &= nl - m, & n' &= lm - n, \\ & 1-l^2, & & 1-m^2, & & 1-n^2, \end{aligned}$$

leurs mineurs; enfin par :

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \cos x\xi, \quad & \beta_1 &= \cos x\eta, \quad & \gamma_1 &= \cos x\zeta, \\ \alpha_2 &= \cos y\xi, & \beta_2 &= \cos y\eta, & \gamma_2 &= \cos y\zeta, \\ \alpha_3 &= \cos z\xi, & \beta_3 &= \cos z\eta, & \gamma_3 &= \cos z\zeta, \end{aligned}$$

les cosinus des angles des axes d'un système avec ceux de l'autre.

Si l'on projette orthogonalement sur $O\xi$, puis sur $O\eta$, puis sur $O\zeta$, le contour formé par les coordonnées ξ, η, ζ d'un point situé sur l'axe Ox, on obtient les trois équations :

$$\begin{aligned} \xi &+ \nu\eta + \mu\zeta = \alpha_1 x, \\ \nu\xi &+ \eta + \lambda\zeta = \beta_1 y, \\ \mu\xi &+ \lambda\eta + \zeta = \mu_1 z, \end{aligned}$$

d'où l'on tire, en se servant des notations indiquées :

$$\begin{aligned} x[(1-\lambda^2)\alpha_1 + \nu'\beta_1 + \mu'\gamma_1] &= \varpi\xi, \\ x[\nu'\alpha_1 + (1-\mu^2)\beta_1 + \lambda'\gamma_1] &= \varpi\eta, \\ x[\mu' a_1 + \lambda'\beta_1 + (1-\nu^2)\gamma_1] &= \varpi\zeta, \end{aligned}$$

le point considéré ayant pour coordonnées x, 0, 0, les multiplicateurs de x devront, d'après (II), être égalés respectivement à $\varpi_1\rho_1\sigma_1$; on aura ainsi :

(3)
$$\left\{\begin{aligned} \varpi_1 &= (1-\lambda^2)\alpha_1 + \nu'\beta_1 + \mu'\gamma_1, \\ \rho_1 &= \nu'\alpha_1 + (1-\mu^2)\beta_1 + \lambda'\gamma_1, \\ \sigma_1 &= \mu'\alpha_1 + \lambda'\beta_1 + (1-\nu^2)\gamma_1, \\ \varpi_2 &= (1-\lambda^2)\alpha_2 + \nu'\beta_2 + \mu'\gamma_2, \\ \rho_2 &= \nu'\alpha_2 + (1-\mu^2)\beta_2 + \lambda'\gamma_2, \\ \sigma_2 &= \mu'\alpha_2 + \lambda'\beta_2 + (1-\nu^2)\gamma_2, \\ \varpi_3 &= (1-\lambda^2)\alpha_3 + \nu'\beta_3 + \mu'\gamma_3, \\ \rho_3 &= \nu'\alpha_3 + (1-\mu^2)\beta_3 + \lambda'\gamma_3, \\ \sigma_3 &= \mu'\alpha_3 + \lambda'\beta_3 + (1-\nu^2)\gamma_3. \end{aligned}\right.$$

(III)
$$\left\{\begin{aligned} p_1 &= (1-l^2)\alpha_1 + n'\alpha_2 + m'\alpha_3, \\ p_2 &= n'\alpha_1 + (1-m^2)\alpha_2 + l'\alpha_3, \\ p_3 &= m'\alpha_1 + l'\alpha_2 + (1-n^2)\alpha_3, \\ r_1 &= (1-l^2)\beta_1 + n'\beta_2 + m'\beta_3, \\ r_2 &= n'\beta_1 + (1-m^2)\beta_2 + l'\beta_3, \\ r_3 &= m'\beta_1 + l'\beta_2 + (1-n^2)\beta_3, \\ s_1 &= (1-l^2)\gamma_1 + n'\gamma_2 + m'\gamma_3, \\ s_2 &= n'\gamma_1 + (1-m^2)\gamma_2 + l'\gamma_3, \\ s_3 &= m'\gamma_1 + m'\gamma_2 + (1-l^2)\gamma_3, \end{aligned}\right.$$

et en résolvant ces équations par rapport à α_{123}, β_{123}, etc.,

$$(4)\quad \begin{cases} \varpi\alpha_1 = \varpi_1 + \nu\rho_1 + \mu\sigma_1, \\ \varpi\beta_1 = \nu\varpi_1 + \rho_1 + \lambda\sigma_1, \\ \varpi\gamma_1 = \mu\varpi_1 + \lambda\rho_1 + \sigma_1, \\ \varpi\alpha_2 = \varpi_2 + \nu\rho_2 + \mu\sigma_2, \\ \varpi\beta_2 = \nu\varpi_2 + \rho_2 + \lambda\sigma_2, \\ \varpi\gamma_2 = \mu\varpi_2 + \lambda\rho_2 + \sigma_2, \\ \varpi\alpha_3 = \varpi_3 + \nu\rho_3 + \mu\sigma_3, \\ \varpi\beta_3 = \nu\varpi_3 + \rho_3 + \lambda\sigma_3, \\ \varpi\gamma_3 = \mu\varpi_3 + \lambda\rho_3 + \sigma_3. \end{cases} \qquad (IV)\quad \begin{cases} p\alpha_1 = p_1 + np_2 + mp_3, \\ p\alpha_2 = np_1 + p_2 + lp_3, \\ p\alpha_3 = mp_1 + lp_2 + p_3, \\ p\beta_1 = r_1 + nr_2 + mr_3, \\ p\beta_2 = nr_1 + r_2 + lr_3, \\ p\beta_3 = mr_1 + lr_2 + r_3, \\ p\gamma_1 = s_1 + ns_2 + ms_3, \\ p\gamma_2 = ns_1 + s_2 + ls_3, \\ p\gamma_3 = ms_1 + ls_2 + s_3. \end{cases}$$

Si l'on veut obtenir les relations entre les coordonnées obliques d'un point rapporté soit aux $\xi\eta\zeta$, soit à leurs conjugués $\xi'\eta'\zeta'$, il suffira dans le groupe (1) de faire $x = \xi'$, $x' = \xi$, etc. Les seconds membres $\xi'\cos\xi\xi'$, $\eta'\cos\eta\eta'$, etc., ne sont alors autres que les distances normales du point aux trois plans conjugués; je les désignerai par $\bar{\xi}\bar{\eta}\bar{\zeta}$. Les groupes (1) et (I) deviennent ainsi :

$$(5)\quad \begin{cases} \xi + \nu\eta + \mu\zeta = \bar{\xi}, \\ \nu\xi + \eta + \lambda\zeta = \bar{\eta}, \\ \mu\xi + \lambda\eta + \zeta = \bar{\zeta}. \end{cases} \qquad (V)\quad \begin{cases} x + ny + mz = \bar{x}, \\ nx + y + lz = \bar{y}, \\ mx + ly + z = \bar{z}. \end{cases}$$

Par la substitution dans (V) des valeurs (2), en tenant compte de (IV), on a le groupe (6) :

$$(6)\quad \begin{cases} \bar{x} = \alpha_1\xi + \beta_1\eta + \gamma_1\zeta, \\ \bar{y} = \alpha_2\xi + \beta_2\eta + \gamma_2\zeta, \\ \bar{z} = \alpha_3\xi + \beta_3\eta + \gamma_3\zeta, \end{cases} \qquad (VI)\quad \begin{cases} \bar{\xi} = \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 z, \\ \bar{\eta} = \beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 z, \\ \bar{\zeta} = \gamma_1 x + \gamma_2 y + \gamma_3 z, \end{cases}$$

et par la substitution dans (6) des valeurs de ξ, η, ζ tirées de (5), en tenant compte des (3), on a le groupe (7).

$$(7)\quad \begin{cases} \varpi\bar{x} = \varpi_1\bar{\xi} + \rho_1\bar{\eta} + \sigma_1\bar{\zeta}, \\ \varpi\bar{y} = \varpi_2\bar{\xi} + \rho_2\bar{\eta} + \sigma_2\bar{\zeta}, \\ \varpi\bar{z} = \varpi_3\bar{\xi} + \rho_3\bar{\eta} + \sigma_3\bar{\zeta}. \end{cases} \qquad (VII)\quad \begin{cases} p\bar{\xi} = p_1\bar{x} + p_2\bar{y} + p_3\bar{z}, \\ p\bar{\eta} = r_1\bar{x} + r_2\bar{y} + r_3\bar{z}, \\ p\bar{\zeta} = s_1\bar{x} + s_2\bar{y} + s_3\bar{z}\ (1). \end{cases}$$

§ 2. Je rappelle ensuite les 6 relations entre les 9 cosinus α_{123},

(1) Les quantités $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{\xi}$, etc., ont été désignées par Rankine sous le nom de *contraordonnées*.

etc., et les angles des axes entre eux. Si l'on porte sur Oz l'unité de longueur et si l'on projette orthogonalement le contour formé par cette unité et les coordonnées ξ, η, ζ, de son extrémité d'abord sur Oy, puis sur $O\xi$, puis sur $O\eta$, puis sur $O\zeta$, on obtient successivement les 4 équations suivantes :

$$\begin{aligned} -l + \alpha_3\xi + \beta_3\eta + \gamma_3\zeta &= 0,\\ -\alpha_3 + \xi + \nu\eta + \mu\zeta &= 0,\\ -\beta_3 + \nu\xi + \eta + \lambda\zeta &= 0,\\ -\gamma_3 + \mu\xi + \lambda\eta + \zeta &= 0. \end{aligned}$$

Elles donnent par l'élimination des ξ, η, ζ, la première du groupe (8), et en supposant nul l'angle des directions Oz et Oy la sixième du même groupe :

$$(8)\quad \left\{\begin{aligned} \varpi l &= \alpha_2\alpha_3(1-\lambda^2) + \beta_2\beta_3(1-\mu^2) + \gamma_2\gamma_3(1-\nu^2)\\ &\quad + (\beta_2\gamma_3 + \beta_3\gamma_2)\lambda' + (\gamma_3\alpha_2 + \gamma_2\alpha_3)\mu' + (\alpha_2\beta_3 + \alpha_3\beta_2)\nu',\\ \varpi m &= \alpha_3\alpha_1(1-\lambda^2) + \beta_3\beta_1(1-\mu^2) + \gamma_3\gamma_1(1-\nu^2)\\ &\quad + (\beta_3\gamma_1 + \beta_1\gamma_3)\lambda' + (\gamma_3\alpha_1 + \gamma_1\alpha_3)\mu' + (\alpha_3\beta_1 + \alpha_1\beta_3)\nu',\\ \varpi n &= \alpha_1\alpha_2(1-\lambda^2) + \beta_1\beta_2(1-\mu^2) + \gamma_1\gamma_2(1-\nu^2)\\ &\quad + (\beta_1\gamma_2 + \beta_2\gamma_1)\lambda' + (\gamma_1\alpha_2 + \gamma_2\alpha_1)\mu' + (\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1)\nu',\\ \varpi &= \alpha_1^2(1-\lambda^2) + \beta_1^2(1-\mu^2) + \gamma_1^2(1-\nu^2)\\ &\quad + 2\beta_1\gamma_1\lambda' + 2\gamma_1\alpha_1\mu' + 2\alpha_1\beta_1\nu',\\ \varpi &= \alpha_2^2(1-\lambda^2) + \beta_2^2(1-\mu^2) + \gamma_2^2(1-\nu^2)\\ &\quad + 2\beta_2\gamma_2\lambda' + 2\gamma_2\alpha_2\mu' + 2\alpha_2\beta_2\nu',\\ \varpi &= \alpha_3^2(1-\lambda^2) + \beta_3^2(1-\mu^2) + \gamma_3^2(1-\nu^2)\\ &\quad + 2\beta_3\gamma_3\lambda' + 2\gamma_3\alpha_3\mu' + 2\alpha_3\beta_3\nu'. \end{aligned}\right.$$

$$(\text{VIII})\quad \left\{\begin{aligned} p\lambda &= \beta_1p_1(1-l^2) + \beta_2\gamma_2(1-m^2) + \beta_3\gamma_3(1-n^2)\\ &\quad + (\beta_2\gamma_3 + \beta_3\gamma_2)l' + (\beta_3\gamma_1 + \beta_1\gamma_3)m' + (\beta_1\gamma_2 + \beta_2\gamma_1)n',\\ p\mu &= \gamma_1\alpha_1(1-l^2) + \gamma_2\alpha_2(1-m^2) + \gamma_3\alpha_3(1-n^2)\\ &\quad + (\gamma_2\alpha_3 + \gamma_3\alpha_2)l' + (\gamma_3\alpha_1 + \gamma_1\alpha_3)m' + (\gamma_1\alpha_2 + \gamma_2\alpha_1)n',\\ p\nu &= \alpha_1\beta_1(1-l^2) + \alpha_2\beta_2(1-m^2) + \alpha_3\beta_3(1-n^2)\\ &\quad + (\alpha_2\beta_3 + \alpha_3\beta_2)l' + (\alpha_3\beta_1 + \alpha_1\beta_3)m' + (\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1)n',\\ p &= \alpha_1^2(1-l^2) + \alpha_2^2(1-m^2) + \alpha_3^2(1-n^2)\\ &\quad + 2\alpha_2\alpha_3l' + 2\alpha_3\alpha_1m' + 2\alpha_1\alpha_2n',\\ p &= \beta_1^2(1-l^2) + \beta_2^2(1-m^2) + \beta_3^2(1-n^2)\\ &\quad + 2\beta_2\beta_3l' + 2\beta_3\beta_1m' + 2\beta_1\beta_2n',\\ \pi &= \gamma_1^2(1+l^2) + \gamma_2^2(1-m^2) + \gamma_3^2(1-n^2)\\ &\quad + 2\gamma_2\gamma_3l' + 2\gamma_3\gamma_1m' + 2\gamma_1\gamma_2n'. \end{aligned}\right.$$

On peut mettre ces relations sous la forme suivante en introduisant les p_{12}, ϖ_1 (formules (3) (III) :

$$(9)\quad \left\{\begin{aligned}
\varpi l &= \alpha_2\varpi_3 + \beta_2\rho_3 + \gamma_2\sigma_3 = \alpha_3\varpi_2 + \beta_3\rho_2 + \gamma_3\sigma_2,\\
\varpi m &= \alpha_3\varpi_1 + \beta_3\rho_1 + \gamma_3\sigma_1 = \alpha_1\varpi_3 + \beta_1\rho_3 + \gamma_1\sigma_3,\\
\varpi n &= \alpha_1\varpi_2 + \beta_1\rho_2 + \gamma_1\sigma_2 = \alpha_2\varpi_1 + \beta_2\rho_1 + \gamma_2\sigma_1,\\
\varpi &= \alpha_1\varpi_1 + \beta_1\rho_1 + \gamma_1\sigma_1,\\
\varpi &= \alpha_2\varpi_2 + \beta_2\rho_2 + \gamma_2\sigma_2,\\
\varpi &= \alpha_3\varpi_3 + \beta_3\rho_3 + \gamma_3\sigma_3.
\end{aligned}\right.$$

$$(\text{IX})\quad \left\{\begin{aligned}
p\lambda &= \beta_1 s_1 + \beta_2 s_2 + \beta_3 s_3 = \gamma_1 r_1 + \gamma_2 r_2 + \gamma_3 r_3,\\
p\mu &= \gamma_1 p_1 + \gamma_2 p_2 + \gamma_3 p_3 = \alpha_1 s_1 + \alpha_2 s_2 + \alpha_3 s_3,\\
p\nu &= \alpha_1 r_1 + \alpha_2 r_2 + \alpha_3 r_3 = \beta_1 p_1 + \beta_2 p_2 + \beta_3 p_3,\\
p &= \alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 + \alpha_3 p_3,\\
p &= \beta_1 r_1 + \beta_2 r_2 + \beta_3 r_3,\\
p &= \gamma_1 s_1 + \gamma_2 s_2 + \gamma_3 s_3.
\end{aligned}\right.$$

§ **3.** Les 9 rapports $\frac{p_1}{p}$, $\frac{\gamma_2}{p}$, etc., pourraient s'exprimer à l'aide de 3 variables seulement; ils doivent donc être liés par 6 équations indépendantes des α, β, γ. On y arrive si dans l'un des membres de l'égalité :

$$\begin{aligned}
&x^2 + y^2 + z^2 + 2lyz + 2mzx + 2nxy\\
&\qquad = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 + 2\lambda\eta\zeta + 2\mu\zeta\xi + 2\nu\xi\eta,
\end{aligned}$$

représentant la distance d'un point à l'origine, on remplace les variables par leurs valeurs tirées des équations de transformation (2) ou (II) et si l'on identifie ensuite les coefficients des variables; elles sont :

$$(10)\quad \left\{\begin{aligned}
p^2\lambda &= r_1 s_1 + r_2 s_2 + r_3 s_3\\
&\quad + l(r_2 s_3 + r_3 s_2) + m(r_3 s_1 + r_1 s_3) + n(r_1 s_2 + r_2 s_1),\\
p^2\mu &= s_1 p_1 + s_2 p_2 + s_3 p_3\\
&\quad + l(s_2 p_3 + s_3 p_2) + m(s_3 p_1 + s_1 p_3) + n(s_1 p_2 + s_2 p_1),\\
p^2\nu &= p_1 r_1 + p_2 r_2 + p_3 r_3\\
&\quad + l(p_2 r_3 + p_3 r_2) + m(p_3 r_1 + p_1 r_3) + n(p_1 r_2 + p_2 r_1),\\
p^2 &= p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + 2lp_2p_3 + 2mp_3p_1 + 2np_1p_2,\\
p^2 &= r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + 2lr_2r_3 + 2mr_3r_1 + 2nr_1r_2,\\
p^2 &= s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 + 2ls_2s_3 + 2ms_3s_1 + 2ns_1s_2.
\end{aligned}\right.$$

$$
(X)\quad\left\{\begin{aligned}
\varpi^2 l &= \varpi_2\varpi_3 + \rho_2\rho_3 + \sigma_2\sigma_3 \\
&\quad + \lambda(\rho_2\sigma_3+\rho_3\sigma_2) + \mu(\sigma_2\varpi_3+\sigma_3\varpi_2) + \nu(\varpi_2\rho_3+\varpi_3\rho_2),\\
\varpi^2 m &= \varpi_3\varpi_1 + \rho_3\rho_1 + \sigma_3\sigma_1 \\
&\quad + \lambda(\rho_3\sigma_1+\rho_1\sigma_3) + \mu(\sigma_3\varpi_1+\sigma_1\varpi_3) + \nu(\varpi_3\rho_1+\varpi_1\rho_3),\\
\varpi^2 n &= \varpi_1\varpi_2 + \rho_1\rho_2 + \sigma_1\sigma_2 \\
&\quad + \lambda(\rho_1\sigma_2+\rho_2\sigma_1) + \mu(\sigma_1\varpi_2+\sigma_2\varpi_1) + \nu(\varpi_1\rho_2+\varpi_2\rho_3),\\
\varpi^2 &= \varpi_1^2 + \rho_1^2 + \sigma_1^2 + 2\lambda\rho_1\sigma_1 + 2\mu\sigma_1\varpi_1 + 2\nu\varpi_1\rho_1,\\
\varpi^2 &= \varpi_2^2 + \rho_2^2 + \sigma_2^2 + 2\lambda\rho_2\sigma_2 + 2\mu\sigma_2\varpi_2 + 2\nu\varpi_2\rho_2,\\
\varpi^2 &= \varpi_3^2 + \rho_3^2 + \sigma_3^2 + 2\lambda\rho_3\sigma_3 + 2\mu\sigma_3\varpi_3 + 2\nu\varpi_3\rho_3.
\end{aligned}\right.
$$

Il est possible d'exprimer simplement les p, r, s, en fonction des ϖ, ρ, σ. Pour cela, j'élimine tout d'abord soit les x, y, z, soit les ξ, η, ζ, entre les formules (2) (II) de transformation et j'égale les coefficients des variables restant dans les deux membres, ce qui conduit à :

$$
(11)\quad\left\{\begin{aligned}
&\varpi_1 p_1 + \varpi_2 p_3 + \varpi_3 p_3 = \varpi p,\\
&\varpi_1 r_1 + \varpi_2 r_2 + \varpi_3 r_3 = 0,\\
&\varpi_1 s_1 + \varpi_2 s_2 + \varpi_3 s_3 = 0,\\
&\rho_1 p_1 + \rho_2 p_2 + \rho_3 p_3 = 0,\\
&\rho_1 r_1 + \rho_2 r_2 + \rho_3 r_3 = \varpi p,\\
&\rho_1 s_1 + \rho_2 s_2 + \rho_3 s_3 = 0,\\
&\sigma_1 p_1 + \sigma_2 p_2 + \sigma_3 p_3 = 0,\\
&\sigma_1 r_1 + \sigma_2 r_2 + \sigma_3 r_3 = 0,\\
&\sigma_1 s_1 + \sigma_2 s_2 + \sigma_3 s_3 = \varpi p.
\end{aligned}\right.
$$

$$
(XI)\quad\left\{\begin{aligned}
&p_1\varpi_1 + r_1\rho_1 + s_1\sigma_1 = p\varpi,\\
&p_1\varpi_2 + r_1\rho_2 + s_1\sigma_2 = 0,\\
&p_1\varpi_3 + r_1\rho_3 + s_1\sigma_3 = 0,\\
&p_2\varpi_1 + r_2\rho_1 + s_2\sigma_1 = 0,\\
&p_2\varpi_2 + r_2\rho_2 + s_2\sigma_2 = p\varpi,\\
&p_2\varpi_3 + r_2\rho_3 + s_2\sigma_3 = 0,\\
&p_3\varpi_1 + r_3\rho_1 + s_3\sigma_1 = 0,\\
&p_3\varpi_2 + r_3\rho_2 + s_3\sigma_2 = 0,\\
&p_3\varpi_3 + r_3\rho_3 + s_3\sigma_3 = p\varpi.
\end{aligned}\right.
$$

De ces deux groupes, on pourra tirer les expressions demandées.

Si l'on pose :

$$\begin{vmatrix} \varpi_1 & \varpi_2 & \varpi_3 \\ \rho_1 & \rho_2 & \rho_3 \\ \sigma_1 & \sigma_2 & \sigma_3 \end{vmatrix} = \varpi_0 \qquad \text{et} \qquad \begin{vmatrix} p_1 & r_1 & s_1 \\ p_2 & r_2 & s_2 \\ p_3 & r_3 & s_3 \end{vmatrix} = p_0,$$

on aura :

$$\varpi_0 p_1 = p\varpi(\rho_2\sigma_3 - \rho_3\sigma_2) \ldots, \text{ etc.}$$

Mais en désignant par δ_0 le déterminant :

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{vmatrix} = \delta_0,$$

en vertu des valeurs (3) (III) de $\varpi, \ldots p, \ldots$ etc., on vérifie :

$$\varpi_0 = \delta_0 \varpi^2, \qquad p_0 = \delta_0 p_0^2,$$

et par conséquent :

(12)
$$\begin{cases} \varpi\delta_0 p_1 = p(\rho_2\sigma_3 - \rho_3\sigma_2), \\ \varpi\delta_0 r_1 = p(\sigma_2\varpi_3 - \sigma_3\varpi_2), \\ \varpi\delta_0 s_1 = p(\varpi_2\rho_3 - \varpi_3\rho_2), \\ \varpi\delta_0 p_2 = p(\sigma_3\sigma_1 - \rho_1\sigma_3), \\ \varpi\delta_0 r_2 = p(\sigma_3\varpi_1 - \sigma_1\varpi_3), \\ \varpi\delta_0 r_3 = p(\varpi_3\rho_1 - \varpi_1\rho_3), \\ \varpi\delta_0 p_3 = p(\rho_1\sigma_2 - \rho_2\sigma_1). \\ \varpi\delta_0 r_3 = p(\sigma_1\varpi_2 - \sigma_2\varpi_1), \\ \varpi\delta_0 s_3 = p(\varpi_1\rho_2 - \varpi_2\rho_1) \end{cases}$$

(XII)
$$\begin{cases} p\delta_0\varpi_1 = \varpi(r_2 s_3 - r_3 s_2), \\ p\delta_0\varpi_2 = \varpi(r_3 s_1 - r_1 s_3), \\ p\delta_0\varpi_3 = \varpi(r_1 s_2 - r_2 s_1). \\ p\delta_0\rho_1 = \varpi(s_2 p_3 - s_3 p_2), \\ p\delta_0\rho_2 = \varpi(s_3 p_1 - s_1 p_3), \\ p\delta_0\rho_3 = \varpi(s_1 p_2 - s_2 p_1), \\ p\delta_0\sigma_1 = \varpi(p_2 r_3 - p_3 r_2), \\ p\delta_0\sigma_2 = \varpi(p_3 r_1 - p_1 r_3), \\ p\delta_0\sigma_3 = \varpi(p_1 r_2 - p_2 r_1). \end{cases}$$

§ 4. On peut encore établir des relations entre les $p_{123}\dots\varpi_{123}\dots$ et les mineurs $\alpha'_{123}\dots$ du déterminant δ'', soit posé :

$$(13)\quad \begin{cases} \alpha'_1=\beta_2\gamma_3-\beta_3\gamma_2, & \beta'_1=\gamma_2\alpha_3-\gamma_3\alpha_2, & \gamma'_1=\alpha_2\beta_3-\alpha_3\beta_2,\\ \alpha'_2=\beta_3\gamma_1-\beta_1\gamma_3, & \beta'_2=\gamma_3\alpha_1-\gamma_1\alpha_3, & \gamma'_2=\alpha_3\beta_1-\alpha_1\beta_3,\\ \alpha'_3=\beta_1\gamma_2-\beta_2\gamma_1, & \beta'_3=\gamma_1\alpha_2-\gamma_2\alpha_1, & \gamma'_3=\alpha_1\beta_2-\alpha_2\beta_1. \end{cases}$$

La substitution des valeurs (3) (III) de $p_{123}\dots\ \varpi_{123}\dots$ dans les groupes (12) (XII) ou encore la résolution des équations (6) (VI) par rapport à ces quantités donne :

$$(14)\quad \begin{cases} \delta_0 p_1=p(\alpha'_1+\nu\beta'_1+\mu\gamma'_1),\\ \delta_0 r_1=p(\nu\alpha'_1+\beta'_1+\lambda\gamma'_1),\\ \delta_0 s_1=p(\mu\alpha'_1+\lambda\beta'_1+\gamma'_1),\\ \delta_0 p_2=p(\alpha'_2+\nu\beta'_2+\mu\gamma'_2),\\ \delta_0 r_2=p(\nu\alpha'_2+\beta'_2+\lambda\gamma'_2),\\ \delta_0 s_2=p(\mu\alpha'_2+\lambda\beta'_2+\gamma'_2),\\ \delta_0 p_3=p(\alpha'_3+\nu\beta'_3+\mu\gamma'_3),\\ \delta_0 r_3=p(\nu\alpha'_3+\beta'_3+\lambda\gamma'_3),\\ \delta_0 s_3=p(\mu\alpha'_3+\lambda\beta'_3+\gamma'_3). \end{cases}$$

$$(XIV)\quad \begin{cases} \delta_0\varpi_1=\varpi(\alpha'_1+n\alpha'_2+m\alpha'_3),\\ \delta_0\varpi_2=\varpi(n\alpha'_1+\alpha'_2+l\alpha'_3),\\ \delta_0\varpi_3=\varpi(m\alpha'_1+l\alpha'_2+\alpha'_3),\\ \delta_0\rho_1=\varpi(\beta'_1+n\beta'_2+m\beta'_3),\\ \delta_0\rho_2=\varpi(n\beta'_1+\beta'_2+l\beta'_3),\\ \delta_0\rho_3=\varpi(m\beta'_1+l\beta'_2+\beta'_3),\\ \delta_0\sigma_1=\varpi(\gamma'_1+n\gamma'_2+m\gamma'_3),\\ \delta_0\sigma_2=\varpi(n\gamma'_1+\gamma'_2+l\gamma'_3),\\ \delta_0\sigma_3=\varpi(m\gamma'_1+l\gamma'_2+\gamma'_3). \end{cases}$$

Les formules inverses sont :

$$(15)\quad \begin{cases} p\varpi\alpha'_1=\delta_0[(1-\lambda^2)p_1+\nu' r_1+\mu' s_1],\\ p\varpi\beta'_1=\delta_0[\nu' p_1+(1-\mu^2)r_1+\lambda' s_1],\\ p\varpi\gamma'_1=\delta_0[\mu' p_1+\lambda' r_1+(1-\nu^2)s_1],\\ p\varpi\alpha'_2=\delta_0[(1-\lambda^2)p_2+\nu' r_2+\mu' s_2],\\ p\varpi\beta'_2=\delta_0[\nu' p_2+(1-\mu^2)r_2+\lambda' s_2],\\ p\varpi\gamma'_2=\delta_0[\mu' p_2+\lambda' r_2+(1-\nu_2)s_2],\\ p\varpi\alpha'_3=\delta_0[(1-\lambda^2)p_3+\nu' r_3+\mu' s_3],\\ p\varpi\beta'_3=\delta_0[\nu' p_3+(1-m^2)r_3+\lambda' s_3],\\ p\varpi\gamma'_3=\delta_0[\mu' p_3+\lambda' r_3+(1-r^2)s_3]. \end{cases}$$

$$
\text{(XV)}\quad
\begin{cases}
p\varpi\alpha'_1 = \delta_0[(1-l^2)\varpi_1 + n'\varpi_2 + m'\varpi_3],\\
p\varpi\alpha'_2 = \delta_0[n'\varpi_1 + (1-m^2)\varpi_2 + l'\varpi_3],\\
p\varpi\alpha'_3 = \delta_0[m'\varpi_1 + l'\varpi_2 + (1-n^2)\varpi_3],\\
p\varpi\beta'_1 = \delta_0[(1-l^2)\rho_1 + n'\rho_2 + m'\rho_3],\\
p\varpi\beta'_2 = \delta_0[n'\rho_1 + (1-m^2)\rho_2 + l'\rho_3],\\
p\varpi\beta'_3 = \delta_0[m'\rho_1 + l'\rho_2 + (1-n^2)\rho_3],\\
p\varpi\gamma'_1 = \delta_0[(1-l^2)\sigma_1 + n'\sigma_2 + m'\sigma_3],\\
p\varpi\gamma'_2 = \delta_0[n'\sigma_1 + (1-m^2)\sigma_2 + l'\sigma_3],\\
p\varpi\gamma'_3 = \delta_0[m'\sigma_1 + l's_2 + (1-n^2)\sigma_3].
\end{cases}
$$

Le sinus de l'angle des deux droites tel que $1-l^2$, etc., et en général les mineurs des déterminants p ou ϖ peuvent s'exprimer à l'aide des $\alpha'_{123}\ldots$ ou des p_{123}, etc. En effet, on peut écrire les expressions :

$$
\begin{aligned}
\varpi^2(1-l^2) &= \varpi.\varpi - \varpi l.\varpi l,\\
\varpi^2 l' &= \varpi m.\varpi m - \varpi.\varpi l,
\end{aligned}
$$

en recourant aux groupes (9) (IX), respectivement sous les formes :

$$
\begin{aligned}
&(\alpha_1\varpi_1 + \beta_1\rho_1 + \gamma_1\sigma_1)(\alpha_2\varpi_2 + \beta_2\rho_2 + \gamma_2\sigma_2)\\
&\quad - (\alpha_1\varpi_2 + \beta_1\rho_2 + \gamma_1\sigma_2)(\alpha_2\varpi_1 + \beta_2\rho_1 + \gamma_2\sigma_1),\\
&(\alpha_1\varpi_3 + \beta_1\rho_3 + \gamma_1\sigma_3)(\alpha_2\varpi_1 + \beta_2\rho_1 + \gamma_2\sigma_1)\\
&\quad - (\alpha_1\varpi_1 + \beta_1\rho_1 + \gamma_1\sigma_1)(\alpha_2\varpi_3 + \beta_2\rho_3 + \gamma_2\sigma_3).
\end{aligned}
$$

d'où en effectuant les produits :

$$
\begin{aligned}
\varpi p(1-l^2) &= \delta_0(\alpha'_3 p_3 + \beta'_3 r_3 + \gamma'_3 s_3),\\
\varpi p l' &= \delta_0(\alpha'_3 p_2 + \beta'_3 r_2 + \gamma'_3 s_2).
\end{aligned}
$$

Si l'on substitue aux p_{123} leurs valeurs (14) on a :

$$
\text{(16)}\quad
\begin{cases}
\varpi(1-l^2) = \alpha'_3 + \beta'_3 + \gamma'_3 + 2\lambda\beta'_3\gamma'_3 + 2\mu\gamma'_3\alpha'_3 + 2\nu\alpha'_3\beta'_3,\\
\varpi l' = \alpha'_2\alpha'_3 + \beta'_2\beta'_3 + \gamma'_2\gamma'_3\\
\qquad + \lambda(\beta'_2\gamma'_3 + \beta'_3\gamma'_2) + \mu(\gamma'_2\alpha'_3 + \gamma'_3\alpha'_2) + \nu(\alpha'_2\beta'_3 + \alpha'_3\beta'_2).
\end{cases}
$$

Si l'on substitue au α'_{123}, etc., leurs valeurs (13), on a :

$$
\text{(17)}\quad
\begin{cases}
\dfrac{p^2\varpi^2}{\delta_0^2}(1-l^2) = (1-\lambda^2)p_1^2 + (1-\mu^2)r_1^2 + (1-\nu^2)s_1^2\\
\qquad\qquad + 2\lambda' r_1 s_1 + 2\mu' s_1 p_1 + 2\nu' p_1 r_1.\\
\dfrac{p^2\varpi^2}{\delta_0^2} l' = (1-\lambda^2)p_2 p_3 + (1-\mu^2)r_2 r_3 + (1-\nu^2)s_2 s_3\\
\qquad + \lambda'(r_2 s_3 + r_3 s_2) + \mu'(s_2 p_3 + s_3 p_2) + \nu'(p_2 r_3 + p_3 r_2).
\end{cases}
$$

§ 5. Je termine ce recueil de formules, dont on verra plus tard l'utilité, en indiquant la dépendance qui existe entre les coefficients p_{123}, ϖ_{123}, α'_{123}, etc., et les angles des axes des deux systèmes.

On sait tout d'abord que ϖ représente le sextuple du volume de la pyramide formée par des longueurs égales à l'unité portées sur $O\xi$, $O\eta$, $O\zeta$, volume égal aussi à $\sin\eta\zeta\,\cos\xi\xi'$. D'où :

$$(18)\qquad \sqrt{\varpi} = \sin\eta\zeta\,\cos\xi\xi' = \sin\zeta\xi\,\cos\eta\eta' = \sin\zeta\eta\,\cos\zeta\zeta',$$

$$(\text{XVIII})\qquad \sqrt{p} = \sin yz\,\cos xx' = \sin zx\,\cos yy' = \sin xy\,\cos zz'.$$

La comparaison des formules de transformation (1) et (2) donne ensuite :

$$(19)\qquad \begin{cases} \dfrac{\cos\xi x'}{p_1} = \dfrac{\cos\eta x'}{r_1} = \dfrac{\cos\zeta x'}{s_1} = \dfrac{\cos xx'}{p}, \\ \dfrac{\cos\xi y'}{p_2} = \dfrac{\cos\eta y'}{r_2} = \dfrac{\cos\zeta y'}{s_2} = \dfrac{\cos yy'}{p}, \\ \dfrac{\cos\xi z'}{p_3} = \dfrac{\cos\eta z'}{r_3} = \dfrac{\cos\zeta z'}{s_3} = \dfrac{\cos zz'}{p}, \end{cases}$$

$$(\text{XIX})\qquad \begin{cases} \dfrac{\cos x\xi'}{\varpi_1} = \dfrac{\cos y\xi'}{\varpi_2} = \dfrac{\cos z\xi'}{\varpi_3} = \dfrac{\cos\xi\xi'}{\varpi}, \\ \dfrac{\cos x\eta'}{\rho_1} = \dfrac{\cos y\eta'}{\rho_2} = \dfrac{\cos z\eta'}{\rho_3} = \dfrac{\cos\eta\eta'}{\varpi}, \\ \dfrac{\cos x\zeta'}{\sigma_1} = \dfrac{\cos y\zeta'}{\sigma_2} = \dfrac{\cos z\zeta'}{\sigma_3} = \dfrac{\cos\zeta\zeta'}{\varpi}, \end{cases}$$

Cherchons les valeurs des cosinus des angles $\xi' x'$, etc., de deux conjugués. On peut remarquer pour cela que la première formule du groupe (8) donne le cosinus de l'angle de deux droites en fonction des cosinus directeurs $\alpha_2\beta_2\gamma_2$, $\alpha_3\beta_3\gamma_3$ de ces droites.

Or ceux de $O\xi'$ sont :

$$\alpha_3 = \cos\xi\xi' = \frac{\sqrt{\varpi}}{\sin\eta\zeta}, \qquad \beta_3 = \cos\eta\xi' = 0, \qquad \gamma_3 = \cos\zeta\xi' = 0;$$

ceux de Ox sont (d'après XIX) :

$$\alpha_2 = \cos\xi x' = \frac{p_1}{\sqrt{p}\sin yz},$$

$$\beta_2 = \cos\eta x' = \frac{r_1}{\sqrt{p}\sin yz},$$

$$\gamma_2 = \cos\zeta x' = \frac{s_1}{\sqrt{p}\sin yz}.$$

La formule indiquée devient alors :

$$\varpi\cos\xi' x' = \frac{\sqrt{\varpi}}{\sqrt{p}}\frac{1}{\sin y\zeta\sin yz}[(1-\lambda^2)p_1 + \nu' r_1 + \mu' s_1],$$

et le dernier facteur vaut : $\frac{p\varpi}{d\sigma}\alpha'_1$, d'après (15); d'où :

$$\frac{\alpha'_1}{\cos\xi' x'\sin\eta\zeta} = \frac{\beta'_1}{\cos\eta' x'\sin\zeta\xi} = \frac{\gamma'_1}{\cos\zeta' x'\sin\xi\eta} = \frac{\delta_0}{\sqrt{p\varpi}}\sin yz,$$

$$\frac{\alpha'_2}{\cos\xi' y'\sin\eta\zeta} = \frac{\beta'_2}{\cos\eta' y'\sin\zeta\xi} = \frac{\gamma'_2}{\cos\zeta' y'\sin\xi\eta} = \frac{\delta_0}{\sqrt{p\varpi}}\sin zx,$$

$$\frac{\alpha'_3}{\cos\xi' z'\sin\eta\zeta} = \frac{\beta'_3}{\cos\eta' z'\sin\zeta\xi} = \frac{\gamma'_3}{\cos\zeta' z'\sin\xi\eta} = \frac{\delta_0}{\sqrt{p\varpi}}\sin xy.$$

§ **6.** Si l'un des systèmes d'axes (celui des xyz) devient rectangle, voici les simplifications qui se présentent dans les principales formules : On a :

$$l = m = n = 0, \quad p = 1, \quad l' = m' = n' = 0;$$

$$\text{(VIII)}^{bis}\quad \begin{cases} \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = 1, & \beta_1\gamma_1 + \beta_2\gamma_2 + \beta_3\gamma_3 = \lambda, \\ \beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2 = 1, & \gamma_1\alpha_1 + \gamma_2\alpha_2 + \gamma_3\alpha_3 = \mu, \\ \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1, & \alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2 + \alpha_3\beta_3 = \nu. \end{cases}$$

Les p_{123}, r_{123}, s_{123}, deviennent α_{123}, β_{123}, γ_{123}.
Les ϖ_{123}, etc., sont les α'_{123}, etc., multipliés par $\sqrt{\varpi}$, et $\varpi = \delta_0^2$.
Ainsi :

$$\varpi_1 = \alpha'_1\delta_0, \quad \varpi_2 = \alpha'_2\delta_0, \text{ etc.}$$

Les conjuguées de (17) donnent :

$$(\text{XVII})^{bis}\quad \begin{cases} \varpi_1^2 + \varpi_2^2 + \varpi_3^2 = \varpi(1-\lambda^2), \\ \rho_1^2 + \rho_2^2 + \rho_3^2 = \varpi(1-\mu^2), \\ \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 = \varpi(1-\nu^2), \\ \rho_1\sigma_1 + \rho_2\sigma_2 + \rho_3\sigma_3 = \varpi\lambda', \\ \sigma_1\varpi_1 + \sigma_2\varpi_2 + \sigma_3\varpi_3 = \varpi\mu', \\ \varpi_1\rho_1 + \varpi_2\rho_2 + \varpi_3\rho_3 = \varpi\nu', \end{cases}$$

ou

$$\alpha_1'^2 + \alpha_2'^2 + \alpha_3'^2 = (1-\lambda^2),$$
$$\beta_1'\gamma_1' + \beta_2'\gamma_2' + \beta_3'\gamma_3' = \lambda', \text{ etc.}$$

On conservera les notations adoptées dans ce chapitre pour les suivants à moins d'avertissement du contraire.

CHAPITRE II

Déformations rapportées à des axes obliques.

§ 1. On sait que dans le cas d'axes rectangles, si u, v, w et u sont les projections sur les axes du déplacement d'un point d'un milieu déformé de coordonnées, x, y, z, il se présente dans la théorie de l'élasticité 9 quantités :

$$\frac{\delta u}{\delta x}, \frac{\delta v}{\delta y}, \frac{\delta w}{\delta z}; \quad \frac{\delta v}{\delta z}+\frac{\delta w}{\delta y}, \frac{\delta w}{\delta x}+\frac{\delta u}{\delta z}, \frac{\delta u}{\delta y}+\frac{\delta v}{\delta x};$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta w}{\delta y}-\frac{\delta v}{\delta z}\right), \frac{1}{2}\left(\frac{\delta u}{\delta z}-\frac{\delta w}{\delta u}\right), \frac{1}{2}\left(\frac{\delta v}{\delta x}-\frac{\delta u}{\delta y}\right),$$

dont les trois premières ont été appelées dilatations, les trois suivantes, glissements (cosinus de l'angle des axes après la déformation), les trois dernières, composantes de la rotation élémentaire. Je désignerai les 6 premières du nom commun de *déformations* (*strain* des Anglais) et les représenterai respectivement par $x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6$; les 3 dernières seront appelées *rotations élémentaires* et représentées par 0_x, 0_y, 0_z. Dans un deuxième système d'axes rectangles 0ξ, 0η, 0ζ, on emploiera φ, ψ, χ, pour les composantes du déplacement; $\xi_1 \xi_2 \xi_3 \xi_4 \xi_5 \xi_6$ pour les déformations et ω_ξ, ω_η, ω_ζ pour les rotations élémentaires. On trouvera, dans les ouvrages relatifs à l'élasticité, comment les déformations ou les rotations relatives à un système

d'axes rectangles s'expriment en fonction des déformations ou des rotations relatives à un autre système d'axes rectangles.

C'est le problème que je me propose de traiter dans ce chapitre pour des systèmes d'axes obliques. Mais dans ce cas il y a deux genres de déformations que l'on peut adopter et que je vais étudier tour à tour.

§ **2.** Si u, v, w, et φ, ψ, χ, sont les projections obliques sur les axes obliques Ox, Oy, Oz, et $O\xi$, $O\eta$, $O\zeta$, du même déplacement d'un même point dont les coordonnées sont xyz et $\xi\eta\zeta$ dans les deux systèmes d'axes, on a :

$$(1)\qquad \begin{cases} pu = p_1\varphi + r_1\psi + s_1\chi, \\ pv = p_2\varphi + r_2\psi + s_2\chi, \\ pw = p_3\varphi + r_3\psi + s_3\chi, \end{cases}$$

d'après les formules (2) de transformations.

Les déformations du premier genre que je vais considérer seront formées avec les dérivées partielles relativement aux variables xyz ou $\xi\eta\zeta$ des fonctions suivantes :

$$(2)\qquad \begin{cases} \dot{u} = u + nv + mw, \\ \dot{v} = nu + v + lw, \\ \dot{w} = mu + lv + w. \end{cases} \qquad (II)\qquad \begin{cases} \dot{\varphi} = \varphi + \nu\psi + \mu\chi, \\ \dot{\psi} = \nu\varphi + \psi + \lambda\chi, \\ \dot{\chi} = \mu\varphi + \lambda\psi + \chi. \end{cases}$$

Ce sont les projections orthogonales du déplacement sur les axes.

Or, d'après (1) on a :

$$\begin{aligned} p\dot{u} = \varphi(p_1 + np_2 + mp_3) + \psi(r_1 + nr_2 + mr_3) \\ + \chi(s_1 + ns_2 + ms_3), \end{aligned}$$

c'est-à-dire la première équation (d'après les formules IV du ch. I) du groupe suivant :

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \alpha_1\varphi + \beta_1\psi + \gamma_1\chi, \\ \dot{v} &= \alpha_2\varphi + \beta_2\psi + \gamma_2\chi, \\ \dot{w} &= \alpha_3\varphi + \beta_3\psi + \gamma_3\chi. \end{aligned}$$

Si l'on substitue dans cette même équation les φ, ψ, χ, tirées de (II), elle devient :

$$\varpi\dot{u} = \alpha_1[(1-\lambda^2)\dot{\varphi} + \nu'\dot{\varphi} + \mu'\dot{\chi}] + \beta_1[\nu'\dot{\varphi} + (1-\mu^2)\dot{\psi} + \lambda'\dot{\chi}] + \gamma_1[\mu'\dot{\varphi} + \lambda'\dot{\psi} + (1-\nu^2)\dot{\chi}],$$

ou en mettant les $\dot{\varphi}\dot{\psi}\dot{\chi}$ en facteurs (d'après le groupe (3) ch. I) la premières des suivantes :

$$(3)\qquad \begin{cases} \varpi\dot{u} = \varpi_1\dot{\varphi} + \rho_1\dot{\psi} + \sigma_1\dot{\chi}, \\ \varpi\dot{v} = \varpi_2\dot{\varphi} + \rho_2\dot{\psi} + \sigma_2\dot{\chi}, \\ \varpi\dot{w} = \varpi_3\dot{\varphi} + \rho_3\dot{\psi} + \sigma_3\dot{\chi}. \end{cases}$$

Je forme ensuite les dérivées totales par rapport aux xyz des fonctions $\dot{u}\dot{v}\dot{w}$ de $\dot{\varphi}\dot{\psi}\dot{\chi}$. On a :

$$\frac{\delta\dot{u}}{\delta x} = \frac{\delta\dot{u}}{\delta\dot{\varphi}}\frac{\delta\dot{\varphi}}{\delta x} + \frac{\delta\dot{u}}{\delta\dot{\psi}}\frac{\delta\dot{\psi}}{\delta x} + \frac{\delta\dot{u}}{\delta\dot{\chi}}\frac{\delta\dot{\chi}}{\delta x}$$

ou d'après (3) :

$$\varpi\frac{\delta\dot{u}}{\delta x} = \varpi_1\frac{\delta\dot{\varphi}}{\delta x} + \rho_1\frac{\delta\dot{\psi}}{\delta x} + \sigma_1\frac{\delta\dot{\chi}}{\delta x}.$$

D'autre part, les dérivées totales en x de $\dot{\varphi}\dot{\psi}\dot{\chi}$ considérées comme fonctions de $\xi\eta\zeta$, sont, en s'aidant des formules de transformation (II) du ch. 1 :

$$\varpi\frac{\delta\dot{\varphi}}{\delta x} = \varpi_1\frac{\delta\dot{\varphi}}{\delta\xi} + \rho_1\frac{\delta\dot{\varphi}}{\delta\eta} + \sigma_1\frac{\delta\dot{\varphi}}{\delta\zeta},$$

$$\varpi\frac{\delta\dot{\psi}}{\delta x} = \varpi_1\frac{\delta\dot{\psi}}{\delta\xi} + \rho_1\frac{\delta\dot{\psi}}{\delta\eta} + \sigma_1\frac{\delta\dot{\psi}}{\delta\zeta},$$

$$\varpi\frac{\delta\dot{\chi}}{\delta x} = \varpi_1\frac{\delta\dot{\chi}}{\delta\xi} + \rho_1\frac{\delta\dot{\chi}}{\delta\eta} + \sigma_1\frac{\delta\dot{\chi}}{\delta\zeta}.$$

La substitution de ces valeurs dans la dérivée totale $\frac{\delta\dot{u}}{\delta x}$ donnera explicitement cette dérivée en fonction des dérivées de $\dot{\varphi}$, $\dot{\psi}$, $\dot{\chi}$, par rapport à ξ, η, ζ.

Ce sera la première ligne du tableau suivant, où, pour abréger, je n'ai écrit que les coefficients en supprimant les signes $+$ et

mettant en tête des colonnes les quantités que ces coefficients multiplient :

$$
(4)\quad
\left\{
\begin{array}{l}
\qquad\qquad \dfrac{\delta\dot{\varphi}}{\delta\xi} \quad \dfrac{\delta\dot{\varphi}}{\delta\eta} \quad \dfrac{\delta\dot{\varphi}}{\delta\zeta} \quad \dfrac{\delta\dot{\psi}}{\delta\xi} \quad \dfrac{\delta\dot{\psi}}{\delta\eta} \quad \dfrac{\delta\dot{\psi}}{\delta\zeta} \quad \dfrac{\delta\dot{\chi}}{\delta\xi} \quad \dfrac{\delta\dot{\chi}}{\delta\eta} \quad \dfrac{\delta\dot{\chi}}{\delta\zeta} \\
\varpi^2 \dfrac{\delta\dot{u}}{\delta x} = \varpi_1^2 \quad \varpi_1\rho_1 \; \varpi_1\sigma_1 \; \rho_1\varpi_1 \; \rho_1^2 \quad \rho_1\sigma_1 \; \sigma_1\varpi_1 \; \sigma_1\rho_1 \; \sigma_1^2, \\
\varpi^2 \dfrac{\delta\dot{v}}{\delta y} = \varpi_1\varpi_2 \; \varpi_1\rho_2 \; \varpi_1\sigma_2 \; \rho_1\varpi_2 \; \rho_1\rho_2 \; \rho_1\sigma_2 \; \sigma_1\varpi_1 \; \sigma_1\rho_1 \; \sigma_1\rho_2, \\
\varpi^2 \dfrac{\delta\dot{w}}{\delta z} = \varpi_1\varpi_3 \; \varpi_1\rho_3 \; \varpi_1\sigma_3 \; \rho_1\varpi_3 \; \rho_1\rho_3 \; \rho_1\sigma_3 \; \sigma_1\varpi_3 \; \sigma_1\rho_3 \; \sigma_1\sigma_3, \\
\varpi^2 \dfrac{\delta\dot{v}}{\delta x} = \varpi_2\varpi_1 \; \varpi_2\rho_1 \; \varpi_2\sigma_1 \; \rho_2\varpi_1 \; \rho_2\rho_1 \; \rho_2\sigma_1 \; \sigma_2\varpi_1 \; \sigma_1\rho_1 \; \sigma_2\sigma_1, \\
\varpi^2 \dfrac{\delta\dot{v}}{\delta y} = \varpi_2^2 \quad \varpi_2\rho_2 \; \varpi_2\sigma_2 \; \rho_2\varpi_2 \; \rho_2^2 \quad \rho_2\sigma_2 \; \sigma_1\varpi_2 \; \sigma_2\rho_2 \; \sigma_2^2, \\
\varpi^2 \dfrac{\delta\dot{v}}{\delta z} = \varpi_2\varpi_3 \; \varpi_2\rho_3 \; \varpi_3\sigma_3 \; \rho_2\varpi_3 \; \rho_2\rho_3 \; \rho_2\sigma_3 \; \sigma_2\varpi_3 \; \sigma_2\rho_3 \; \sigma_2\sigma_3, \\
\varpi^2 \dfrac{\delta\dot{w}}{\delta x} = \varpi_3\varpi_1 \; \varpi_3\rho_1 \; \varpi_3\sigma_1 \; \rho_3\varpi_1 \; \rho_3\rho_1 \; \rho_3\sigma_1 \; \sigma_3\varpi_1 \; \sigma_3\rho_1 \; \sigma_3\sigma_1, \\
\varpi^2 \dfrac{\delta\dot{w}}{\delta y} = \varpi_3\varpi_2 \; \varpi_3\rho_2 \; \varpi_3\sigma_2 \; \rho_3\varpi_2 \; \rho_3\rho_2 \; \rho_3\sigma_2 \; \sigma_3\varpi_2 \; \sigma_3\rho_2 \; \sigma_3\sigma_2, \\
\varpi^2 \dfrac{\delta\dot{w}}{\delta z} = \varpi_3^2 \quad \varpi_3\rho_3 \; \varpi_3\sigma_3 \; \rho_3\varpi_3 \; \alpha_3^2 \quad \rho_3\sigma_3 \; \sigma_3\varpi_3 \; \sigma_3\rho_3 \; \sigma_3^2.
\end{array}
\right.
$$

Si l'on pose :

$$
\dot{x}_1 = \frac{\delta\dot{u}}{\delta x} \quad \dot{x}_2 = \frac{\delta\dot{v}}{\delta y} \quad \dot{x}_3 = \frac{\delta\dot{w}}{\delta z}
$$

$$
\dot{x}_4 = \frac{\delta\dot{v}}{\delta z} + \frac{\delta\dot{w}}{\delta y} \quad \dot{x}_5 = \frac{\delta\dot{w}}{\delta x} + \frac{\delta\dot{u}}{\delta z} \quad x_6 = \frac{\delta\dot{u}}{\delta y} + \frac{\delta\dot{v}}{\delta x},
$$

$$
\dot{\xi}_1 = \frac{\delta\dot{\varphi}}{\delta\xi} \quad \xi_2 = \frac{\delta\dot{\psi}}{\delta\eta} \quad \xi_3 = \frac{\delta\dot{\chi}}{\delta\zeta}
$$

$$
\xi_4 = \frac{\delta\dot{\psi}}{\delta\zeta} + \frac{\delta\dot{\chi}}{\delta\eta} \quad \xi_5 = \frac{\delta\dot{\chi}}{\delta\xi} + \frac{\delta\dot{\varphi}}{\delta\zeta} \quad \xi_6 = \frac{\delta\dot{\varphi}}{\delta\eta} + \frac{\delta\dot{\psi}}{\delta\xi},
$$

on s'assure facilement que ces relations peuvent s'écrire :

$$
(5)\quad\left\{\begin{aligned}
\varpi^2\dot{x}_1 &= \varpi_1^2\dot{\xi}_1 + \rho_1^2\dot{\xi}_2 + \sigma_1^2\dot{\xi}_3 + \rho_1\sigma_1\dot{\xi}_4 + \sigma_1\varpi_1\dot{\xi}_5 + \varpi_1\rho_1\dot{\xi}_6,\\
\varpi^2\dot{x}_2 &= \varpi_2^2\dot{\xi}_1 + \rho_2^2\dot{\xi}_2 + \sigma_2^2\dot{\xi}_3 + \rho_2\sigma_2\dot{\xi}_4 + \sigma_2\varpi_2\dot{\xi}_5 + \varpi_2\rho_2\dot{\xi}_6,\\
\varpi^2\dot{x}_3 &= \varpi_3^2\dot{\xi}_1 + \rho_3^2\dot{\xi}_2 + \sigma_3^2\dot{\xi}_3 + \rho_3\sigma_3\dot{\xi}_4 + \sigma_3\varpi_3\dot{\xi}_5 + \varpi_3\rho_3\dot{\xi}_6,\\
\varpi^2\dot{x}_4 &= 2\varpi_2\varpi_3\dot{\xi}_1 + 2\rho_2\rho_3\dot{\xi}_2 + 2\sigma_2\sigma_3\dot{\xi}_3\\
&\quad + (\rho_2\sigma_3 + \rho_3\sigma_2)\dot{\xi}_4 + (\sigma_2\varpi_2 + \sigma_3\varpi_2)\dot{\xi}_5 + (\varpi_2\rho_3 + \varpi_3\rho_2)\dot{\xi}_6,\\
\varpi^2\dot{x}_5 &= 2\varpi_3\varpi_1\dot{\xi}_1 + 2\rho_3\rho_1\dot{\xi}_2 + 2\sigma_3\sigma_1\dot{\xi}_3\\
&\quad + (\rho_3\sigma_1 + \rho_1\sigma_3)\dot{\xi}_4 + (\sigma_3\varpi_1 + \sigma_1\varpi_3)\dot{\xi}_5 + (\varpi_3\rho_1 + \varpi_1\rho_3)\dot{\xi}_6,\\
\varpi^2\dot{x}_6 &= 2\varpi_1\varpi_2\dot{\xi}_1 + 2\rho_1\rho_2\dot{\xi}_2 + 2\sigma_1\sigma_2\dot{\xi}_3\\
&\quad + (\rho_1\sigma_2 + \rho_2\sigma_1)\dot{\xi}_4 + (\sigma_1\varpi_2 + \sigma_2\varpi_1)\dot{\xi}_5 + (\varpi_1\rho_2 + \varpi_2\rho_1)\dot{\xi}_6.
\end{aligned}\right.
$$

On passera de ces formules à leurs inverses en changeant les x en ξ, et en substituant aux lettres ϖ, ρ, σ, les indices 1, 2, 3, et aux indices 1, 2, 3, les lettres p, r, s. Le résultat est le suivant :

$$
(V)\quad\left\{\begin{aligned}
p^2\xi_1 &= p_1^2x_1 + p_2^2x_2 + p_3^2x_3 + p_2p_3x_3 + p_3p_1x_5 + p_1p_2x_6,\\
p^2\xi_2 &= r_1^2x_1 + r_2^2x_2 + r_3^2x_3 + r_2r_3x_4 + r_3r_1x_5 + r_1r_2x_6,\\
p^2\xi_3 &= s_1^2x_1 + s_2^2x_2 + s_3^2x_3 + s_2s_3x_4 + s_3s_1x_5 + s_1s_2x_6,\\
p^2\xi_4 &= 2r_1s_1x_1 + 2r_2s_2x_2 + 2r_3s_3x_3\\
&\quad + (r_2s_3 + r_3s_2)x_4 + (r_3s_1 + r_1s_3)x_5 + (r_1s_2 + r_2s_1)x_6,\\
p^2\xi_5 &= 2s_1p_1x_1 + 2s_2p_2x_2 + 2s_3p_3x_3\\
&\quad + (s_2p_3 + s_3p_2)x_4 + (s_3p_1 + s_1p_3)x_5 + (s_1p_2 + s_2p_1)x_6,\\
p^2\xi_6 &= 2p_1r_1x_1 + 2p_2r_2x_2 + 2p_3r_3x_3\\
&\quad + (p_2r_3 + p_3r_2)x_4 + (p_3r_1 + p_1r_3)x_5 + (p_1r_2 + p_2r_1)x_6.
\end{aligned}\right.
$$

Lorsque les axes $0x$, $0y$, $0z$ sont rectangles, il suffit de remplacer dans (V) p_1r_1, etc., par $\alpha_1\beta_1$, avec $p = 1$ et dans (5), les $\varpi_1\rho_1$, etc., par $\alpha'_1\beta'_1$, etc., ϖ^2 par δ_0.

On peut faire usage d'une notation symbolique et convenir que les produits des quantités $e_1e_2e_3$: e^2_1, e^2_2, e^2_3, e_2e_3, e_3e_1, e_1e_2 vaudront respectivement $2x_1$ $2x_2$ $2x_3$ x_4 x_5 x_6. Un des sextinômes précédents pourra s'écrire alors, le quatrième par exemple :

$$(r_1e_1 + r_2e_2 + r_3e_3)\,(s_1e_1 + s_2e_2 + s_3e_3).$$

Si l'on désigne par $\dot{O}_x$, etc., $\dot{\varpi}_\xi$, etc., les différences :

$$\dot{O}_x = \frac{1}{2}\left(\frac{\delta\dot{\chi}}{\delta\eta} - \frac{\delta\dot{\psi}}{\delta\zeta}\right), \text{ etc.}, \qquad \dot{\omega}_\xi = \frac{1}{2}\left(\frac{\delta\dot{\omega}}{\delta y} - \frac{\delta\dot{v}}{\delta z}\right), \text{ etc.},$$

on trouve en effectuant les différences à l'aide de (4) et en remplaçant les quantités $(\rho_2\varpi_3 - \rho_3\varpi_2)$, etc., à l'aide des relations (12) du ch. 1 :

$$(6)\qquad \begin{cases} \dfrac{p\varpi}{\delta_0}\dot{O}_x = p_1\dot{\omega}_\xi + r_1\dot{\omega}_\eta + s_1\dot{\omega}_\zeta, \\ \dfrac{p\varpi}{\delta_0}\dot{O}_y = p_2\dot{\omega}_\xi + r_2\dot{\omega}_\eta + s_2\dot{\omega}_\zeta, \\ \dfrac{p\varpi}{\delta_0}\dot{O}_z = p_3\dot{\omega}_\xi + r_3\dot{\omega}_\eta + s_3\dot{\omega}_\zeta, \end{cases}$$

$$(\text{VI})\qquad \begin{cases} \dfrac{p\varpi}{\delta_0}\dot{\omega}_\xi = \varpi_1\dot{O}_x + \varpi_2\dot{O}_y + \varpi_3\dot{O}_z, \\ \dfrac{p\varpi}{\delta_0}\dot{\omega}_\eta = \rho_1\dot{O}_x + \rho_2\dot{O}_y + \rho_3\dot{O}_z, \\ \dfrac{p\varpi}{\delta_0}\dot{\omega}_\zeta = \sigma_1\dot{O}_x + \sigma_2\dot{O}_y + \sigma_3\dot{O}_z. \end{cases}$$

§ 3. Les déformations du deuxième genre se forment avec les dérivées $\frac{du}{dx}$, etc., des projections obliques du déplacement par rapport aux variables $\bar{x}\bar{y}\bar{z}$ définies par les groupes (5) et (V) du premier chapitre.

Pour arriver à exprimer ces déformations relatives à un système d'axes en fonction de celles relatives à un autre système, il m'est nécessaire de chercher les valeurs des $\frac{du}{dx}$, etc., en fonction des $\frac{d\varphi}{d\xi}$, etc.

La dérivée totale en x de la quantité u définie par l'équation (1) de ce chapitre et considérée comme une fonction de φ, ψ, χ, est :

$$\frac{\delta u}{\delta\chi} = \frac{\delta u}{\delta\varphi}\frac{\delta\varphi}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta\psi}\frac{\delta\psi}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta\chi}\frac{\delta\chi}{\delta x} = \frac{1}{p}\left(p_1\frac{\delta\varphi}{\delta x} + r_1\frac{\delta\psi}{\delta x} + s_1\frac{\delta\psi}{\delta x}\right);$$

d'autre part, les dérivées totales en x de φ, ψ, χ, considérées comme des fonctions de ξ, η, ζ, sont, en tenant compte des équations (II) de transformation du ch. 1 :

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial\varphi}{\partial\xi}\frac{\partial\xi}{\partial x} + \frac{\partial\varphi}{\partial\eta}\frac{\partial\eta}{\partial x} + \frac{\partial\varphi}{\partial\zeta}\frac{\partial\zeta}{\partial x} = \frac{1}{\varpi}\left(\varpi_1\frac{\partial\varphi}{\partial\xi} + \rho_1\frac{\partial\varphi}{\partial\eta} + \sigma_1\frac{\partial\varphi}{\partial\zeta}\right),$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \frac{1}{\varpi}\left(\varpi_1\frac{\partial\psi}{\partial\xi} + \rho_1\frac{\partial\psi}{\partial\eta} + \sigma_1\frac{\partial\psi}{\partial\zeta}\right),$$

$$\frac{\partial\chi}{\partial x} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \frac{1}{\varpi}\left(\varpi_1\frac{\partial\chi}{\partial\xi} + \rho_1\frac{\partial\chi}{\partial\eta} + \sigma_1\frac{\partial\chi}{\partial\zeta}\right).$$

La substitution de ces trois dérivées dans l'équation antécédente fournit la première du tableau suivant où l'on a supprimé les signes et mis en haut des colonnes les multiplicateurs des coefficients de ces colonnes.

(VII)

	$\frac{\partial\varphi}{\partial\xi}$	$\frac{\partial\varphi}{\partial\eta}$	$\frac{\partial\varphi}{\partial\zeta}$	$\frac{\partial\psi}{\partial\xi}$	$\frac{\partial\psi}{\partial\eta}$	$\frac{\partial\psi}{\partial\zeta}$	$\frac{\partial\chi}{\partial\xi}$	$\frac{\partial\chi}{\partial\eta}$	$\frac{\partial\chi}{\partial\zeta}$
$p\varpi\frac{\partial u}{\partial x} =$	$\varpi_1 p_1$	$p_1\rho_1$	$p_1\sigma_1$	$r_1\varpi_1$	$r_1\rho_1$	$r_1\sigma_1$	$s_1\varpi_1$	$s_1\rho_1$	$s_1\sigma_1$,
$p\varpi\frac{\partial u}{\partial y} =$	$p_1\varpi_2$	$p_1\rho_2$	$p_1\sigma_2$	$r_1\varpi_2$	$r_1\rho_2$	$r_1\sigma_2$	$s_1\varpi_2$	$s_1\rho_2$	$s_1\sigma_2$,
$p\varpi\frac{\partial u}{\partial z} =$	$p_1\varpi_3$	$p_1\rho_3$	$p_1\sigma_3$	$r_1\varpi_3$	$r_1\rho_3$	$r_1\sigma_3$	$s_1\varpi_3$	$s_1\rho_3$	$s_1 s_3$,
$p\varpi\frac{\partial v}{\partial x} =$	$p_2\varpi_1$	$p_2\rho_1$	$p_2\sigma_1$	$r_2\varpi_1$	$r_2\rho_1$	$r_2\sigma_1$	$s_2\varpi_1$	$s_2\rho_1$	$s_2\sigma_1$,
$p\varpi\frac{\partial v}{\partial y} =$	$p_2\varpi_2$	$p_2\rho_2$	$p_2\sigma_2$	$r_2\varpi_2$	$r_2\rho_2$	$r_2\sigma_2$	$s_2\varpi_2$	$s_2\rho_2$	$s_2\sigma_2$,
$p\varpi\frac{\partial v}{\partial z} =$	$p_2\varpi_3$	$p_2\rho_3$	$p_2\sigma_3$	$r_2\varpi_3$	$r_2\rho_3$	$r_2\sigma_3$	$s_2\varpi_3$	$s_2\rho_3$	$s_2\sigma_3$,
$p\varpi\frac{\partial w}{\partial x} =$	$p_3\varpi_1$	$p_3\rho_1$	$p_3\sigma_1$	$r_3\varpi_1$	$r_3\rho_1$	$r_3\sigma_1$	$s_3\varpi_1$	$s_3\rho_1$	$s_3\sigma_1$,
$p\varpi\frac{\partial w}{\partial y} =$	$p_3\varpi_2$	$p_3\rho_2$	$p_3\sigma_2$	$r_3\varpi_2$	$r_3\rho_2$	$r_3\sigma_2$	$s_3\varpi_2$	$s_3\rho_2$	$s_3\sigma_2$,
$p\varpi\frac{\partial w}{\partial z} =$	$p_3\varpi_3$	$p_3\rho_3$	$p_3\sigma_3$	$r_3\varpi_3$	$r_3\rho_3$	$r_3\sigma_3$	$s_3\varpi_3$	$s_3\rho_3$	$s_3\sigma_3$.

On formerait facilement les relations inverses qui nous sont inutiles par le changement des lettres $\varpi\rho\sigma$ en indices 123 et des indices en lettres prs.

Si maintenant nous exprimons les $\frac{du}{d\bar{x}}$ etc. $\frac{d\varphi}{d\bar{\xi}}$ en fonction des $\frac{du}{dx}$ etc., $\frac{d\varphi}{d\xi}$, l'élimination entre les relations ainsi trouvées et les formules (7) nous donnera les formules de transformation cherchées. On a :

$$\frac{\partial u}{\partial \bar{x}} = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial u}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial \bar{x}}$$

et d'autres semblables qui, d'après la définition des $\bar{x}$, etc., sont :

(8)
$$\left\{\begin{aligned}
p\frac{\partial u}{\partial \bar{x}} &= (1-l^2)\frac{\partial u}{\partial x} + n'\frac{\partial u}{\partial y} + m'\frac{\partial u}{\partial z},\\
p\frac{\partial u}{\partial \bar{y}} &= n'\frac{\partial u}{\partial x} + (1-m^2)\frac{\partial u}{\partial y} + l'\frac{\partial u}{\partial z},\\
p\frac{\partial u}{\partial \bar{z}} &= m'\frac{\partial u}{\partial x} + l'\frac{\partial u}{\partial y} + (1-n^2)\frac{\partial u}{\partial z},\\
p\frac{\partial v}{\partial \bar{x}} &= (1-l^2)\frac{\partial v}{\partial x} + n'\frac{\partial v}{\partial y} + m'\frac{\partial v}{\partial z},\\
p\frac{\partial v}{\partial \bar{y}} &= n'\frac{\partial v}{\partial x} + (1-m^2)\frac{\partial v}{\partial y} + l'\frac{\partial v}{\partial z},\\
p\frac{\partial v}{\partial \bar{z}} &= m'\frac{\partial v}{\partial x} + l'\frac{\partial v}{\partial y} + (1-n^2)\frac{\partial v}{\partial z},\\
p\frac{\partial w}{\partial \bar{x}} &= (1-l^2)\frac{\partial w}{\partial x} + l'\frac{\partial w}{\partial y} + m'\frac{\partial w}{\partial z},\\
p\frac{\partial w}{\partial \bar{y}} &= n'\frac{\partial w}{\partial x} + (1-m^2)\frac{\partial w}{\partial y} + l'\frac{\partial w}{\partial z},\\
p\frac{\partial w}{\partial \bar{z}} &= m'\frac{\partial w}{\partial x} + l'\frac{\partial w}{\partial y} + (1-n^2)\frac{\partial w}{\partial z},
\end{aligned}\right.$$

et de même

(VIII)
$$\left\{\begin{aligned}
&\varpi\frac{\partial \varphi}{\partial \bar{\xi}} = (1-\lambda^2)\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + \nu'\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} + \mu'\frac{\partial \varphi}{\partial \zeta}, \text{ etc.}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}\right.$$

Les formules inverses sont :

$$(9)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} = \dfrac{\partial u}{\partial \bar{x}} + n\dfrac{\partial u}{\partial \bar{y}} + m\dfrac{\partial u}{\partial \bar{z}}, \text{ etc.} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

et :

$$(IX)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial \varphi}{\partial \xi} = \dfrac{\partial \varphi}{\partial \bar{\xi}} + \nu\dfrac{\partial \varphi}{\partial \bar{\eta}} + \mu\dfrac{\partial \varphi}{\partial \bar{\zeta}}, \\ \dfrac{\partial \varphi}{\partial \eta} = \nu\dfrac{\partial \varphi}{\partial \bar{\xi}} + \dfrac{\partial \varphi}{\partial \bar{\eta}} + \lambda\dfrac{\partial \varphi}{\partial \bar{\zeta}}, \\ \dfrac{\partial \varphi}{\partial \zeta} = \mu\dfrac{\partial \varphi}{\partial \bar{\xi}} + \lambda\dfrac{\partial \varphi}{\partial \bar{\eta}} + \dfrac{\partial \varphi}{\partial \bar{\zeta}}, \\ \dfrac{\partial \psi}{\partial \xi} = \dfrac{\partial \psi}{\partial \bar{\xi}} + \nu\dfrac{\partial \psi}{\partial \bar{\eta}} + \mu\dfrac{\partial \psi}{\partial \bar{\zeta}}, \\ \dfrac{\partial \psi}{\partial \eta} = \nu\dfrac{\partial \psi}{\partial \bar{\xi}} + \dfrac{\partial \psi}{\partial \bar{\eta}} + \lambda\dfrac{\partial \psi}{\partial \bar{\zeta}}, \\ \dfrac{\partial \psi}{\partial \zeta} = \mu\dfrac{\partial \psi}{\partial \bar{\xi}} + \lambda\dfrac{\partial \psi}{\partial \bar{\eta}} + \dfrac{\partial \psi}{\partial \bar{\zeta}}, \\ \dfrac{\partial \chi}{\partial \xi} = \dfrac{\partial \chi}{\partial \bar{\xi}} + \nu\dfrac{\partial \chi}{\partial \bar{\eta}} + \mu\dfrac{\partial \chi}{\partial \bar{\zeta}}, \\ \dfrac{\partial \chi}{\partial \eta} = \nu\dfrac{\partial \chi}{\partial \bar{\xi}} + \dfrac{\partial \chi}{\partial \bar{\eta}} + \lambda\dfrac{\partial \chi}{\partial \bar{\zeta}}, \\ \dfrac{\partial \chi}{\partial \zeta} = \mu\dfrac{\partial \chi}{\partial \bar{\xi}} + \lambda\dfrac{\partial \chi}{\partial \bar{\eta}} + \dfrac{\partial \chi}{\partial \bar{\zeta}}. \end{cases}$$

Nous porterons dans les seconds membres de (8) les valeurs (7) de $\dfrac{du}{dx}$, etc., et y ferons disparaître les $\varpi_1 \rho_1 \ldots$ à l'aide des formules (XV) du ch. I. Les $\dfrac{d\varphi}{d\bar{\xi}}$, etc., entrant dans ces expressions seront remplacées par leurs valeurs (IX) et on y fera disparaître les α'_1, β'_1, etc., à l'aide des relations (XIV) du ch. I. Des 9 égalités obtenues en opérant de la même façon sur chacune du groupe (8), on déduira en posant :

$$\frac{\partial u}{\partial \bar{x}} = x_1, \quad \frac{\partial v}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial w}{\partial \bar{y}} = \bar{x}_1, \text{ etc.}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \bar{\xi}} = \bar{\xi}_1, \text{ etc.},$$

le tableau suivant :

$$
(10)\quad
\begin{cases}
 & \bar{\xi}_1 & \bar{\xi}_2 & \bar{\xi}_3 & \bar{\xi}_4 & \bar{\xi}_5 & \bar{\xi}_6 \\
p^2\bar{x}_1 = & p_1^2 & r_1^2 & s_1^2 & r_1 s_1 & s_1 p_1 & p_1 r_1, \\
p^2\bar{x}_2 = & p_2^2 & r_2^2 & s_2^2 & r_2 s_2 & s_2 p_2 & p_2 r_2, \\
p^2\bar{x}_3 = & p_3^2 & r_3^2 & s_3^2 & r_3 s_3 & s_3 p_3 & p_3 r_3, \\
p^2\bar{x}_4 = & 2p_2p_3 & 2r_2r_3 & 2s_2s_3 & (r_2s_3+r_3s_2) & (s_2p_3+s_3p_2) & (p_2r_3+p_3r_2), \\
p^2\bar{x}_5 = & 2p_3p_1 & 2r_3r_1 & 2s_3s_1 & (r_3s_1+r_1s_3) & (s_3p_1+s_1p_3) & (p_3r_1+p_1r_3), \\
p^2\bar{x}_6 = & 2p_1p_2 & 2r_1r_2 & 2s_1s_2 & (r_1s_2+r_2s_1) & (s_1p_2+s_2p_1) & (p_2r_1+p_1r_2),
\end{cases}
$$

où les quantités en haut des colonnes sont les multiplicateurs de chacun des termes de cette colonne.

Les relations inverses sont :

$$
(X)\quad
\begin{cases}
 & \bar{x}_1 & \bar{x}_2 & \bar{x}_3 & \bar{x}_4 & \bar{x}_5 & \bar{x}_6 \\
\varpi^2\bar{\xi}_1 = & \varpi_1^2 & \varpi_2^2 & \varpi_3^2 & \varpi_2\varpi_3 & \varpi_3\varpi_1 & \varpi_1\varpi_2 \\
\varpi^2\bar{\xi}_2 = & \rho_1^2 & \rho_2^2 & \rho_3^2 & \rho_2\rho_3 & \rho_3\rho_1 & \rho_1\rho_2 \\
\varpi^2\bar{\xi}_3 = & \sigma_1^2 & \sigma_2^2 & \sigma_3^2 & \sigma_2\sigma_3 & \sigma_3\sigma_1 & \sigma_1\sigma_2 \\
\varpi^2\bar{\xi}_4 = & 2\rho_1\sigma_1 & 2\rho_2\sigma_2 & 2\rho_3\sigma_3 & (\rho_2\sigma_3+\rho_3\sigma_2) & (\rho_3\sigma_1+\rho_1\sigma_3) & (\rho_1\sigma_2+\rho_2\sigma_1), \\
\varpi^2\bar{\xi}_5 = & 2\sigma_1\varpi_1 & 2\sigma_2\varpi_2 & 2\sigma_3\varpi_3 & (\sigma_2\varpi_3+\sigma_3\varpi_2) & (\sigma_3\varpi_1+\sigma_1\varpi_3) & (\sigma_1\varpi_2+\sigma_2\varpi_1), \\
\varpi^2\bar{\xi}_6 = & 2\varpi_1\rho_1 & 2\varpi_2\rho_2 & 2\varpi_3\rho_3 & (\varpi_2\rho_3+\varpi_3\rho_2) & (\varpi_3\rho_1+\varpi_1\rho_3) & (\varpi_1\rho_2+\varpi_2\rho_1).
\end{cases}
$$

Telles sont les formules de transformation qui lient les déformations du 2e genre relatives à deux systèmes d'axes obliques. On peut encore se demander quelles relations existent entre les déformations de l'un et de l'autre genre. Pour les trouver, remarquons que si les axes des xyz sont rectangles, les déformations $\dot{x}_1$, etc., $\bar{x}_1$, etc., sont égales entre elles et à x_1, etc. Il suffira donc de substituer dans les équations (V) les valeurs de x_1, x_2, etc., données par (10) et de simplifier les coefficients en p_{123}, etc. Ces derniers sont, dans l'hypothèse introduite, égaux aux α_{123}, etc., et satisfont aux relations (VIII) *bis* du ch. I. Le résultat écrit de la façon abrégée ordinaire est le suivant :

$$
\begin{array}{lcccccc}
 & \dot{\xi}_1 & \dot{\xi}_2 & \dot{\xi}_3 & \dot{\xi}_4 & \dot{\xi}_5 & \dot{\xi}_6 \\
\dot{\xi}_1 = & 1 & \nu^2 & \mu^2 & \mu\nu & \mu & \nu, \\
\dot{\xi}_2 = & \nu^2 & 1 & \lambda^2 & \lambda & \nu\lambda & \nu,
\end{array}
$$

$$\begin{aligned}
\dot{\xi}_3 &= \mu^2 \quad \lambda^2 \quad 1 \quad \lambda \quad \mu \quad \lambda\mu, \\
\dot{\xi}_4 &= 2\mu\nu \quad 2\lambda \quad 2\lambda \quad 1 \quad \nu \quad \mu, \\
\dot{\xi}_5 &= 2\mu \quad 2\nu\lambda \quad 2\mu \quad \nu \quad 1 \quad \lambda, \\
\dot{\xi}_6 &= 2\nu \quad 2\nu \quad 2\lambda\mu \quad \mu \quad \lambda \quad 1.
\end{aligned}$$

Les $\bar{\xi}_{is}$ seraient donnés en fonction des $\dot{\xi}_{is}$, etc., par des formules un peu moins simples.

§ **4.** Je termine ce chapitre en indiquant des fonctions des six déformations du premier genre et des angles des axes auxquels on les rapporte, qui gardent leur forme lorsqu'on change d'axes de coordonnées. On peut donc les désigner sous le nom d'invariants.

Considérons pour cela l'ellipsoïde des dilatations. Il s'obtient, on le sait, en portant sur une direction arbitraire Ox définie par les coefficients directeurs ϖ_1, ρ_1, σ_1, une longueur égale à l'inverse de la racine de la dilatation suivant cette direction. Les coordonnées de cette extrémité sont donc :

$$\xi = \frac{\varpi_1}{\varpi}\sqrt{x_1}, \quad \eta = \frac{\rho_1}{\varpi}\sqrt{x_1}, \quad \zeta = \frac{\sigma_1}{\varpi}\sqrt{x_1}.$$

Ces valeurs de $\varpi_1\rho_1\sigma_1$ substituées dans la première des équations (5) donne en supprimant le point, puisqu'il ne peut y avoir d'ambiguité :

$$\xi_1\xi^2 + \xi_2\eta^2 + \xi_3\zeta^2 + \xi_4\eta\zeta + \xi_5\zeta\xi + \xi_6\zeta\eta = 1,$$

équation d'un ellipsoïde rapporté aux axes $O\xi$, $O\eta$, $O\zeta$. Le plan tangent à l'extrémité du rayon vecteur défini par $\varpi_1\rho_1\sigma_1$ est représenté par :

$$\xi\left(\varpi_1\xi_1 + \frac{1}{2}\rho_1\xi_6 + \frac{1}{2}\sigma_1\xi_5\right) + \eta\left(\frac{1}{2}\varpi_1\xi_6 + \rho_1\xi_2 + \frac{1}{2}\sigma_1\xi_4\right) + \zeta\left(\frac{1}{2}\varpi_1\xi_5 + \frac{1}{2}\rho_1\xi_4 + \sigma_1\xi_3\right) = 0.$$

D'autre part, comme les angles de ce rayon avec les axes ont

des cosinus $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ donnés par les formules (4) du ch. 1, le plan qui lui est perpendiculaire a pour équation :

$$\xi(\varpi_1+\nu\rho_1+\mu\sigma_1)+\eta(\nu\varpi_1+\rho_1+\lambda\sigma_1)+\zeta(\mu\varpi_1+\lambda\rho_1+\sigma_1)=0.$$

En écrivant que les plans mentionnés sont parallèles, on déterminera les axes de l'ellipsoïde des dilatations. Si S désigne le rapport commun des 3 coefficients des équations des plans, on a :

$$\begin{aligned}
(\xi_1-S)\varpi_1+\left(\frac{1}{2}\xi_6-\nu S\right)\rho_1+\left(\frac{1}{2}\xi_5-\mu S\right)\sigma_1&=0,\\
\left(\frac{1}{2}\xi_6-S\right)\varpi_1+(\xi_2-S)\rho_1\quad+\left(\frac{1}{2}\xi_4-\lambda S\right)\sigma_1&=0,\\
\left(\frac{1}{2}\xi_5-S\right)\varpi_1+\left(\frac{1}{2}\xi_4-S\right)\rho_1+(\xi_3-S)\sigma_1\quad&=0.
\end{aligned}$$

soit :

$$C_0S^3-C_1S^2+C_2S+C_3=0$$

l'équation en S obtenue par l'élimination des $\varpi_1\rho_1\sigma_1$; les invariants cherchés sont les rapports des coefficients C_1 C_2 C_3 à C_0. Le développement du déterminant résultant de l'élimination donne :

$$\begin{aligned}
C_0&=\varpi,\\
C_1&=\xi_1(1-\lambda^2)+\xi_2(1-\mu^2)+\xi_3(1-\nu^2)+\lambda'\xi_4+\mu'\xi_5+\nu'\xi_6,\\
4C_2&=4(\xi_1\xi_2+\xi_3\xi_1+\xi_2\xi_3-\xi_4^2-\xi_5^2-\xi_6^2)\\
&\quad+2(\lambda\xi_5\xi_6+\mu\xi_6\xi_4+\nu\xi_4\xi_5)-4(\lambda\xi_1\xi_4+\mu\xi_2\xi_5+\nu\xi_3\xi_6,\\
C_3&=\begin{vmatrix}\xi_1 & \frac{1}{2}\xi_6 & \frac{1}{2}\xi_5\\ \frac{1}{2}\xi_6 & \xi_2 & \frac{1}{2}\xi_4\\ \frac{1}{2}\xi_5 & \frac{1}{2}\xi_4 & \xi_3\end{vmatrix}.
\end{aligned}$$

A l'aide des formules de transformation (V) et en utilisant les relations du premier chapitre, on peut vérifier la propriété d'invariance de ces expressions. Ainsi C_1 se reproduit en x_1 x_1 ... l, m, n, multiplié par $\frac{\varpi^2}{d_0^2}$; C_2 se reproduit multiplié par d_0^4, et C_3 multiplié par $p^4d_0^6$. Quant aux invariants formés avec les déformations du second genre, on les établira d'une façon très simple au chapitre suivant.

CHAPITRE III

Pressions rapportées à des axes obliques.

§ 1. Je vais résoudre dans ce chapitre, relativement aux pressions, le même problème qui a été résolu dans le chapitre précédent relativement aux déformations. C'est-à-dire que je vais exprimer les composantes convenablement choisies des pressions s'exerçant sur trois plans obliques, en fonctions des composantes des pressions s'exerçant sur trois autres plans obliques.

Je désignerai du nom commun de *pressions* (*stress* des Anglais) et représenterai par :

$$\begin{matrix} \Xi_\xi & \Xi_\eta & \Xi_\zeta, \\ \mathrm{H}_\xi & \mathrm{H}_\eta & \mathrm{H}_\zeta, \\ \mathrm{Z}_\xi & \mathrm{Z}_\eta & \mathrm{Z}_\zeta, \end{matrix}$$

les composantes obliques suivant 0ξ, 0η, 0ζ, des forces rapportées à l'unité de surface, s'exerçant sur les faces d'un parallélipipède élémentaire d'arêtes parallèles aux ξ, η, ζ. La première lettre indique la face sur laquelle s'exerce la pression, la deuxième en indice la direction de la décomposition. Les symboles :

$$\begin{matrix} \mathrm{X}_x & \mathrm{X}_y & \mathrm{X}_z, \\ \mathrm{Y}_x & \mathrm{Y}_y & \mathrm{Y}_z, \\ \mathrm{Z}_x & \mathrm{Z}_y & \mathrm{Z}_z, \end{matrix}$$

auront la même signification pour un parallélipipède d'arêtes parallèles aux axes obliques $0x$, $0y$, $0z$ de même centre que le premier.

Enfin j'appellerai :

$$\begin{matrix} X_\xi & X_\eta & X_\zeta, \\ Y_\xi & Y_\eta & Y_\zeta, \\ Z_\xi & Z_\eta & Z_\zeta, \end{matrix}$$

les composantes obliques suivant ξ, η, ζ, des pressions s'exerçant sur les faces du deuxième parallélipipède.

On sait (théorème du tétraèdre) que, dans un milieu élastique en équilibre, si une aire infinitésimale est traversée par un flux de force, la composante de ce flux suivant une direction quelconque est égale à la somme des composantes suivant la même direction des flux de force traversant les trois projections obliques de l'aire considérée sur trois plans quelconques. Soit A_x cette aire parallèle au plan yOz, A_ξ, A_η, A_ζ ses trois projections sur les plans des $\xi\eta\zeta$, et opérons la décomposition successivement suivant $O\xi$, $O\eta$ et $O\zeta$; nous aurons par l'application du théorème cité :

$$(1) \qquad \begin{cases} A_x X_\xi = A_\xi \Xi_\xi + A_\eta H_\xi + A_\zeta Z_\xi, \\ A_x X_\eta = A_\xi \Xi_\eta + A_\eta H_\eta + A_\zeta Z_\eta, \\ A_x X_\zeta = A_\xi \Xi_\zeta + A_\eta H_\zeta + A_\zeta Z_\zeta. \end{cases}$$

On voit, de plus, en considérant A_x et ses 3 projections comme les faces d'un tétraèdre, que les projections orthogonales de A_x et de sa projection A_ξ sur un plan perpendiculaire à $O\xi$ sont égales. Comme l'angle de deux plans est égal à celui de leurs normales, on aura donc la première égalité suivante :

$$A_x \cos\xi x' = A_\xi \cos\xi\xi', \qquad A_x \cos\eta_i x' = A_\eta \cos\eta_i\eta_i',$$
$$A_x \cos\zeta x' = A_\zeta \cos\zeta\zeta';$$

d'où on tirera les valeurs de $A_{\xi\eta\zeta}$ pour les substituer dans les trois précédentes.

Si l'on considère ensuite la résultante de la pression exercée sur la face A_x comme la diagonale de deux parallélipipèdes construits l'un sur les directions ξ, η, ζ, l'autre sur celles x, y, z; les côtés de ces parallélipipèdes seront dans le premier ou le deuxième cas :

$$X_\xi \; X_\eta \; X_\zeta \qquad \text{ou} \qquad X_x \; X_y \; X_z,$$

et l'on évaluera les côtés du premier en fonction de ceux du second

à l'aide des formules de transformation de coordonnées (I) ch. 1, c'est-à-dire qu'on aura :

$$(2)\qquad \begin{cases} X_x = X_\xi \dfrac{\cos\xi x'}{\cos x x'} + X_\eta \dfrac{\cos\eta x'}{\cos x x'} + X_\zeta \dfrac{\cos\zeta x'}{\cos x x'}, \\ X_y = X_\xi \dfrac{\cos\xi y'}{\cos y y'} + X_\eta \dfrac{\cos\eta y'}{\cos y y'} + X_\zeta \dfrac{\cos\zeta y'}{\cos y y'}, \\ X_z = X_\xi \dfrac{\cos\xi z'}{\cos z z'} + X_\eta \dfrac{\cos\eta z'}{\cos z z'} + X_\zeta \dfrac{\cos\zeta z'}{\cos z z'}. \end{cases}$$

J'élimine les $x_\xi x_\eta$, etc., entre les deux groupes d'équations, de plus je pose : $\dot{\Xi}\cos\xi\xi' = \Xi_\xi$, etc., ou d'une façon abrégée :

$$\frac{\Xi_{\xi\eta\zeta}}{\cos\xi\xi'} = \dot{\Xi}_{\xi\eta\zeta}, \qquad \frac{H_{\xi\eta\zeta}}{\cos\eta\eta'} = \dot{H}_{\xi\eta\zeta}, \qquad \frac{Z_{\xi\eta\zeta}}{\cos\zeta\zeta'} = \dot{Z}_{\xi\eta\zeta},$$
$$\frac{X_{xyz}}{\cos x x'} = \dot{X}_{xyz}, \qquad \frac{Y_{xyz}}{\cos y y'} = \dot{Y}_{xyz}, \qquad \frac{Z_{xyz}}{\cos z z'} = \dot{Z}_{xyz}.$$

Je rappelle de plus que, d'après les formules (19) du premier chapitre, on a :

$$\cos\xi x' \text{ ou } \cos\eta x' \text{ ou } \cos\zeta x' = \frac{\cos x x'}{p}\, p_1 \text{ ou } r_1 \text{ ou } s_1,$$
$$\cos\xi y' \text{ ou } \cos\eta y' \text{ ou } \cos\zeta y' = \frac{\cos y y'}{p}\, p_2 \text{ ou } r_2 \text{ ou } s_2,$$
$$\cos\xi z' \text{ ou } \cos\eta z' \text{ ou } \cos\zeta z' = \frac{\cos z z'}{p}\, p_3 \text{ ou } r_3 \text{ ou } s_3.$$

Le résultat de l'élimination s'écrit alors, avec l'abréviation connue :

$$(4)\qquad \begin{cases} & \dot{\Xi}_\xi & \dot{\Xi}_\eta & \dot{\Xi}_\zeta & \dot{H}_\xi & \dot{H}_\eta & \dot{H}_\zeta & \dot{Z}_\xi & \dot{Z}_\eta & \dot{Z}_\zeta \\ p^2\dot{X}_x = & p_1^2 & p_1r_1 & p_1s_1 & p_1r_1 & r_1^2 & s_1r_1 & p_1s_1 & r_1s_1 & s_1^2, \\ p^2\dot{X}_y = & p_1p_2 & r_1p_2 & s_1p_2 & p_1r_2 & r_1r_2 & s_1r_2 & p_1s_2 & r_1s_2 & s_1s_2, \\ p^2\dot{X}_z = & p_1p_3 & r_1p_3 & s_1p_3 & p_1r_3 & r_1r_3 & s_1r_3 & p_1s_3 & r_1s_3 & s_1s_3, \\ p^2\dot{Y}_x = & (p_2 & r_2 & s_2)p_1 & (p_2 & r_2 & s_2)r_1 & (p_2 & r_2 & s_2)s_1, \\ p^2\dot{Y}_y = & (p_2 & r_2 & s_2)p_2 & (p_2 & r_2 & s_2)r_2 & (p_2 & r_2 & s_2)s_2, \\ p^2\dot{Y}_z = & (p_2 & r_2 & s_2)p_3 & (p_2 & r_2 & s_2)r_3 & (p_2 & r_2 & s_2)s_3, \\ p^2\dot{Z}_x = & (p_3 & r_3 & s_3)p_1 & (p_3 & r_3 & s_3)r_1 & (p_3 & r_3 & s_3)s_1, \\ p^2\dot{Z}_y = & (p_3 & r_3 & s_3)p_2 & (p_3 & r_3 & s_3)r_2 & (p_3 & r_3 & s_3)s_2, \\ p^2\dot{Z}_z = & (p_3 & r_3 & s_3)p_3 & (p_3 & r_3 & s_3)r_3 & (p_3 & r_3 & s_3)s_3. \end{cases}$$

Remarquons enfin qu'en vertu du théorème de réciprocité des questions on a :

$$\dot{Y}_z = \dot{Z}_y, \qquad \dot{Z}_x = \dot{X}_z, \qquad \dot{Y}_x = \dot{Z}_y,$$
$$\dot{H}\zeta = \dot{Z}_\eta, \qquad \dot{Z}\xi = \dot{\Xi}\zeta, \qquad \dot{H}\zeta = \dot{Z}_\eta.$$

En effet, l'une de ces égalités $Z\xi = \Xi\zeta$ par exemple revient à $Z\xi \cos \xi\xi' = \Xi\zeta \cos \zeta\zeta'$.

Or le premier membre est la projection orthogonale sur $O\xi'$ normale à $\eta O\zeta$ de la projection oblique sur $O\xi$ de la pression exercée sur le plan $\xi O\eta$; elle est égale, d'après la définition des projections obliques, à la projection orthogonale sur $O\xi'$ de la pression exercée sur $\xi O\eta$. On verra de même que le second membre est la projection orthogonale sur $O\zeta'$ de la pression exercée sur le plan $\eta O\zeta$. Or on sait que la pression sur un plan projeté sur la normale à un second, vaut la pression sur ce second plan projetée sur la normale au premier.

Les équations (3) se transforment, par cette remarque, en les suivantes :

(4)

	$\dot{\Xi}\xi$	$\dot{H}_\eta$	$\dot{Z}\zeta$	$\dot{H}\zeta$	$\dot{Z}\xi$	$\dot{\Xi}_\eta$
$p^2\dot{X}_x =$	p_1^2	r_1^2	s_1^2	$2r_1s_1$	$2s_1p_1$	$2p_1r_1$,
$p^2\dot{Y}_y =$	p_2^2	r_2^2	s_2^2	$2r_2s_2$	$2s_2p_2$	$2p_2r_2$,
$p^2\dot{Z}_z =$	p_3^2	r_3^2	s_3^2	$2r_3s_3$	$2s_3p_3$	$2p_3r_3$,
$p^2\dot{Y}_z =$	p_2p_3	r_2r_3	s_2s_3	$(r_2s_3+r_3s_2)$	$(s_2p_3+s_3p_2)$	$(p_2r_3+p_3r_2)$,
$p^2\dot{Z}_x =$	p_3p_1	r_3r_1	s_3s_1	$(r_3s_1+r_1s_3)$	$(s_3p_1+s_1p_3)$	$(p_3r_1+p_1r_3)$,
$p^2\dot{X}_y =$	p_1p_2	r_1r_2	s_1s_2	$(r_1s_2+r_2s_1)$	$(s_1p_2+s_2p_1)$	$(p_1r_2+p_2r_1)$.

Leurs inverses sont :

(IV)

	$\dot{H}_x$	$\dot{Y}_y$	$\dot{Z}_z$	$\dot{Y}_z$	$\dot{Z}_x$	$\dot{X}_x$
$\varpi^2\dot{\Xi}\xi =$	ϖ_1^2	ϖ_2^2	ϖ_3^2	$2\varpi_2\varpi_3$	$2\varpi_3\varpi_1$	$2\varpi_1\varpi_2$,
$\varpi^2\dot{H}_\eta =$	ρ_1^2	ρ_2^2	ρ_3^2	$2\rho_2\rho_3$	$2\rho_3\rho_1$	$2\rho_1\rho_2$,
$\varpi^2\dot{Z}\zeta =$	σ_1^2	σ_2^2	σ_3^2	$2\sigma_2\sigma_3$	$2\sigma_3\sigma_1$	$2\sigma_1\sigma_2$.
$\varpi^2\dot{H}\zeta =$	$\rho_1\sigma_1$	$\rho_2\sigma_2$	$\rho_3\sigma_3$	$(\rho_2\sigma_3+\rho_3\sigma_2)$	$(\rho_3\sigma_1+\rho_1\sigma_3)$	$(\rho_1\sigma_2+\rho_2\sigma_1)$,
$\varpi^2\dot{Z}\xi =$	$\sigma_1\varpi_1$	$\sigma_2\varpi_2$	$\sigma_3\varpi_3$	$(\sigma_2\varpi_3+\sigma_3\varpi_2)$	$(\sigma_3\varpi_1+\sigma_1\varpi_3)$	$(\sigma_2\varpi_2+\sigma_2\varpi_1)$,
$\varpi^2\dot{\Xi}_\eta =$	$\varpi_1\rho_1$	$\varpi_2\rho_2$	$\varpi_3\rho_3$	$(\varpi_2\rho_3+\varpi_3\rho_2)$	$(\varpi_3\rho_1+\varpi_1\rho_3)$	$(\varpi_1\rho_2+\varpi_2\rho_1)$.

Telles sont les relations qui existent entre les quantités $\dot{X}_x$, etc., $\dot{\Xi}_\xi$ que j'appellerai pressions du premier genre. Les coefficients qui y entrent (abstraction du facteur 2), sont les mêmes que ceux entrant dans les relations (10) et (X) entre les déformations du second genre du chapitre précédent.

§ 2. Il existe un autre système de pressions, que j'appellerai du second genre, dont je vais donner les formules de transformation et qui a été considéré par M. de Saint-Venant (1) dans une note de son mémoire sur la torsion des prismes. Représentons, comme précédemment, la composante d'une pression par deux lettres; la première indiquant la face sur laquelle se fait la pression; la deuxième en indice la direction suivant laquelle on la projette orthogonalement. Ainsi :

$$\begin{cases} X'_x\ X'_y\ X'_z, & \Xi'_\xi\ \Xi'_\eta\ \Xi'_\zeta, \\ Y'_x\ Y'_y\ Y'_z, & H'_\xi\ H'_\eta\ H'_\zeta, \\ Z'_x\ Z'_y\ Z'_z, & Z'_\xi\ Z'_\eta\ Z'_\zeta, \end{cases}$$

désigneront les pressions s'exerçant sur les plans conjugués des x, y, z; ξ, η, ζ, décomposées suivant ces axes eux-mêmes. soient : Ax' un élément d'aire parallèle à $y'Oz'$, A'_ξ, A'_η, A'_ζ ses trois projections obliques sur les plans des ξ', η', ζ'. On verra comme précédemment que A'_x et A'_ξ ont la même projection orthogonale sur un plan perpendiculaire à ξ', etc., d'où les égalités :

$$A_{x'}\cos x\xi' = A_{\xi'}\cos\xi\xi', \qquad A_{x'}\cos x\eta' = A_{\eta'}\cos\eta\eta',$$
$$A_{x'}\cos x\zeta' = A_{\xi'}\cos\zeta\zeta'.$$

D'après les définitions, $A'_\xi . \Xi'_\xi$ est la projection orthogonale sur ξ du flux de force traversant l'aire A'_ξ; la projection oblique de ce flux sur $O\xi'$ sera $A'_\xi \Xi'_\xi / \cos\xi\xi'$. De même les projections obliques de ce fleuve suivant $O\eta$ et $O\zeta'$ seront $A'_\xi \Xi'_\eta / \cos\eta\eta'$ et $A'_\xi \Xi'_\zeta / \cos\zeta\zeta'$.

(1) *Mémoires présentés par divers savants à l'Institut*, t. XIV, 1856.

La projection orthogonale sur une direction telle que Ox de la pression sur la face A'_ξ, s'obtiendra en projetant orthogonalement les 3 pressions trouvées sur cette direction ; elle sera, en remplaçant A'_ξ, par sa valeur tirée des égalités précédentes et faisant $A'_x = 1$:

$$\frac{\cos x\xi'}{\cos\xi\xi'}\left(\Xi'_\xi\frac{\cos x\xi'}{\cos\xi\xi'}+\Xi'_\eta\frac{\cos x\eta'}{\cos\eta\eta'}+\Xi'_\zeta\frac{\cos x\zeta'}{\cos\zeta\zeta'}\right).$$

On aura de même pour les composantes suivant Ox des pressions s'exerçant sur les faces A'_η, A'_ζ :

$$\frac{\cos x\eta'}{\cos\eta\eta'}\left(H'_\xi\frac{\cos x\xi'}{\cos\xi\xi'}+H'_\eta\frac{\cos x\eta'}{\cos\eta\eta'}+H'_\zeta\frac{\cos x\zeta'}{\cos\zeta\zeta'}\right),$$

$$\frac{\cos x\zeta'}{\cos\zeta\zeta'}\left(Z'_\xi\frac{\cos x\xi'}{\cos\xi\xi'}+Z'_\eta\frac{\cos x\eta'}{\cos\eta\eta'}+Z'_\zeta\frac{\cos x\zeta'}{\cos\zeta\zeta'}\right).$$

D'après le théorème du tétraèdre, la somme de ces pressions vaudra la pression sur la face A'_x et projetée suivant Ox, c'est-à-dire X'_x.

Si l'on substitue aux rapports des cosinus leurs valeurs en $\varpi_i\rho_i\sigma_i$, etc., tirées des formules (XIX) du premier chapitre, on trouve les mêmes coefficients que ceux de la première ligne du tableau (4) du chapitre II.

Mais le théorème de réciprocité permet d'écrire :

$$Y'_z = Z'_y, \quad Z'_x = X'_z, \quad X'_y = Y'_x,$$

et

$$H'_\zeta = Z'_\eta, \quad Z'_\xi = \Xi'_\zeta, \quad \Xi'_\eta = H'_\xi.$$

On obtient alors les formules de transformation suivantes :

$$(5)\quad \left\{\begin{array}{l|cccccc}
 & \Xi'_\xi & H'_\eta & Z'_\zeta & H'_\zeta & Z'_\xi & \Xi'_\eta \\
\varpi^2 X'_x = & \varpi_1^2 & \rho_1^2 & \sigma_1^2 & 2\rho_1\sigma_1 & 2\sigma_1\varpi_1 & 2\varpi_1\rho_1, \\
\varpi^2 Y'_y = & \varpi_2^2 & \rho_2^2 & \sigma_2^2 & 2\rho_2\sigma_2 & 2\sigma_2\varpi_2 & 2\varpi_2\rho_2, \\
\varpi^2 Z'_z = & \varpi_3^2 & \rho_3^2 & \sigma_3^2 & 2\rho_3\sigma_3 & 2\sigma_3\varpi_3 & 2\varpi_3\rho_3, \\
\varpi^2 Y'_z = & \varpi_2\varpi_3 & \rho_2\rho_3 & \sigma_2\sigma_3 & (\rho_2\sigma_3+\rho_3\sigma_2) & (\sigma_2\varpi_3+\sigma_3\varpi_2) & (\varpi_2\rho_3+\varpi_3\rho_2), \\
\varpi^2 Z'_x = & \varpi_3\varpi_1 & \rho_3\rho_1 & \sigma_3\sigma_1 & (\rho_3\sigma_1+\rho_1\sigma_3) & (\sigma_3\varpi_1+\sigma_1\varpi_3) & (\varpi_3\rho_1+\varpi_1\rho_3), \\
\varpi^2 X'_y = & \varpi_1\varpi_2 & \rho_1\rho_2 & \sigma_1\sigma_2 & (\rho_1\sigma_2+\rho_2\sigma_1) & (\sigma_1\varpi_2+\sigma_2\varpi_1) & (\varpi_1\rho_2+\varpi_2\rho_1).
\end{array}\right.$$

$$
(V)\quad
\begin{cases}
 & X'_x & Y'_y & Z'_z & Y'_z & Z'_x & X'_y \\
p^2\Xi'_\xi = & p_1^2 & p_2^2 & p_3^2 & 2p_2p_3 & 2p_3p_1 & 2p_1p_2, \\
p^2H'_\eta = & r_1^2 & r_2^2 & r_3^2 & 2r_2r_3 & 2r_3r_1 & 2r_1r_2, \\
p^2Z'_\zeta = & s_1^2 & s_2^2 & s_3^2 & 2s_2s_3 & 2s_3s_1 & 2s_1s_2, \\
p^2H'_\zeta = & r_1s_1 & r_2s_2 & r_3s_3 & (r_2s_3+r_3s_2) & (r_3s_1+r_1s_3) & (r_1s_2+r_2s_1), \\
p^2Z'_\xi = & s_1p_1 & s_2p_2 & s_3p_3 & (s_2p_3+s_3p_2) & (s_3p_1+s_1p_3) & (s_1p_2+s_2p_1), \\
p^2\Xi'_\eta = & p_1r_1 & p_2r_2 & p_3r_3 & (p_2r_3+p_3r_2) & (p_3r_1+p_1r_3) & (p_1r_2+p_2r_1).
\end{cases}
$$

Ces formules, relatives à un système de pressions que nous avons appelé du second genre, ont les mêmes coefficients (abstraction du facteur 2) que celles relatives aux déformations que nous avons appelées du premier genre.

§ 3. Un système de pressions aura les mêmes invariants que le système des déformations qui est régi par les mêmes formules de transformation. Il suffira de substituer aux $x_1x_2x_3$ les $X_xY_yZ_z$, et (pour tenir compte du facteur 2) aux $x_4x_5x_6$ les $2Y_z$, $2Z_x$, X_y. Les invariants des pressions du deuxième genre nous sont donc connus d'après ce qui a été dit au chapitre II. Il reste à établir ceux des pressions du premier genre, qui nous feront connaître les invariants des déformations du second genre.

Supposons les axes des x, y, z, rectangles. Dans ce cas Ox' se confond avec Ox, et les composantes obliques sur $O\xi$, $O\eta$, $O\zeta$, de le pression s'exerçant sur le plan yOz sont donnés par les formules (1) où l'on remplace $\cos\xi x$, $\cos\eta x$, $\cos\zeta x$, par α_1, β_1, γ_1:

$$
\begin{aligned}
X_\xi &= \dot\Xi_\xi\alpha_1 + \dot H_\xi\beta_1 + \dot Z_\xi\gamma_1, \\
X_\eta &= \dot\Xi_\eta\alpha_1 + \dot H_\eta\beta_1 + \dot Z_\eta\gamma_1, \\
X_\zeta &= \dot\Xi_\zeta\alpha_1 + \dot H_\zeta\beta_1 + \dot Z_\zeta\gamma_1.
\end{aligned}
$$

Les directeurs de Ox, $\varpi_1\rho_1\sigma_1$ sont d'autre part, par les (3) du premier chapitre :

$$
\begin{aligned}
\varpi_1 &= (1-\lambda^2)\alpha_1 + \nu'\beta_1 + \mu'\gamma_1, \\
\rho_1 &= \nu'\alpha_1 + (1-\mu^2)\beta_1 + \lambda'\gamma_1, \\
\sigma_1 &= \mu'\alpha_1 + \lambda'\beta_1 + (1-\nu^2)\gamma_1.
\end{aligned}
$$

La condition pour que la pression sur yOz soit normale à ce

plan, c'est-à-dire parallèle à Ox, s'obtiendra en écrivant que ces deux groupes de quantités sont proportionnels. On en déduira 3 systèmes de valeurs pour $\alpha\beta\gamma$ définissant trois plans rectangulaires sur lesquels la pression est normale.

Si l'on désigne par S le facteur de proportionnalité, on aura, par l'élimination des $\alpha\beta\gamma$, le déterminant :

$$\begin{vmatrix} \dot{\Xi}_\xi - S(1-\lambda^2) & \dot{H}_\xi - S\nu' & \dot{Z}_\xi - S\mu' \\ \dot{\Xi}_\eta - S\nu' & \dot{H}_\eta - S(1-\mu^2) & \dot{Z}_\eta - S\lambda' \\ \dot{\Xi}_\zeta - S\mu' & \dot{H}_\zeta - S\lambda' & \dot{Z}_\zeta - S(1-\nu^2) \end{vmatrix} = 0,$$

qui développé est une équation du 3e degré en S :

$$\Gamma_0 S^3 - \Gamma_1 S^2 + \Gamma_2 S - \Gamma_3 = 0,$$

dont les coefficients sont, en désignant par $\dot{\Xi}_1 \dot{\Xi}_2$, etc., les 6 pressions Ξ_ξ, Π_η, etc. :

$$\Gamma_0 = \varpi^2,$$

$$\Gamma_1 = (\dot{\Xi}_1 + \dot{\Xi}_2 + \dot{\Xi}_3 + 2\lambda\dot{\Xi}_4 + 2\mu\dot{\Xi}_5 + 2\nu\dot{\Xi}_6)\varpi$$

$$\Gamma_2 = (\dot{\Xi}_2\dot{\Xi}_3 - \dot{\Xi}_4^2)(1-\lambda^2) + (\dot{\Xi}_3\dot{\Xi}_1 - \dot{\Xi}_5^2)(1-\mu^2) + (\dot{\Xi}_1\dot{\Xi}_2 - \dot{\Xi}_6^2)(1-\nu^2)$$
$$+ 2\lambda'(\dot{\Xi}_1\dot{\Xi}_4 - \dot{\Xi}_5\dot{\Xi}_6) + 2\mu'(\dot{\Xi}_2\dot{\Xi}_5 - \dot{\Xi}_6\dot{\Xi}_4) + 2\nu'(\dot{\Xi}_3\dot{\Xi}_6 - \dot{\Xi}_4\dot{\Xi}_5),$$

$$\Gamma_3 = \begin{vmatrix} \dot{\Xi}_1 & \dot{\Xi}_6 & \dot{\Xi}_5 \\ \dot{\Xi}_6 & \dot{\Xi}_2 & \dot{\Xi}_4 \\ \dot{\Xi}_5 & \dot{\Xi}_4 & \dot{\Xi}_3 \end{vmatrix}.$$

On peut vérifier à l'aide des expressions (V) que Γ_1 et Γ_2 se reproduisent sans altération ; Γ_3 doit être multiplié par $\frac{d_0^3}{\varpi^3}$.

CHAPITRE IV

Expressions de l'Énergie.

§ 1. Je prendrai pour point de départ l'expression de l'énergie proposée par Green (1) dans les cas de coordonnées rectangles, consistant en une fonction quadratique homogène des six déformations et par conséquent à 21 coefficients. De cette expression je déduirai par voie analytique celle relative à des coordonnées obliques, qui par suite n'inclura ni plus ni moins d'hypothèses que celle admise par Green.

Je rappelle sommairement les raisons qui conduisent à adopter cette expression, en renvoyant le lecteur désireux d'en connaître la critique à un mémoire de M. de Saint-Venant, inséré dans le *Journal de Liouville* (1863).

On admet que chacune des 6 pressions normales et tangentielles définissant l'équilibre du milieu sont des fonctions des composantes des déplacements développables en séries dans lesquelles on négligera les dérivées secondes des déplacements; de telle sorte que l'axe des pressions sera représenté par :

$$A_0 + A_1 u + A_2 v + A_3 w + B\frac{\partial u}{\partial x} + B'\frac{\partial u}{\partial y} + B''\frac{\partial u}{\partial z} + C'\frac{\partial v}{\partial x} + C''\frac{\partial v}{\partial y} + \ldots, \text{ etc.}$$

On supprime la constante A_0 par l'hypothèse qu'aucune pression

(1) Green. — *Mathematical and Physical Papers.*

n'existe dans le milieu avant la déformation. Les coefficients A_{111} doivent être nuls, puisqu'un déplacement d'ensemble ne modifie pas l'énergie moléculaire. De plus $B' = B''$, $C' = C''$, $D' = D''$, puisque cette énergie n'est pas modifiée non plus par une rotation d'ensemble définie par $u = \omega y$, $v = -\omega x$. Il en résulte pour la valeur de chaque pression une fonction linéaire des six déformations.

D'autre part, le travail fait par une pression normale X_x est le produit de cette pression par la dilatation principale $\frac{\delta u}{\delta x}$ dans cette direction $\frac{\delta u}{\delta x} X_x$.

Du travail produit par une pression normale, on peut déduire celui d'une pression tangentielle. En effet, en appliquant les formules de transformation (II) (ch. III) adaptées à des systèmes de coordonnées rectangles dont l'un a deux de ses axes bissecteurs de ceux de l'autre, on s'assure qu'une pression tangentielle Y_x peut être remplacée par deux pressions normales Ξ_ξ, H_η, égales à Y_x, en valeur absolue, de signes contraires l'une à l'autre, et dirigée suivant les bissectrices de x et y. Les formules (V) du ch. II montrent, de même, qu'un glissement $\frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x}$ est équivalent à deux dilatations $\frac{\delta \varphi}{\delta \xi}$, $\frac{\delta \psi}{\delta \eta}$, de signes contraires égales en valeur absolue à la moitié du glissement et dirigées suivant les mêmes bissectrices. Le travail de la force tangentielle est donc :

$$\Xi_\xi \frac{\delta \varphi}{\delta \xi} + H_\eta \frac{\delta \psi}{\delta \eta} = X_x \left(\frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} \right),$$

et le travail total :

$$(1) \qquad E = X_x x_1 + Y_y y_2 + Z_z z_3 + Y_z x_4 + Z_x x_5 + X_y x_6.$$

Cette fonction, après substitution des valeurs de X_x, Y_y, etc., contient 36 coefficients; mais on admettra qu'en altérant infiniment peu les six variables, la variation qu'elle subit est une diffé-

rentielle exacte afin qu'après un cycle fermé de transformations, il n'y ait pas d'énergie accumulée dans le milieu. Les 36 coefficients se réduisent ainsi à 21. Les pressions sont alors les dérivées partielles relatives aux variables x_1, x_2, etc. Inversement, si des relations linéaires entre les pressions et les déformations on déduit ces dernières, pour les substituer dans l'expression du travail (1), les déformations seront les dérivées en X_x, X_y, etc., de cette expression.

Si l'on désigne par les lettres a affectées d'indices les 21 coefficients, on aura :

$$
(2)\quad \left\{\begin{aligned}
E = {} & \tfrac{1}{2}a_{11}x_1^2 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{14}x_1x_4 + a_{15}x_1x_5 + a_{16}x_1x_6 \\
& + \tfrac{1}{2}a_{22}x_2^2 + a_{23}x_2x_3 + a_{24}x_2x_4 + a_{25}x_2x_5 + a_{26}x_2x_6 \\
& + \tfrac{1}{2}a_{33}x_3^2 + a_{34}x_3x_4 + a_{35}x_3x_5 + a_{36}x_3x_6 \\
& + \tfrac{1}{2}a_{44}x_4^2 + a_{45}x_4x_5 + a_{46}x_4x_6 \\
& + \tfrac{1}{2}a_{55}x_5^2 + a_{56}x_5x_6 \\
& + \tfrac{1}{2}a_{66}x_6^2 .
\end{aligned}\right.
$$

§ **2.** Cette expression admise, il est facile de montrer que l'énergie peut aussi être représentée, en coordonnées obliques, par une fonction quadratique homogène des six déformations de l'un ou l'autre genre et que les pressions du genre correspondant en sont les dérivées partielles relativement aux déformations. La première partie de l'énoncé se voit par une substitution directe dans la fonction (2), des x_1 x_2 exprimées à l'aide des $\xi_1\xi_2$ etc., (form (5) ch. II).

Pour voir la deuxième partie, appelons $\mathcal{E}$ l'expression ainsi obtenue, supprimons les points puisqu'il ne peut y avoir de doute, les axes xyz étant rectangles et ceux des ξ, η, ζ, obliques, et remplaçons les symboles X_x, Y_y, etc., et $\Xi\xi$, etc., par X_1, X_2, etc., et Ξ_1, Ξ_2, etc.

La pression X_1 est la dérivée en x_1 de E ou encore la dérivée totale en x_1 de $\mathcal{E}$ considérée comme fonction des x_1x_2, etc. On a donc :

$$
X_1 = \frac{d\mathcal{E}}{d\xi_1}\frac{d\xi_1}{dx_1} + \frac{d\mathcal{E}}{d\xi_2}\frac{d\xi_2}{dx_1} + \frac{d\mathcal{E}}{d\xi_3}\frac{d\xi_3}{dx_1} + \ldots, \text{ etc.},
$$

ou par les (V) du ch. II, la première des équations suivantes :

$$\begin{array}{lcccccc}
 & \dfrac{d\mathcal{E}}{d\xi_1} & \dfrac{d\mathcal{E}}{d\xi_2} & \dfrac{d\mathcal{E}}{d\xi_3} & \dfrac{d\mathcal{E}}{d\xi_4} & \dfrac{d\mathcal{E}}{d\xi_5} & \dfrac{d\mathcal{E}}{d\xi_6} \\
p^2X_1 = & p_1^2 & r_1^2 & s_1^2 & 2r_1s_1 & 2s_1p_1 & 2p_1r_1, \\
p^2X_2 = & p_2^2 & r_2^2 & s_2^2 & 2r_2s_2 & 2s_2p_2 & 2p_2r_2, \\
p^2X_3 = & p_3^2 & r_3^2 & s_3^2 & 2r_3s_3 & 2s_3p_3 & 2p_3r_3, \\
p^2X_4 = & p_2p_3 & r_2r_3 & s_2s_3 & (r_2s_3+r_3s_2) & (s_2p_3+s_3p_2) & (p_2r_3+p_3r_2), \\
p^2X_5 = & p_3p_1 & r_3r_1 & s_3s_1 & (r_3s_1+r_1s_3) & (s_3p_1+s_1p_3) & (p_3r_1+p_1r_3), \\
p^2X_6 = & p_1p_2 & r_1r_2 & s_1s_2 & (r_1s_2+r_2s_1) & (s_1p_2+s_2p_1) & (p_1r_2+p_2r_1).
\end{array}$$

La substitution de ces valeurs de X_1 X_2, etc., dans les relations (IV) du chapitre III donnera les Ξ_1 Ξ_2, etc. Or, le coefficient de $\dfrac{d\mathcal{E}}{d\xi_1}$ est p^2, tandis que ceux des autres dérivées sont nuls. C'est ce que l'on peut voir en éliminant les Ξ_1 Ξ_2, etc., entre les formules (4) et (IV) du ch. III et en identifiant les deux nombres des équations résultant de cette élimination.

La même démonstration s'applique aux déformations et pressions du second genre.

Je représenterai par les lettres α les 21 coefficients relatifs à des coordonnées obliques $\xi\eta\zeta$ et j'écrirai :

$$\text{(II)}\quad \left\{\begin{array}{l}
\mathcal{E} = \frac{1}{2}\alpha_{11}\xi_1^2 + \alpha_{12}\xi_1\xi_2 + \alpha_{13}\xi_1\xi_3 + \alpha_{14}\xi_1\xi_4 + \alpha_{15}\xi_1\xi_5 + \alpha_{16}\xi_1\xi_6 \\
\qquad + \frac{1}{2}\alpha_{22}\xi_2^2 + \alpha_{23}\xi_2\xi_3 + \alpha_{24}\xi_2\xi_4 + \alpha_{25}\xi_2\xi_5 + \alpha_{26}\xi_2\xi_6 \\
\qquad\qquad + \frac{1}{2}\alpha_{33}\xi_3^2 + \alpha_{34}\xi_3\xi_4 + \alpha_{35}\xi_3\xi_5 + \alpha_{36}\xi_3\xi_6 \\
\qquad\qquad\qquad + \frac{1}{2}\alpha_{44}\xi_4^2 + \alpha_{45}\xi_4\xi_5 + \alpha_{46}\xi_4\xi_6 \\
\qquad\qquad\qquad\qquad + \frac{1}{2}\alpha_{55}\xi_5^2 + \alpha_{56}\xi_5\xi_6 \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad + \frac{1}{2}\alpha_{66}\xi_6^2.
\end{array}\right.$$

§ 3. Il sera nécessaire par la suite d'exprimer un quelconque des coefficients d'élasticité relatif à un système d'axes en fonction de ceux relatifs à un autre système. Écrivons la valeur d'un des ξ sous la forme :

$$\xi_\mu = \gamma_{\mu 1}x_1 + \gamma_{\mu 2}x_2 + \gamma_{\mu 3}x_3 + \gamma_{\mu 4}x_4 + \gamma_{\mu 5}x_5 + \gamma_{\mu 6}x_6,$$

μ prenant toutes les valeurs de 1 à 6; portons ces valeurs dans

l'expression ε, et évaluons le coefficient de $x_\mu x_\nu$. Il est facile de voir qu'il est :

$$(3)\quad a_{\mu\nu} = \begin{cases} \gamma_{1\mu}(\alpha_{11}\gamma_{1\nu} + \alpha_{12}\gamma_{2\nu} + \alpha_{13}\gamma_{3\nu} + \alpha_{14}\gamma_{4\nu} + \alpha_{15}\gamma_{5\nu} + \alpha_{16}\gamma_{6\nu}) \\ + \gamma_{2\mu}(\alpha_{21}\gamma_{1\nu} + \alpha_{22}\gamma_{2\nu} + \alpha_{23}\gamma_{3\nu} + \alpha_{24}\gamma_{4\nu} + \alpha_{25}\gamma_{5\nu} + \alpha_{26}\gamma_{6\nu}) \\ + \gamma_{3\mu}(\alpha_{31}\gamma_{1\nu} + \alpha_{32}\gamma_{2\nu} + \alpha_{33}\gamma_{3\nu} + \alpha_{34}\gamma_{4\nu} + \alpha_{35}\gamma_{5\nu} + \alpha_{36}\gamma_{6\nu}) \\ + \gamma_{4\mu}(\alpha_{41}\gamma_{1\nu} + \alpha_{42}\gamma_{2\nu} + \alpha_{43}\gamma_{3\nu} + \alpha_{44}\gamma_{4\nu} + \alpha_{45}\gamma_{5\nu} + \alpha_{46}\gamma_{6\nu}) \\ + \gamma_{5\mu}(\alpha_{51}\gamma_{1\nu} + \alpha_{52}\gamma_{2\nu} + \alpha_{53}\gamma_{3\nu} + \alpha_{54}\gamma_{4\nu} + \alpha_{55}\gamma_{5\nu} + \alpha_{56}\gamma_{6\nu}) \\ + \gamma_{6\mu}(\alpha_{61}\gamma_{1\nu} + \alpha_{62}\gamma_{2\nu} + \alpha_{63}\gamma_{3\nu} + \alpha_{64}\gamma_{4\nu} + \alpha_{65}\gamma_{5\nu} + \alpha_{66}\gamma_{6\nu}) \end{cases}$$

où le premier indice μ est celui du ξ que l'on considère et le deuxième ν le rang de la variable x dans la valeur de ξ; on a en outre $\alpha_{mn} = \alpha_{nm}$. Je me servirai de cette expression en y adjoignant le tableau des formules donnant les déformations ξ en fonction de celles x, (V) ou (X) (ch. II).

Mais j'indiquerai une autre expression symbolique employée par M. de Saint-Venant et commode pour opérer des transformations. Elle est basée sur les conventions suivantes : On remplace les indices 1, 2, 3, 4, 5, 6 de a, respectivement par xx, yy, zz, yz, xz, xy; de telle sorte que a_{15} par exemple s'écrira a_{yyzx}. Le produit $a_x a_y$ est considéré comme égal à a_{xy}. Les mêmes conventions sont adoptées pour α en remplaçant les x, y, z par ξ, η, ζ. On pose de plus :

$$(4)\quad \begin{cases} a_x = \alpha_\xi \dfrac{p_1}{p} + \alpha_\eta \dfrac{r_1}{p} + \alpha_\zeta \dfrac{s_1}{p}, \\ a_y = \alpha_\xi \dfrac{p_2}{p} + \alpha_\eta \dfrac{r_2}{p} + \alpha_\zeta \dfrac{s_2}{p}, \\ a_z = \alpha_\xi \dfrac{p_3}{p} + \alpha_\eta \dfrac{r_3}{p} + \alpha_\zeta \dfrac{s_3}{p}, \end{cases}$$

si l'on utilise le tableau de transformation (V) du ch. II. Si on utilise le tableau (5) du même chapitre, on remplacera $p_1 r_1 s_1$ par $\varpi_1 \varpi_2 \varpi_3$, etc.

Un terme quelconque tel que a_{yyzx} s'écrit symboliquement

$$a_{yyzx} = a_y a_y a_z a_x,$$

et le développement effectué dans l'ordre indiqué fournira la même expression que celle (3).

Si l'on ajoute à ces conventions, celles faites sur les e_{123} au § 3 du ch. II, l'énergie pourra s'écrire symboliquement :

$$2E = [(a_x e_1 + a_y e_2 + a_z e_3)^2]^2.$$

Les pressions X_1, etc., ou Ξ_1, etc., sont données par les tableaux suivants :

(5)
$$\left\{\begin{array}{l|cccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ X_1 = & a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16}, \\ X_2 = & a_{12} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26}, \\ X_3 = & a_{13} & a_{23} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36}, \\ X_4 = & a_{14} & a_{24} & a_{34} & a_{44} & a_{45} & a_{46}, \\ X_5 = & a_{15} & a_{25} & a_{35} & a_{45} & a_{55} & a_{56}, \\ X_6 = & a_{16} & a_{26} & a_{36} & v_{46} & a_{56} & a_{66}, \end{array}\right.$$

ou

(5′)
$$\left\{\begin{array}{l|cccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ X_1 = & a_{xxxx} & a_{xxyy} & a_{xxzz} & a_{xxyz} & a_{xxzx} & a_{xxxy}, \\ X_2 = & a_{yyxx} & a_{yyyy} & a_{yyzz} & a_{yyyz} & a_{yyzx} & a_{yyxy}, \\ X_3 = & a_{zzxx} & a_{zzyy} & a_{zzzz} & a_{zzyz} & a_{zzzx} & a_{zzxy}, \\ X_4 = & a_{yzxx} & a_{yzyy} & a_{yzzz} & a_{yzyz} & a_{yzzx} & a_{yzxy}, \\ X_5 = & a_{zxxx} & a_{zxyy} & a_{zxzz} & a_{zxyz} & a_{zxzx} & a_{zxxy}, \\ X_6 = & a_{xyxx} & a_{xyyy} & a_{xyzz} & a_{xyyz} & a_{xyzx} & a_{xyxy}. \end{array}\right.$$

CHAPITRE V

Axes d'isotropie. — Plans de symétrie. Ellipsoïdes hétérotatique, orthotatique. Surface tasinomique.

§ 1. Avant d'appliquer les résultats précédents aux cristaux, il faut établir les relations existant entre les coefficients dans certains cas particuliers.

Axes d'isotropie. — J'appellerai axe d'isotropie d'ordre n, et je désignerai par L^n, dans un système d'axes rectangles, une droite telle que l'expression de l'énergie ne change pas lorsqu'on fait tourner le milieu d'un angle égal à $\alpha = \frac{2\varpi}{n}$ autour de cette droite.

Dans le système d'axes adoptés, les p_{123}, etc., sont égaux aux α_{123}, etc. Si Oz est l'axe autour duquel s'effectue la rotation α, on aura :

$$\begin{array}{lll} \alpha_1 = \cos\alpha, & \beta_1 = \sin\alpha, & \gamma_1 = 0, \\ \alpha_2 = -\sin\alpha, & \beta_2 = \cos\alpha, & \gamma_2 = 0, \\ \alpha_3 = 0, & \beta_3 = 0, & \gamma_3 = 1. \end{array}$$

L'emploi de la formule (3) ou celui des formules (V) du chapitre (II) et leur substitution dans l'expression de l'énergie donne pour les nouveaux coefficients en fonction des anciens, en posant $p = \cos\alpha$, $q = \sin\alpha$;

$$(1)\quad \left\{ \begin{array}{l} a_{11} = \alpha_{11}p^4 + 2\alpha_{12}p^2q^2 + \alpha_{22}q^4 \\ \qquad + 4\alpha_{16}p^3q + 4\alpha_{26}pq^3 + 4\alpha_{66}p^2q^2, \\ a_{12} = \alpha_{11}p^2q^2 + \alpha_{12}(p^4+q^4) + \alpha_{22}p^2q^2 \\ \qquad + 2\alpha_{16}pq(q^2-p^2) + 2\alpha_{26}pq(p^2-q^2) - 4\alpha_{66}p^2q^2. \\ a_{22} = \alpha_{11}q^4 + 2\alpha_{12}p^2q^2 + \alpha_{22}p^4 \\ \qquad + 4\alpha_{16}pq^3 - 4\alpha_{26}p^3q + 4\alpha_{66}p^2q^2, \end{array} \right.$$

$$
\begin{aligned}
a_{16} &= -\alpha_{11}p^3q + \alpha_{12}pq(p^2-q^2) + \alpha_{22}pq^3 \\
&\quad + \alpha_{16}(p^4-3p^2q^2) + \alpha_{26}(3p^2q^2-q^4) + 2\alpha_{66}pq(p^2-q^2), \\
a_{26} &= -\alpha_{11}pq^3 + \alpha_{12}pq(q^2-p^2) + \alpha_{22}p^3q \\
&\quad + \alpha_{16}(3p^2q^2-q^4) + \alpha_{26}(p^4-3p^2q^2) - 2\alpha_{66}pq(p^2-q^2), \\
a_{66} &= \alpha_{11}p^2q^2 - 2\alpha_{12}p^2q^2 + \alpha_{22}p^2q^2 \\
&\quad - 2\alpha_{16}pq(p^2-q^2) + 2\alpha_{26}pq(p^2-q^2) + \alpha_{66}(p^2-q^2)^2, \\
a_{13} &= \alpha_{13}p^2 + \alpha_{23}q^2 + 2\alpha_{36}pq, \\
a_{23} &= \alpha_{13}q^2 + \alpha_{23}p^2 - 2\alpha_{36}pq, \\
a_{36} &= -\alpha_{13}pq + \alpha_{23}pq + \alpha_{36}(p^2-q^2), \\
a_{33} &= \alpha_{33}, \\
a_{34} &= \alpha_{34}p - \alpha_{35}q, \\
a_{35} &= \alpha_{34}q + \alpha_{35}p, \\
a_{44} &= \alpha_{44}p^2 + \alpha_{55}q^2 - 2\alpha_{45}pq, \\
a_{45} &= \alpha_{44}pq - \alpha_{55}pq + \alpha_{45}(p^2-q^2), \\
a_{55} &= \alpha_{44}q^2 + \alpha_{55}p^2 + 2\alpha_{45}pq, \\
a_{14} &= \alpha_{14}p^3 - \alpha_{15}p^2q + \alpha_{24}q^2p - \alpha_{25}q^3 \\
&\quad + 2\alpha_{46}p^2q - 2\alpha_{56}pq^2, \\
a_{15} &= \alpha_{14}p^2q + \alpha_{15}p^3 + \alpha_{24}q^3 + \alpha_{25}q^2p \\
&\quad + 2\alpha_{46}pq^2 + 2\alpha_{56}p^2q, \\
a_{24} &= \alpha_{14}pq^2 - \alpha_{15}q^3 + \alpha_{24}p^3 - \alpha_{25}p^2q \\
&\quad - 2\alpha_{46}p^2q + 2\alpha_{56}pq^2, \\
a_{25} &= \alpha_{14}q^3 + \alpha_{15}q^2p + \alpha_{24}p^2q + \alpha_{25}p^3 \\
&\quad - 2\alpha_{46}pq^2 - 2\alpha_{56}p^2q, \\
a_{46} &= \alpha_{14}p^2q + \alpha_{15}pq^2 + \alpha_{24}p^2q \\
&\quad - \alpha_{25}pq^2 + \alpha_{46}p(p^2-q^2) - \alpha_{56}q(p^2-q^2), \\
a_{56} &= -\alpha_{14}q^2p - \alpha_{15}p^2q + \alpha_{24}pq^2 \\
&\quad + \alpha_{25}p^2q + \alpha_{46}q(p^2-q^2) + \alpha_{56}p(p^2-q^2).
\end{aligned}
\tag{1 (Suite)}
$$

Si la rotation avait lieu autour des Oy ou des Oz, il faudrait permuter dans ces formules les indices 1, 2, 3 en 3, 1, 2 ou en 2, 3, 1.

Axe binaire L^2. — Soit $n=2$, $\alpha=180°$, $p=-1$, $q=0$. Après substitution de ces valeurs dans les équations précédentes les $a_{\mu\nu}$ doivent être égaux aux $\sigma_{\mu\nu}$, ce qui fournit les équations des conditions. Il faut que 9 des coefficients d'élasticité s'annulent, les 13 autres étant quelconques. Je grouperai ces derniers sous la

forme d'un déterminant qui permettra d'évaluer immédiatement les pressions en fonction des déformations, et je supprimerai les a en ne conservant que les indices. Il s'écrit suivant que l'axe d'isotropie binaire est :

(13 coeffic.)

ou $Oz = L_z^2$ (α_1)

$$\begin{matrix} 11 & 12 & 13 & 0 & 0 & 16 \\ & 22 & 23 & 0 & 0 & 26 \\ & & 33 & 0 & 0 & 36 \\ & & & 44 & 45 & 0 \\ & & & & 55 & 0 \\ & & & & & 56, \end{matrix}$$

ou $Oy = L_y^2$ (α_2)

$$\begin{matrix} 11 & 12 & 13 & 0 & 15 & 0 \\ & 22 & 23 & 0 & 25 & 0 \\ & & 33 & 0 & 35 & 0 \\ & & & 44 & 0 & 46 \\ & & & & 55 & 0 \\ & & & & & 66, \end{matrix}$$

ou $Ox = L_x^2$ (α_3)

$$\begin{matrix} 11 & 12 & 13 & 14 & 0 & 0 \\ & 22 & 23 & 24 & 0 & 0 \\ & & 33 & 34 & 0 & 0 \\ & & & 44 & 0 & 0 \\ & & & & 55 & 56 \\ & & & & & 66. \end{matrix}$$

S'il y a deux axes d'isotropie binaires à angle droit, le déterminant ne contient plus que 9 constantes, et il existe un troisième axe perpendiculaire aux deux autres :

(9 coeffic.)

α_{123}

$$\begin{matrix} 11 & 12 & 13 & 0 & 0 & 0 \\ & 22 & 23 & 0 & 0 & 0 \\ & & 33 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 44 & 0 & 0 \\ & & & & 55 & 0 \\ & & & & & 66, \end{matrix}$$

Axe quaternaire L^4. — On fera $\alpha = \frac{\pi}{2} = 90°$, $p = 0$, $q = 1$ dans le système (1). Les déterminants fournis par les équations de condition sont, suivant que l'axe est :

(7 coeffic.)

ou $0z = L^4$ (β_1)

$$\begin{vmatrix} 11 & 12 & 13 & 0 & 0 & 16 \\ & 11 & 13 & 0 & 0 & -16 \\ & & 33 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 44 & 0 & 0 \\ & & & & 44 & 0 \\ & & & & & 66 \end{vmatrix},$$

ou $0y = L^4$ (β_2)

$$\begin{vmatrix} 11 & 12 & 13 & 0 & 15 & 0 \\ & 22 & 12 & 0 & 0 & 0 \\ & & 11 & 0 & -15 & 0 \\ & & & 44 & 0 & 0 \\ & & & & 55 & 0 \\ & & & & & 44 \end{vmatrix},$$

ou $0x = L^4$ (β_3)

$$\begin{vmatrix} 11 & 12 & 12 & 0 & 0 & 0 \\ & 22 & 23 & 24 & 0 & 0 \\ & & 22 & -24 & 0 & 0 \\ & & & 44 & 0 & 0 \\ & & & & 55 & 0 \\ & & & & & 55 \end{vmatrix}.$$

Il est inutile d'écrire les termes sous la diagonale puisque le déterminant est symétrique relativement à cette diagonale.

Deux axes quaternaires perpendiculaires entraînent un 3me axe perpendiculaire, et le système des coefficients :

(3 coeffic.)

(β_{123})

$$\begin{vmatrix} 11 & 12 & 12 & 0 & 0 & 0 \\ & 11 & 12 & 0 & 0 & 0 \\ & & 11 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 44 & 0 & 0 \\ & & & & 44 & 0 \\ & & & & & 44 \end{vmatrix}.$$

Axes ternaires L^3. — $\alpha = 120°$, $p = -\frac{1}{2}$, $q = \frac{\sqrt{3}}{2}$; on a, suivant que l'axe ternaire est :

(6 coeffic.)

ou $0z = L^3$ (γ_1)

$$\begin{array}{cccccc} 11 & 12 & 13 & 0 & 15 & 0 \\ & 11 & 13 & 0 & -15 & 0 \\ & & 33 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 44 & 0 & -15 \\ & & & & 44 & 0 \\ & & & & & \frac{11-12}{2} \end{array},$$

ou $0y = L^3$ (γ_2)

$$\begin{array}{cccccc} 11 & 12 & 13 & -14 & 0 & 0 \\ & 22 & 12 & 0 & 0 & 0 \\ & & 11 & 14 & 0 & 0 \\ & & & 44 & 0 & 0 \\ & & & & \frac{22-12}{2} & -14 \\ & & & & & 44 \end{array},$$

ou $0x = L^3$ (γ_3)

$$\begin{array}{cccccc} 11 & 12 & 12 & 0 & 0 & 0 \\ & 32 & 23 & 0 & 0 & -36 \\ & & 32 & 0 & 0 & 36 \\ & & & \frac{33-23}{2} & 36 & 0 \\ & & & & 66 & 0 \\ & & & & & 66 \end{array}.$$

S'il y a deux axes ternaires à angle droit, le déterminant ne contient plus que deux constantes ($d = a_{11}, \mu = a_{44}, d + 2\mu = a_{12}$ suivant les dénominations de Lanné) :

(2 coeffic.)

(γ_{123})

$$\begin{array}{cccccc} 11 & 12 & 12 & 0 & 0 & 0 \\ & 11 & 12 & 0 & 0 & 0 \\ & & 11 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{11-12}{2} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{11-12}{2} & 0 \\ & & & & & \frac{11-12}{2} \end{array}.$$

Axes senaires L^6. — Pour $p = \frac{1}{2}$, $q = \frac{\sqrt{3}}{2}$, on obtient, si Oz est l'axe sénaire :

$$(5\text{ coeffic.})\left\{\begin{array}{cccccc} & & Oz = L_6 & & & \\ & & (\delta_1) & & & \\ 11 & 12 & 13 & 0 & 0 & 0 \\ & 11 & 13 & 0 & 0 & 0 \\ & & 33 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 44 & 0 & 0 \\ & & & & 44 & 0 \\ & & & & & \frac{11-12}{2} \end{array}\right.$$

Il en est de même si l'ordre d'isotropie est plus élevé.

§ **2.** *Plans de symétrie.* — Un plan est dit de symétrie mécanique, lorsque ce plan étant pris pour celui des $x0y$, en coordonnées rectangles, le changement de z en $-z$ et de w en $-w$ n'altère pas l'expression de l'énergie. Ce changement modifie le signe de x_4 et x_5 seuls; les termes contenant ces variables à une puissance impaire doivent donc disparaître. Il en résulte que pour x_4 et $x_5 = 0$ on a : X_4 et $X_5 = 0$. Les déterminants des coefficients sont alors ceux $(\alpha_1)(\alpha_2)(\alpha_3)$ déjà rencontrés, suivant que le plan de symétrie est : ou $x0y$, ou $z0x$, ou $y0z$. On en conclut que tout axe d'isotropie binaire est perpendiculaire à un plan de symétrie mécanique, et réciproquement. De la comparaison des déterminants on voit que deux plans de symétrie perpendiculaires entraînent l'existence d'un plan de symétrie à angle droit des premiers ainsi que celle d'un axe d'isotropie quaternaire; mais l'existence de cet axe n'entraîne pas celle de deux plans de symétrie rectangulaires. En effet (α_2) (α_3) pris simultanément vérifient (β_1) et l'inverse n'est pas vrai.

On dit encore qu'un plan est de symétrie mécanique, lorsqu'étant pris pour bissecteur d'un dièdre des plans coordonnés, celui des z par exemple, la permutation de x en y et de u en v n'altère pas l'expression de l'énergie. Cette permutation entraîne celles de x_1 en x_2 et de x_4 en x_5; par suite celles de x_1 en x_2 et de x_4 en x_5. Les

conditions tirées de cette définition donnent aux déterminants les formes (ε_1), (ε_2), (ε_3), suivant que le plan bissecteur passe par :

(13 paramètres)

ou Oz (ε_1)

11	12	13	14	15	16
	11	13	15	14	16
		33	34	34	36
			44	45	46
				44	46
					66,

ou Oy (ε_2)

11	12	13	14	15	16
	22	12	24	25	24
		11	16	15	14
			44	45	46
				55	45
					44,

ou Ox (ε_3)

11	12	12	14	15	15
	33	23	24	25	26
		33	24	26	25
			44	45	45
				55	56
					55.

Il faut remarquer que cette seconde définition n'est pas différente de la première, au point de vue mécanique. Car si on opère une rotation de 45° qui transforme le bissecteur passant par Oz dans le plan des zOx, les nouveaux coefficients exprimés en fonction des anciens à l'aide des formules (1) satisfont au déterminant (α_2). Inversement une rotation de 45° fera passer du déterminant (α_2) à celui (ε_1).

Les formules (1), où l'on fera $\alpha = 90°$, appliquées aux systèmes de coefficients (ε), donneront les déterminants répon-

dant aux cas où le plan de symétrie est le deuxième bissecteur du dièdre d'arête :

(13 constantes)

Soit Oz, ε_1'

11	12	13	14	15	16
	11	13	15—14		16
		22	34—34		36
			44	45	46
				44—46	
					66,

Soit Oy, ε_2'

11	12	13—14		15	16
	22	12—24		25	24
		11—16		15	14
			44—45		46
				55	45
					44.

Soit Ox, ε_2'

11	12	12	14	15—15	
	22	23	24	25—26	
		22	24	26—25	
			44	45—45	
				55	56
					55.

Si (α_2) et (ε_1) sont satisfaits simultanément, (α_2) et (ε_1') le seront aussi; donc, deux plans de symétrie à 45° en entraînent deux autres passant par leur intersection et à 90° des premiers. Cette intersection sera un axe d'isotropie quaternaire.

Pour que (ε_1) (ε_2) (ε_3) soient satisfaits simultanément, on devra avoir :

(6 constantes)

ε_{123}

11	12	12	14	15	15
	11	12	15	14	15
		11	15	15	14
			44	45	45
				44	45
					44.

Si par une transformation de coordonnées on fait de la bissec-

trice du trièdre $Oxyz$, l'axe Oz, le déterminant nouveau obtenu, n'exprime pas que l'axe Oz est un axe d'isotropie ternaire.

Ces exemples suffisent pour montrer que les axes et les plans de symétrie mécaniques ne sont pas soumis aux mêmes lois que les axes et les plans de symétrie cristallographique ou géométrique.

Ellipsoïde hétérotatique. — On peut toujours rapporter le milieu à des axes rectangles tels que les coefficients soient liés par 3 équations, trois étant le nombre des indéterminées fixant la position des axes. Si les axes sont obliques, les 3 constantes fixant les angles des axes entre eux permettent d'établir 3 nouvelles relations entre les coefficients. On pourra donc toujours réduire les 21 coefficients à ne dépendre que de 18 constantes dans le cas d'axes rectangles et de 15 constantes plus les angles des axes dans le cas d'axes obliques.

Haugton et Rankine (1) ont remarqué que par un choix d'axes convenable on pouvait avoir :

$$a_{14} = a_{56}, \qquad a_{25} = a_{46}, \qquad a_{36} = a_{45}.$$

Formons en effet les différences $\alpha_{14} - \alpha_{56}$, $\alpha_{25} - \alpha_{46}$, $\alpha_{36} - \alpha_{45}$, à l'aide de la formule (3) du chap. 4, en remplaçant les γ en fonction des p_{123}, etc., entrant dans les éq. (V) du ch. II et en éliminant les différences telles que $r_2 s_3 - r_3 s_2$, etc., par les (XII) du premier chapitre. Posons pour abréger :

$$\begin{aligned} &\alpha_{14} - \alpha_{23} = \mathfrak{A}, \quad &&\alpha_{55} - \alpha_{13} = \mathfrak{B}, \quad &&\alpha_{66} - \alpha_{12} = \mathfrak{C}, \\ &\alpha_{14} - \alpha_{56} = \mathfrak{A}', \quad &&\alpha_{25} - \alpha_{46} = \mathfrak{B}', \quad &&\alpha_{36} - \alpha_{45} = \mathfrak{C}', \end{aligned}$$

et nous trouvons

$$(3)\quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\varpi^2}{p^2\delta_0^2}(a_{14} - a_{56}) &= \mathfrak{A}\varpi_2\varpi_3 + \mathfrak{B}\rho_2\rho_3 + \mathfrak{C}\sigma_2\sigma_3 \\ &\quad + \mathfrak{A}'(\rho_2\sigma_3 + \rho_3\sigma_2) + \mathfrak{B}'(\sigma_2\varpi_3 + \sigma_3\varpi_2) + \mathfrak{C}'(\varpi_2\rho_3 + \varpi_3\rho_2), \\ \frac{\varpi^2}{p^2\delta_0^2}(a_{25} - a_{46}) &= \mathfrak{A}\varpi_3\varpi_1 + \mathfrak{B}\rho_3\rho_1 + \mathfrak{C}\sigma_3\sigma_1 \\ &\quad + \mathfrak{A}'(\rho_3\sigma_1 + \rho_1\sigma_3) + \mathfrak{B}'(\sigma_3\varpi_1 + \sigma_1\varpi_3) + \mathfrak{C}'(\varpi_3\rho_1 + \varpi_1\rho_3), \\ \frac{\varpi^2}{p^2\delta_0^2}(a_{36} - a_{45}) &= \mathfrak{A}\varpi_1\varpi_2 + \mathfrak{B}\rho_1\rho_2 + \mathfrak{C}\sigma_1\sigma_2 \\ &\quad + \mathfrak{A}'(\rho_1\sigma_2 + \rho_1\sigma_1) + \mathfrak{B}'(\sigma_1\varpi_2 + \sigma_2\varpi_1) + \mathfrak{C}'(\varpi_1\rho_2 + \varpi_2\rho_1). \end{aligned} \right.$$

(1) Haugton. — *Transactions of Irish Academy*, 1846.
Rankine. — *Transactions of the royal Society.* — London, 1855.

On aura par la même méthode :

$$(4)\quad \begin{cases} \dfrac{\varpi^2}{p^2\delta_0^2}(a_{44}-a_{23}) = \mathcal{A}\varpi_1^2 + \mathcal{B}\rho_1^2 + \mathcal{C}\sigma_1^2 \\ \qquad\qquad + 2\mathcal{A}'\rho_1\sigma_1 + 2\mathcal{B}'\sigma_1\varpi_1 + 2\mathcal{C}'\varpi_1\rho_1, \\ \dfrac{\varpi^2}{p^2\delta_0^2}(a_{55}-a_{13}) = \mathcal{A}\varpi_2^2 + \mathcal{B}\rho_2^2 + \mathcal{C}\sigma_2^2 \\ \qquad\qquad + 2\mathcal{A}'\rho_2\sigma_2 + 2\mathcal{B}'\sigma_2\varpi_2 + 2\mathcal{C}'\varpi_2\rho_2, \\ \dfrac{\varpi^2}{p^2\delta_0^2}(a_{66}-a_{12}) = \mathcal{A}\varpi_3^2 + \mathcal{B}\rho_3^2 + \mathcal{C}\sigma_3^2 \\ \qquad\qquad + 2\mathcal{A}'\rho_3\sigma_3 + 2\mathcal{B}'\sigma_3\varpi_3 + 2\mathcal{C}'\varpi_3\rho_3. \end{cases}$$

Les six différences mentionnées relatives à un système d'axes ne dépendent donc que des six différences pareilles relatives à un autre système. Elles sont liées les unes aux autres comme le sont les coefficients des équations d'un même ellipsoïde rapporté à ces deux systèmes.

L'une de ces équations est :

$$(5)\quad \begin{cases} \mathrm{E} = \mathcal{A}\xi^2 + \mathcal{B}\eta^2 + \mathcal{C}\zeta^2 \\ \qquad + 2\mathcal{A}'\eta\zeta + 2\mathcal{B}'\zeta\xi + 2\mathcal{C}'\xi\eta - p^2\delta_0^2 = 0. \end{cases}$$

Annuler les 3 différences $a_{44}-a_{56}$, etc., c'est rapporter l'ellipsoïde à ses 3 axes ou à 3 diamètres conjugués. On trouvera les 3 directions rectangles qui les annulent par la résolution d'une équation du 3e degré, elle s'obtient en écrivant que la normale à un plan tangent à l'ellipsoïde E dont les cosinus directeurs sont proportionnels à :

$$\begin{gathered} \mathcal{A}'\varpi_1 + \mathcal{C}'\rho_1 + \mathcal{B}'\sigma_1 \\ \mathcal{C}'\varpi_1 + \mathcal{B}'\rho_1 + \mathcal{A}'\sigma_1 \\ \mathcal{B}'\varpi_1 + \mathcal{A}'\rho_1 + \mathcal{C}'\sigma_1 \end{gathered}$$

est parallèle au rayon vecteur allant au point de contact et dont les cosinus directeurs $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ sont, en supprimant le facteur ϖ :

$$\begin{gathered} \varpi_1 + \nu\rho_1 + \mu\sigma_1 \\ \nu\varpi_1 + \rho_1 + \lambda\sigma_1 \\ \mu\varpi_1 + \lambda\rho_1 + \sigma_1. \end{gathered}$$

En appelant S le facteur de proportionnalité, entre ces deux groupes de quantités, l'élimination des $\varpi_1\rho_1\sigma_1$ donnera la même

équation du 3e degré en S que celle rencontrée au § 3 du ch. II. Il est facile de voir que les axes de l'ellipsoïde E sont en raison inverse des racines carrées des produits des différences $a_{11}-a_{33}$, $a_{33}-a_{13}$, $a_{66}-a_{12}$, par $\frac{\varpi}{p.\varepsilon_0}$ ou $\sqrt{\varepsilon_0}$.

Ces directions rectangulaires peuvent être obtenues à l'aide d'une équation en S différente et relative à un autre ellipsoïde ayant des axes de même direction, mais inverses de ceux du premier. Si en effet on pose :

$$\begin{aligned}
A_1 &= \mathfrak{A}\varpi_1 + \mathfrak{C}'\rho_1 + \mathfrak{B}'\sigma_1,\\
B_1 &= \mathfrak{C}'\varpi_1 + \mathfrak{B}\rho_1 + \mathfrak{A}'\sigma_1,\\
C_1 &= \mathfrak{B}'\varpi_1 + \mathfrak{A}'\rho_1 + \mathfrak{C}\sigma_1,\\
A_2 &= \mathfrak{A}\varpi_2 + \mathfrak{C}'\rho_2 + \mathfrak{B}'\sigma_2,\\
B_2 &= \mathfrak{C}'\varpi_2 + \mathfrak{B}\rho_2 + \mathfrak{A}'\sigma_2,\\
C_2 &= \mathfrak{B}'\varpi_2 + \mathfrak{A}'\rho_2 + \mathfrak{C}\sigma_2,\\
A_3 &= \mathfrak{A}\varpi_3 + \mathfrak{C}'\rho_3 + \mathfrak{B}'\sigma_3,\\
B_3 &= \mathfrak{C}'\varpi_3 + \mathfrak{B}\rho_3 + \mathfrak{A}'\sigma_3,\\
C_3 &= \mathfrak{B}'\varpi_3 + \mathfrak{A}'\rho_3 + \mathfrak{C}\sigma_3,
\end{aligned}$$

les seconds membres des équations (3) égalés à zéro peuvent s'écrire sous les deux formes :

$$\begin{aligned}
&\varpi_2A_3+\rho_2B_3+\sigma_2C_3=0, \qquad \varpi_3A_2+\rho_3B_2+\sigma_3C_2=0,\\
&\varpi_3A_1+\rho_3B_1+\sigma_3C_1=0, \qquad \varpi_1A_3+\rho_1B_3+\sigma_1C_3=0,\\
&\varpi_1A_2+\rho_1B_2+\sigma_1C_2=0, \qquad \varpi_2A_1+\rho_2B_1+\sigma_2C_1=0.
\end{aligned}$$

En tirant $\varpi_1\rho_1\sigma_1$ de deux de ces équations, on a :

$$\frac{\varpi_1}{B_2C_3-B_3C_2}=\frac{\rho_1}{C_2A_3-C_3A_2}=\frac{\sigma_1}{A_2B_3-A_3B_2},$$

ou, en effectuant les différences, s'aidant des formules du premier chapitre et désignant par S un facteur de proportionnalité :

$$(6)\quad \begin{cases}
p_1(\mathfrak{B}\mathfrak{C}-\mathfrak{A}'^2)+r_1(\mathfrak{A}'\mathfrak{B}'-\mathfrak{C}\mathfrak{C}')+s_1(\mathfrak{C}'\mathfrak{A}'-\mathfrak{B}\mathfrak{B}')=S\varpi_1,\\
p_1(\mathfrak{A}'\mathfrak{B}'-\mathfrak{C}\mathfrak{C}')+r_1(\mathfrak{C}\mathfrak{A}-\mathfrak{B}'^2)+s_1(\mathfrak{B}'\mathfrak{C}'-\mathfrak{A}\mathfrak{A}')=S\rho_1,\\
p_1(\mathfrak{C}'\mathfrak{A}'-\mathfrak{B}\mathfrak{B}')+r_1(\mathfrak{B}'\mathfrak{C}'-\mathfrak{A}\mathfrak{A}')+s_1(\mathfrak{A}\mathfrak{B}-\mathfrak{C}'^2)=S\sigma_1.
\end{cases}$$

Comme les axes des xyz sont rectangles, on devra remplacer les p, r, s, par $\alpha\beta\gamma$ et les ϖ, ρ, σ, par :

$$(1-\lambda^2)\alpha_1+\nu'\beta_1+\mu'\gamma_1, \qquad \nu'\alpha_1+(1-\mu^2)\beta_1+\lambda'\gamma_1,$$
$$\mu'\alpha_1+\lambda'\beta_1+(1-\nu^2)\gamma_1$$

(en omettant le facteur ϖ).

L'équation en S qui en résulte a la même forme que celle rencontrée au § 2 du ch. III. Le nouvel ellipsoïde a pour équation :

$$(7)\quad \begin{cases} \text{const} = (\mathfrak{BC}-\mathfrak{A}'^2)\xi^2+(\mathfrak{CA}-\mathfrak{B}'^2)\eta^2+(\mathfrak{AB}-\mathfrak{C}'^2)\zeta^2 \\ \quad +2(\mathfrak{B}'\mathfrak{C}'-\mathfrak{A}\mathfrak{A}')\eta\zeta+2(\mathfrak{C}'\mathfrak{A}'-\mathfrak{B}\mathfrak{B}')\zeta\xi+(\mathfrak{A}'\mathfrak{B}'-\mathfrak{C}\mathfrak{C}')\xi\eta. \end{cases}$$

Si l'on s'était servi des déformations du second genre au lieu de celles du premier, on aurait obtenu des équations en S plus simples. Je ne ferai pas le calcul puisqu'il suffit de substituer dès le début les $\varpi_1\rho_1\sigma_1$ aux $p_1r_1s_1$ et de le poursuivre comme précédemment.

C'est aux quantités $\mathfrak{A}'$, $\mathfrak{B}'$, $\mathfrak{C}'$, relatives aux déformations du 2e genre qu'il emploie seules que Rankine a donné le nom de différences hétérotatiques. Lorsqu'elles sont nulles et que les glissements x_4 et x_6 égaux entre eux, sont les seules déformations qui existent, X_1 est égal à X_5. On peut remarquer, par la considération des déterminants précédents, que tout plan de symétrie est un plan principal de l'ellipsoïde hétérotatique. S'il y en a deux non à angle droit, l'ellipsoïde est de révolution. Il en est de même s'il y a un axe d'isotropie d'ordre plus grand que deux. C'est l'axe de révolution.

Ellipsoïde orthotatique. — Les formules (1) montrent qu'on peut toujours annuler la différence $a_{16}-a_{26}$; elle se réduit en effet, puisque d'après les définitions de p et q :

$$4pq(p^2-q^2)=\sin 4x, \qquad p^4+q^4-6p^2q^2=\cos 4x,$$

à :

$$(a_{16}-a_{26})\cos 4x-(a_{11}+a_{22}-2a_{12}-4a_{66})\frac{\sin 4x}{4};$$

ce qui donne 4 directions à 45° l'une de l'autre dans un plan, qui

permettront de réaliser cette condition. Pour que l'on ait simultanément :

$$a_{16} = a_{26}, \qquad a_{15} = a_{35}, \qquad a_{24} = a_{34},$$

il suffira de prendre pour axes des x, y, z, trois pareilles directions, et il y en aura encore 6 autres, bissectrices des axes, jouissant des mêmes propriétés.

Rankine a montré de plus qu'il existe toujours trois directions rectangles telles que l'on a :

$$\begin{aligned} a_{16} + a_{26} + a_{36} &= 0, \\ a_{15} + a_{25} + a_{35} &= 0, \\ a_{14} + a_{24} + a_{34} &= 0. \end{aligned}$$

En effet, considérons en plus les trois sommes :

$$\begin{aligned} &a_{11} + a_{12} + a_{13}, \\ &a_{21} + a_{22} + a_{23}, \\ &a_{31} + a_{32} + a_{33}. \end{aligned}$$

Employons les notations symboliques de M. de Saint-Venant, ces six sommes s'écrivent :

$$\begin{aligned} a_{xxxy} + a_{yyxy} + a_{zzxy} &= a_{xy}(a_{xx} + a_{yy} + a_{zz}) = S_6, \\ a_{xxxx} + a_{yyxx} + a_{zzxx} &= a_{xx}(a_{xx} + a_{yy} + a_{zz}) = S_5, \\ a_{xxyz} + a_{yyyz} + a_{zzyz} &= a_{yz}(a_{xx} + a_{yy} + a_{zz}) = S_4, \\ a_{xxxx} + a_{xxyy} + a_{xxzz} &= a_{xx}(a_{xx} + a_{yy} + a_{zz}) = S_1, \\ a_{yyxx} + a_{yyyy} + a_{yyzz} &= a_{yy}(a_{xx} + a_{yy} + a_{zz}) = S_2, \\ a_{zzxx} + a_{zzyy} + a_{zzzz} &= a_{zz}(a_{xx} + a_{yy} + a_{zz}) = S_3. \end{aligned}$$

La parenthèse commune vaut (§ 3, ch. IV) :

$$\begin{aligned} p^2\rho = (p_1\alpha_\xi + r_1\alpha_\eta + s_1\alpha_\zeta)^2 + (p_2\alpha_\xi + r_2\alpha_\eta + s_2\alpha_\zeta)^2 \\ + (p_3\alpha_\xi + r_3\alpha_\eta + s_3\alpha_\zeta)^2, \end{aligned}$$

ou, en nous limitant au cas de deux systèmes d'axes rectangles, après simplification :

$$\alpha_{\xi\xi} + \alpha_{\eta\eta} + \alpha_{\zeta\zeta}.$$

Développons chacun des facteurs a_{xx}, a_{zz}, etc., effectuons le produit de ce développement par la somme précédente et revenons à la notation des a_{11}, etc., chacune des six sommes devient, en

désignant par $\Sigma_1\Sigma_2\Sigma_3\Sigma_4\Sigma_5\Sigma_6$ les mêmes sommes composées avec les coefficients α :

$$S_1 = \Sigma_1 p_1^2 + \Sigma_2 r_1^2 + \Sigma_3 s_1^2 + 2\Sigma_4 r_1 s_1 + 2\Sigma_5 s_1 p_1 + 2\Sigma_6 p_1 r_1,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$S_6 = \Sigma_1 p_1 p_2 + \Sigma_2 r_1 r_2 + \Sigma_3 s_1 s_2 + \Sigma_4(r_1 s_2 + r_2 s_1) + \Sigma_5(s_1 p_2 + s_2 p_1) + \Sigma_6(p_1 r_2 + p_2 r_1).$$

Elles sont donc liées comme le sont les coefficients des équations d'un même ellipsoïde, rapporté à 2 systèmes d'axes ; et l'on sait qu'on peut annuler par un choix d'axes convenable les 3 coefficients $S_4 S_5 S_6$. Rankine a appelé orthotatique cet ellipsoïde.

Les directions de ces axes jouissent de cette propriété que si 3 dilatations égales $x_1 = x_2 = x_3 = \delta$ existent seules dans ces trois directions, il en résulte trois pressions normales sans composante tangentielle comme il ressort des équations (S) du ch. 4. Les longueurs de ces axes sont les inverses des racines carrées de $S_1 S_2 S_3$.

Je termine ces généralités par la définition d'une surface nommée tasinomique par Rankine. On y est conduit par cette remarque que l'un des 3 coefficients d'élasticité longitudinale $a_{11}\, a_{22}$ ou a_{33} s'exprime en fonction des 21 coefficients d'élasticité $\alpha_{\mu\nu}$ et des trois seules quantités directrices $p_1 r_1 s_1$, ou $\varpi_1 \rho_1 \sigma$, suivant le genre de déformations que l'on adopte. Si nous nous limitons au cas de coordonnées rectangles, ces quantités directrices deviennent $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$. Développons l'expression symbolique :

$$\alpha_{\xi\xi\xi\xi} = [(a_x \alpha_1 + a_y \beta_1 + a_z \gamma_1)^2]^2, \tag{8}$$

ou encore appliquons la formule (1), puis dans le résultat remplaçons $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$ par $x\sqrt[4]{a_{11}}$, $y\sqrt[4]{a_{22}}$, $z\sqrt[4]{a_{11}}$; nous obtiendrons l'équation suivante du 4e ordre en xyz, à 15 coefficients, dont la racine 4e de l'inverse du rayon vecteur représentera le coefficient d'élasticité longitudinale a_{11} dans cette direction :

$$\begin{aligned} F = {} & a_{11}x^4 + a_{22}y^4 + a_{33}z^4 \\ & + 2(a_{23} + 2a_{44})y^2z^2 + 2(a_{31} + 2(a_{55})z^2x^2 + 2(a_{12} + 2a_{66})x^2y^2 \\ & + 2(a_{14} + 2a_{56})x^2yz + 2(a_{25} + 2a_{46})y^2zx + 2(a_{36} + 2a_{45})z^2xy \\ & + 4a_{24}y^3z + 4a_{34}z^3y + 4a_{15}x^3z + 4a_{35}z^3x + 4a_{16}x^3y \\ & + 4a_{26}y^3x = 1. \end{aligned}$$

On trouvera les maxima ou minima du rayon vecteur en prenant égalant à zéro la différentielle totale au premier membre F où x, y, z doivent être remplacés par les cosinus $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$ de la direction du rayon vecteur. Cette différentielle peut s'écrire symboliquement :

$$4 a_\xi a_\xi a_\xi (a_x d\alpha_1 + a_y d\beta_1 + a_z d\gamma_1).$$

On lui adjoindra celle de : $\alpha_1^2 + \beta_1^2 + \gamma_1^2 = 1$; d'où :

$$(9) \qquad \frac{a_{\xi\xi\xi}\, a_\xi\, a_x}{\alpha_1} = \frac{a_{\xi\xi\xi}\, a_\xi\, a_y}{\beta_1} = \frac{a_{\xi\xi\xi}\, a_\xi\, a_z}{\gamma_1} = 2F.$$

Ce mode de calcul permet de voir simplement qu'une dilatation longitudinale δ dans la direction d'un rayon vecteur $O\xi$ n'engendre qu'une pression parallèle à cette direction et aucune pression perpendiculaire. Car en notation symbolique la pression Ξ_6 s'écrit :

$$\Xi_6 = a_{\xi\xi\xi\gamma_1}\delta = a_{\xi\xi\xi}(a_x\alpha_2 + a_y\beta_2 + a_z\gamma_2)\delta,$$

ou par les proportions qui précèdent :

$$2F(\alpha_1\alpha_2 + \beta_1\beta_2 + \gamma_1\gamma_2)\delta = 0,$$

ce qu'il fallait démontrer.

Les équations (9) du 4e degré en $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$ donneront $4 \times 4 = 16$ systèmes de rapports $\frac{\alpha_1}{\gamma_1}$, $\frac{\beta_1}{\gamma_1}$, ou 16 directions pour les maxima ou les minima du rayon vecteur. Ce sont les diamètres de la surface.

Cette surface et l'ellipsoïde hétérotatique E suffisent pour déterminer complètement un milieu ; les 15 coefficients de la surface F et les six de l'ellipsoïde E permettront en effet de trouver les 21 coefficients qui caractérisent ces milieux.

CHAPITRE VI

Coefficients d'élasticité dans les systèmes cristallins.

§ 1. Je vais appliquer dans ce dernier chapitre les considérations exposées dans les précédents aux divers types de cristaux. Si l'on se borne aux cristaux holoèdres, il semble exister un parallélisme exact entre les propriétés mécaniques dont un milieu est susceptible et les formes géométriques qu'affectent ces cristaux. En raison de la multiplicité des combinaisons que peuvent présenter les 21 coefficients de l'expression de l'énergie, on peut retrouver ce parallélisme dans bien des cas d'hémiédrie. Mais les expériences ne sont pas encore nombreuses pour nous permettre de juger du rôle que joue tel ou tel coefficient élastique dans la formation d'un cristal. Il n'entrait pas dans le but de ce mémoire d'essayer une pareille systématisation qui exigerait une révision de la cristallographie tout entière. Aussi me suis-je borné aux types holoèdres en m'arrêtant surtout au cas des cristaux obliques.

Système cubique. — Le symbole cristallographique de ce système est :

$$3L^4.\ 4L^3.\ 6L^2.\ C.\ 3P^4.\ 6P^2.$$

Les indices affectant les lettres P indiquent que le plan de symétrie est perpendiculaire à l'axe d'isotropie affecté du même indice.

Par les considérations du chapitre V, on voit que les axes de coordonnées étant ceux du cube, on devra adopter le déterminant :

$$\text{st.)}\quad \begin{vmatrix} 11 & 12 & 12 & 0 & 0 & 0 \\ & 11 & 12 & 0 & 0 & 0 \\ & & 11 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 44 & 0 & 0 \\ & & & & 44 & 0 \\ & & & & & 44. \end{vmatrix}$$

Il implique pour plans de symétrie les trois plans coordonnés et les six bissecteurs des dièdres des axes, pour axes quaternaires les 3 axes, pour axes binaires les 6 perpendiculaires aux bissecteurs des dièdres et pour axes ternaires les 4 bissectrices des dièdres coordonnés. La dernière proposition exige, pour être démontrée, que l'on prenne son système d'axes dont l'un d'eux soit la diagonale du cube. Ceci est facile lorsque l'on utilise les résultats relatifs au rhomboèdre dans lesquels on fera le cosinus de son angle λ égal à zéro. On obtient le déterminant (*voir* § 4) :

$$\text{(7 coeffic.)}\quad \begin{vmatrix} 11 & 12 & 13 & 0 & 15 & 0 \\ & 11 & 13 & 0 & -15 & 0 \\ & & 33 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 44 & 0 & -15 \\ & & & & 44 & 0 \\ & & & & & 66, \end{vmatrix}$$

dont les coefficients sont liés par quatre relations, dont l'une $2a_{66} = a_{11} - a_{12}$ est la condition pour que la diagonale, prise pour axe Oz, soit un axe ternaire.

L'ellipsoïde E se réduit à une sphère, évidemment dans le premier système d'axes, et dans le deuxième système, parce qu'une des relations entre les coefficients du rhomboèdre appliquée au cube devient :

$$a_{66} - a_{12} = a_{44} - a_{13}.$$

L'ellipsoïde orthotatique est aussi une sphère, car on vérifie

$$a_{11} + a_{12} + a_{13} = 2a_{13} + a_{33}.$$

La surface biquadratique F est :

$$a_{11}(x^4 + y^4 + z^4) + 2(a_{12} + 2a_{44})(y^2z^2 + z^2x^2 + x^2y^2) = 1.$$

Ses diamètres sont donnés par :

$$\frac{x}{x}[a_{11}x^2 + (a_{12} + 2a_{44})(y^2 + z^2)]$$

$$= \frac{y}{y}[a_{11}y^2 + (a_{12} + 2a_{44})(z^2 + x^2)]$$

$$= \frac{z}{z}[a_{11}z^2 + (a_{12} + 2a_{44})(x^2 + y^2)];$$

ils sont au nombre de 13 :

1° Les 3 axes, $x=y=0\ z=1$, $x=z=0\ y=1$, $y=z=0\ x=1$;
2° Les 6 bissectrices des axes, $x=y$, $z=0$, etc.;
3° Les 4 bissectrices des angles trièdres, $x=y=z$, etc.

Leurs longueurs respectives sont :

$$\frac{1}{\sqrt{a_{11}}},\quad \frac{1}{[2a_{11} + 2(a_{12} + 2a_{44})]^{\frac{1}{4}}},\quad \frac{1}{[3a_{11} + 6(a_{12} + 2a_{44})]^{\frac{1}{4}}}.$$

Il est remarquable que le nombre et la direction de ces diamètres correspondent au nombre et aux directions des 26 sommets de l'hexoctaèdre et du trapézoèdre. La diminution de ces sommets dans les autres formes du système cubique et leur remplacement par une face ou une arête pourrait s'expliquer par la prédominance de la longueur de ces diamètres sur celles des autres.

§ 2. *Système quadratique.* — Son symbole cristallographique de symétrie complète est :

$$L^4.\ 2L^2.\ 2L'^2.\ C.\ P\ 2P.\ 2P'.$$

En adoptant le déterminant :

$$(6\text{ const.})\quad \begin{vmatrix} 11 & 12 & 13 & 0 & 0 & 0 \\ & 11 & 13 & 0 & 0 & 0 \\ & & 33 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 44 & 0 & 0 \\ & & & & 44 & 0 \\ & & & & & 66, \end{vmatrix}$$

le milieu a pour plans de symétrie les 3 plans coordonnés et les deux bissecteurs du dièdre d'arête Oz, un axe d'isotropie quaternaire et 4 axes d'isotropie binaire. Les deux ellipsoïdes orthotatiques et hétérotatiques sont de révolution autour de Oz. La surface biquadratique est :

$$a_{11}(x^4 + y^4) + a_{33}z^4 + 2(a_{11} + 2a_{13})(x^2 + y^2)z^2 + 2(a_{11} + 2a_{66})x^2y^2 = 1.$$

Elle a 4 diamètres à 45° dans le plan xOy, 8 autres dans les autres plans coordonnés et les bissecteurs de ces plans; le 13e est l'axe Oz. Ils expliquent les octaèdres et les dioctaèdres de ce système.

§ 3. *Système orthorhombique.* — Son symbole est :

$$L^2L'^2L''^2CPP'P''.$$

On adoptera pour déterminant :

$$(9\text{ const.})\quad \begin{vmatrix} 11 & 12 & 13 & 0 & 0 & 0 \\ & 22 & 23 & 0 & 0 & 0 \\ & & 33 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 44 & 0 & 0 \\ & & & & 55 & 0 \\ & & & & & 66. \end{vmatrix}$$

Il inclut 3 plans de symétrie à angles droits qu'on prend pour plans coordonnés et 3 axes binaires. Les deux ellipsoïdes sont quelconques et rapportés à leurs axes. La surface du 4e degré n'est plus de révolution, mais admet encore 9 diamètres dans les

plans coordonnés et 4 autres dans les 4 trièdres. Son équation est :

$$a_{11}x^4 + a_{22}y^4 + a_{33}z^4 + 2(a_{23} + 2a_{44})y^2z^2 + 2(a_{13} + 2a_{55})z^2x^2 + 2(a_{12} + 2a_{66})x^2y^2 = 1.$$

Avant d'aborder les milieux à axes obliques, je remarquerai que la notion qui nous a le plus servi pour réduire le nombre des constantes d'élasticité a été celle du plan de symétrie et nous continuerons de considérer dans ce qui va suivre cette notion comme fondamentale. La surface F, au contraire, a été pour Rankine le point de départ qui lui a servi à classer les systèmes cristallins. Ainsi le système cubique est caractérisé pour lui par l'égalité des coefficients de x^4, y^4, z^4, de y^2z^2, z^2x^2, x^2y^2, de x^2yz, y^2zx, z^2xy. Dans le système quadratique, les coefficients de x^2 et y^2 sont égaux entre eux, de même ceux de z^2x^2 et y^2z^2 et ceux de x^2yz, y^2zx. Dans le cas du prisme orthorhombique, ces trois groupes de coefficients sont différents. Ce même savant admet que les 6 autres entrant dans l'équation de la surface sont nuls, lorsque le milieu est rapporté aux axes principaux du cristal. Lors des milieux obliques, il admet les mêmes relations entre les coefficients de la surface F qui conserve la même forme, mais dont les variables sont là ce qu'il appelle les contraordonnées, c'est-à-dire les quantités désignées par $\bar{x}\bar{y}\bar{z}$ au § 1 du premier chapitre. Au cube correspond le rhomboèdre, au type quadratique le prisme clinorhombique, et au type orthorhombique le prisme triclinique. On verra, plus tard, que cette hypothèse conduit à des résultats différents de ceux déduits des hypothèses que j'adopte, surtout dans le cas du système hexagonal. Il serait de la plus haute importance de chercher expérimentalement les relations que ces diamètres ont avec les pointements, les troncatures et les arêtes d'un cristal.

§ 4. *Rhomboèdre.* — Le symbole cristallographique de ce système est :

$$L^3\,3L^2\,C.3P^2.$$

Il exprime qu'il y a 3 plans de symétrie passant par la diagonale principale, 3 axes d'isotropie binaire perpendiculaires à ces plans et un axe d'isotropie ternaire, la diagonale. Si l'on prend cette diagonale pour axe Oz une arête du rhomboèdre dans le plan zOx qui sera un plan de symétrie, le déterminant qu'on a proposé et qui satisfait à ces conditions est :

$$\text{(6 const.)}\quad \left|\begin{array}{cccccc} 11 & 12 & 13 & 0 & 15 & 0 \\ & 11 & 13 & 0 & -15 & 0 \\ & & 33 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 44 & 0 & -15 \\ & & & & 44 & 0 \\ & & & & & \frac{11-12}{2} \end{array}\right|.$$

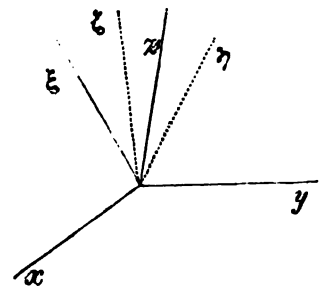
J'introduis une hypothèse qui établit des relations entre les coefficients, relations que l'expérience aurait à vérifier, et réduit leur nombre à trois plus l'angle du rhomboèdre. Elle consiste à prendre pour axes obliques les trois arêtes du solide; à exprimer l'énergie du milieu à l'aide des déformations obliques $\dot{\xi}_{111}$, etc., ou $\bar{\xi}_{111}$, etc., et à admettre que les 3 plans de coordonnées et les 3 bissecteurs des dièdres de ces plans sont de symétrie oblique. La définition de ces plans de symétrie oblique reste la même que dans le cas de la symétrie droite. L'énergie de l'unité de volume doit conserver la même forme lorsqu'on change ζ en $-\zeta$ et $\dot{\psi}$ en $-\dot{\psi}$ si l'on considère les déformations du premier genre; et $\dot{\zeta}$ en $-\dot{\zeta}$ et ψ en $-\psi$ si l'on considère les déformations du second genre. Le déterminant est le même que dans le cas du cube; c'est :

$$\text{(3 const.)}\quad \left|\begin{array}{cccccc} 11 & 12 & 12 & 0 & 0 & 0 \\ & 11 & 12 & 0 & 0 & 0 \\ & & 11 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 44 & 0 & 0 \\ & & & & 44 & 0 \\ & & & & & 44. \end{array}\right|$$

Par une transformation de coordonnées, on pourra exprimer les coefficients $a_{11}a_{12}$, etc., relatifs à des axes rectangles xyz en

fonction des coefficients $\alpha_{11}\alpha_{12}$, etc., relatifs aux axes obliques, voir si le déterminant des a_{11}, etc., est vérifié, et trouver les relations entre les 6 coefficients $a_{11}a_{12}$, etc.

Si λ est le cosinus de l'angle du rhomboèdre, φ l'angle qu'une arête forme avec la diagonale,



la géométrie élémentaire donne :

$$\sin\varphi = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\sqrt{1-\lambda}, \qquad \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{1+2\lambda};$$

d'autre part Oz étant la diagonale, $O\xi$, $O\eta$, $O\zeta$, les 3 arêtes, la première située dans le plan zOx; on a pour les cosinus directeurs de xyz par rapport aux axes obliques, en se reportant aux notations du premier chapitre :

$$\alpha_1 = \sin\varphi, \qquad \beta_1 = -\frac{\sin\varphi}{2}, \qquad \gamma_1 = -\frac{\sin\varphi}{2},$$

$$\alpha_2 = 0, \qquad \beta_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\varphi, \qquad \gamma_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\varphi,$$

$$\alpha_3 = \cos\varphi, \qquad \beta_3 = \cos\varphi, \qquad \gamma_3 = \cos\varphi.$$

Je me sers de la formule de transformation (3) du chap. 5, qui est dans ce cas :

$$a_{\mu\nu} = \alpha_{11}(\gamma_{1\mu}\gamma_{1\nu} + \gamma_{2\mu}\gamma_{2\nu} + \gamma_{3\mu}\gamma_{3\nu}) + \alpha_{44}(\gamma_{4\mu}\gamma_{4\nu} + \gamma_{5\mu}\gamma_{5\nu} + \gamma_{6\mu}\gamma_{6\nu}) + a_{12}[\gamma_{1\mu}(\gamma_{2\nu} + \gamma_{3\nu}) + \gamma_{2\mu}(\gamma_{3\nu} + \gamma_{1\nu}) + \gamma_{3\mu}(\gamma_{1\nu} + \gamma_{2\nu})].$$

Les γ sont, comme on l'a vu, les coefficients des formules de transformation (V) ou (X) du ch. II, suivant le genre des défor-

mations que l'on adopte. Le premier indice 1, 2, etc., est celui d'un des ξ_{12}... de ces formules, le second μ ou ν est le rang de x_{12}..., etc., entrant dans l'expression de ξ_{12}.... On donnera à μ (ch. V) toutes les valeurs de 1 à 6.

Si l'on opère avec le premier genre de déformations, les axes x, y, z étant rectangles, les p, r, s deviennent les α, β, γ, et les coefficients des équations (V), chap. II, sont, en écrivant S et C pour sin φ et cos φ

$$
\begin{array}{cccccc}
S^2 & 0 & C^2 & 0 & SC & 0 \\
\frac{S^2}{4} & \frac{3}{4}S^2 & C^2 & \frac{\sqrt{3}}{2}SC & -\frac{SC}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{4}S^2 \\
\frac{S^2}{4} & \frac{3}{4}S^2 & C^2 & -\frac{\sqrt{3}}{2}SC & -\frac{SC}{2} & \frac{\sqrt{3}}{4}S^2 \\
\frac{S^2}{2} & -\frac{3}{4}S^2 & 2C^2 & 0 & -SC & 0 \\
-S^2 & 0 & 2C^2 & -\frac{\sqrt{3}}{2}SC & \frac{SC}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}S^2 \\
-S^2 & 0 & 2C^2 & \frac{\sqrt{3}}{2}SC & \frac{SC}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}S^2.
\end{array}
$$

On obtient pour les coefficients $a_{\mu\nu}$ qui ne sont pas nuls :

$$
\begin{aligned}
a_{11} = a_{12} &= \frac{3}{8}S^4 \quad (3\alpha_{11} + 6\alpha_{44} + 3\alpha_{23}), \\
a_{33} &= \frac{3}{8}C^4 \quad (8\alpha_{11} + 32\alpha_{44} + 16\alpha_{23}), \\
a_{44} = a_{55} &= \frac{3}{8}S^2C^2(4\alpha_{11} + 4\alpha_{44} - 4\alpha_{23}), \\
a_{66} &= \frac{3}{8}S^4 \quad (\alpha_{11} + 4\alpha_{44} - \alpha_{23}), \\
a_{12} &= \frac{3}{8}S^4 \quad (\alpha_{11} - 2\alpha_{44} + 5\alpha_{23}), \\
a_{13} = a_{23} &= \frac{3}{8}S^2C^2(4\alpha_{11} - 8\alpha_{44} + 8\alpha_{23}), \\
-a_{46} = -a_{25} = a_{15} &= \frac{3}{8}S^3C \quad (2\alpha_{11} - 4\alpha_{44} - 2\alpha_{23}).
\end{aligned}
$$

Ces valeurs vérifient bien :

$$2a_{66} = a_{11} - a_{12}.$$

L'élimination des α donne :

$$\begin{aligned} 2\frac{a_{66} - a_{12}}{S^2} &= \frac{a_{44} - a_{13}}{C^2}, \\ \frac{a_{13}}{C^2} &= 2\frac{a_{12}}{S^2} + \frac{a_{15}}{SC}, \qquad (R) \\ 4\frac{a_{11}}{S^4} - \frac{a_{33}}{C^4} &= 2\frac{a_{15}}{S^3 C}. \end{aligned}$$

M. de Saint-Venant (1) admet que dans un milieu étiré suivant 3 directions rectangles on a les 3 relations :

$$4a_{44} + 2a_{23} = a_{22} + a_{33}, \quad 4a_{55} + 2a_{31} = a_{33} + a_{11},$$
$$4a_{66} + 2a_{12} = a_{11} + a_{12}.$$

Si l'on admet les mêmes relations en coordonnées obliques se réduisant, dans ce cas du rhomboèdre, à :

$$2\alpha_{44} + \alpha_{23} = \alpha_{11},$$

on trouve, pour les coefficients relatifs aux axes rectangles,

$$a_{15} = 0, \qquad 2a_{66} + a_{12} = a_{11},$$

mais non pas :

$$4a_{44} + 2a_{23} = a_{22} + a_{33}.$$

Cependant si l'on substitue la moyenne géométrique à celle arithmétique, ce que M. de Saint-Venant propose, on vérifie bien :

$$2a_{44} + a_{23} = \sqrt{a_{22} \cdot a_{33}}.$$

Opérons ensuite avec les déformations du second genre, c'est-à-dire avec les formules (X) du ch. II, dont les coefficients ϖ, proportionnels aux ϖ, ρ, σ, sont α', β', γ' du premier chapitre. On a :

$$\begin{aligned} \alpha'_1 &= \sqrt{3}\,SC, & \beta'_1 &= -\frac{\sqrt{3}}{2}SC, & \gamma'_1 &= -\frac{\sqrt{3}}{2}SC, \\ \alpha'_2 &= 0, & \beta'_2 &= \frac{3}{2}SC, & \gamma'_2 &= -\frac{3}{2}SC, \\ \alpha'_3 &= \frac{\sqrt{3}}{2}S^2, & \beta'_3 &= \frac{\sqrt{3}}{2}S^2, & \gamma'_3 &= \frac{\sqrt{3}}{2}S^2, \end{aligned}$$

(1) De Saint-Venant. — *Journal des Mathématiques*, 1863, t. VIII.

et les coefficients des formules (X) sont, en omettant le diviseur commun à tous, qui est la quatrième puissance du déterminant des α, β, γ : $\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}S^3C\right)^4$.

$$
\begin{array}{cccccc}
3\,S^2C^2 & 0 & \frac{3}{4}S^4 & 0 & \frac{3}{2}S^3C & 0 \\
\frac{3}{4}S^2C^2 & \frac{q}{4}S^2C^2 & \frac{3}{4}S^4 & \frac{3\sqrt{3}}{4}S^3C & -\frac{3}{4}S^3C & -\frac{3\sqrt{3}}{4}S^2C^2 \\
\frac{3}{4}S^2C^2 & \frac{q}{4}S^2C^2 & \frac{3}{4}S^4 & -\frac{3\sqrt{3}}{4}S^3C & -\frac{3}{4}S^3C & \frac{3\sqrt{3}}{4}S^2C^2 \\
\frac{3}{2}S^2C^2 & -\frac{q}{2}S^2C^2 & \frac{3}{2}S^4 & 0 & -\frac{3}{2}S^3C & 0 \\
-3\,S^2C^2 & 0 & \frac{3}{2}S^4 & -\frac{3\sqrt{3}}{4}S^3C & \frac{3}{4}S^3C & -\frac{3\sqrt{3}}{2}S^2C^2 \\
-3\,S^2C^2 & 0 & \frac{3}{2}S^4 & \frac{3\sqrt{3}}{4}S^3C & \frac{3}{4}S^3C & \frac{3\sqrt{3}}{2}S^2C^2;
\end{array}
$$

d'où pour les termes qui ne sont pas nuls, en conservant la forme des parenthèses du cas précédent, afin de faciliter les comparaisons :

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2}a_{11} &= \frac{1}{27S^4}(3\alpha_{11} + 6\alpha_{44} + 3\alpha_{23}),\\
8\,a_{33} &= \frac{1}{27C^4}(8\alpha_{11} + 32\alpha_{44} + 16\alpha_{23}),\\
2\,a_{44} &= \frac{1}{27S^2C^2}(4\alpha_{11} + 4\alpha_{44} - 4\alpha_{23}),\\
\frac{1}{2}a_{66} &= \frac{1}{27S^4}(\alpha_{11} + 4\alpha_{44} - \alpha_{23}),\\
\frac{1}{2}a_{12} &= \frac{1}{27S^4}(\alpha_{11} - 2\alpha_{44} + 5\alpha_{23}),\\
2\,a_{13} &= \frac{1}{27S^2C^2}(4\alpha_{11} - 8\alpha_{44} + 8\alpha_{23}),\\
a_{15} &= \frac{1}{27S^3C}(2\alpha_{11} - 4\alpha_{44} - 2\alpha_{23}).
\end{aligned}
$$

La relation linéaire précédemment trouvée

$$2a_{66} = a_{11} - a_{12}$$

subsiste. Les deux ellipsoïdes sont dans les deux modes de déformation de révolution autour de la diagonale. Pour celui désigné par E, le rapport des racines carrées des axes $a_{66} - a_{12}/a_{44} - a_{13}$ est dans le premier mode, $\frac{\operatorname{tg}^2\varphi}{2}$, et dans le deuxième, $\frac{\operatorname{cotg}^2\varphi}{2}$.

L'équation de la surface F, rapportée aux coordonnées obliques, a la même forme que dans le cas du cube, et rapportée aux axes rectangles est :

$$a_{11}(x^4+y^4)+a_{33}z^4+2(a_{13}+2a_{44})(x^2+y^2)z^2+2(a_{12}+2a_{66})x^2y^2 - 12a_{15}y^2xz+4a_{15}x^3z=1.$$

Si nous considérons xyz comme des cosinus liés par la relation : $x^2+y^2+z^2=1$, et appelons F le premier membre de l'équation, nous obtiendrons les diamètres en résolvant :

$$\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{x}=\frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{y}=\frac{\frac{\partial F}{\partial z}}{z}.$$

On vérifie que $x=y=0$ $z=1$ est une solution qui correspond à la diagonale.

Pour $y=0$, le deuxième rapport est indéterminé; l'égalité des deux autres donne l'équation (en écrivant b pour $a_{13}+2a_{44}$) :

$$a_{15}\left(\frac{x}{z}\right)^3-(a_{11}-b)\left(\frac{x}{z}\right)^2-3a_{15}\frac{x}{z}+a_{33}-b=0.$$

Une rotation des axes de 60° a pour résultat de changer les signes de a_{15}. Il y a donc 3 racines et par conséquent 3 diamètres dans le plan des $z0x$ et dans deux autres à 60° de ce plan. Si l'équation du 3° degré a deux racines imaginaires, il ne restera que 4 diamètres. Il n'en existe pas dans d'autres plans passant par la diagonale.

Prisme hexagonal. — Son symbole cristallographique est :

$$L^6, 3L^2, 3L'^2. C. P^6. 3P^2. 3P'^2.$$

On y satisfait par le déterminant (les coordonnées étant rectangles) :

$$(5\text{ const.})\begin{vmatrix} 11 & 12 & 13 & 0 & 0 & 0 \\ & 11 & 13 & 0 & 0 & 0 \\ & & 33 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 44 & 0 & 0 \\ & & & & 44 & 0 \\ & & & & & \frac{a_{11}-a_{12}}{2} \end{vmatrix}$$

Si l'on considère le rhomboèdre comme un cas d'hémiédrie du type hexagonal, ce qu'ont fait certains auteurs, on pourrait déduire le déterminant précédent de celui du rhomboèdre en y admettant a_{15} égal à zéro, et laissant subsister les relations (R) entre les coefficients. Le déterminant ne contiendrait plus que 2 constantes indépendantes, plus le paramètre φ.

L'ellipsoïde E est de révolution autour de l'axe du prisme, et le rapport de la racine carrée de ses axes est :

$$\frac{a_{66}-a_{12}}{a_{44}-a_{13}}=\frac{1}{2}\operatorname{tg}^2\varphi.$$

On a aussi :

$$\frac{a_{12}}{a_{13}}=2\operatorname{tg}^2\varphi,\quad \frac{a_{11}}{a_{33}}=\frac{1}{4}\operatorname{tg}^4\varphi.$$

La surface F est de révolution et a pour équation :

$$a_{11}(x^2+y^2)^2+a_{33}z^2+2b(x^2+y^2)z^2=1.$$

Le rayon vecteur est maximum ou minimum suivant l'axe et l'équation, et dans deux directions inclinées également sur l'axe d'un angle dont la tangente est :

$$\frac{\sqrt{a_{33}-b}}{\sqrt{a_{11}-b}}.$$

La méthode de Rankine consistant à ne prendre en considération que la surface tasinomique pour caractériser les divers éléments de symétrie du milieu, conduit, dans ce cas, à des

résultats plus avantageux. Il obtient, en effet, dans le cas du type hexagonal une surface hors de révolution et ayant les maxima ou minima de ses rayons vecteurs correspondant aux faces ou aux arêtes du didodécaèdre qu'on rencontre dans ce système.

§ 5. *Prisme monoclinique.* — Le symbole cristallographique de ce système est :

$$L^2CP.$$

En coordonnées rectangles, son déterminant est :

$$\text{(13 coeffic.)} \left\{ \begin{array}{cccccc} 11 & 12 & 13 & 0 & 15 & 0 \\ & 22 & 23 & 0 & 25 & 0 \\ & & 33 & 0 & 35 & 0 \\ & & & 44 & 0 & 46 \\ & & & & 53 & 0 \\ & & & & & 66, \end{array} \right.$$

exprimant qu'il y a un plan de symétrie perpendiculaire à l'axe Oy.

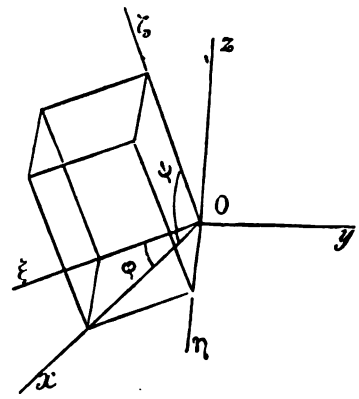
Mais si nous poursuivons notre hypothèse, nous pourrons dire qu'un cristal homoèdre de ce type a trois plans de symétrie oblique (les faces primitives du cristal) et un plan de symétrie droite (le bissecteur du dièdre $O\zeta$). En coordonnées obliques, son déterminant sera donc :

$$\text{(6 const.)} \left\{ \begin{array}{cccccc} 11 & 12 & 13 & 0 & 0 & 0 \\ & 11 & 13 & 0 & 0 & 0 \\ & & 33 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 44 & 0 & 0 \\ & & & & 44 & 0 \\ & & & & & 66. \end{array} \right.$$

Par une transformation des coordonnées, on pourra exprimer les 13 coefficients du premier déterminant en fonction des six du second, plus des 2 angles des axes.

Soit la base du prisme $\xi O\eta$ sur le plan xOy des axes rectan-

gles, Oy perpendiculaire au plan de symétrie droite du milieu, φ le demi-angle $\xi O\eta$, ψ l'angle ζOz.



On a :

$$\begin{array}{lll} \alpha_1 = \cos\varphi, & \beta_1 = \cos\varphi, & \gamma_1 = \cos\psi, \\ \alpha_2 = -\sin\varphi, & \beta_2 = \sin\varphi, & \gamma_2 = 0, \\ \alpha_3 = 0, & \beta_3 = 0, & \gamma_3 = \sin\psi. \end{array}$$

Les coefficients des formules (V) du ch. II sont :

$\cos^2\varphi$	$\sin^2\varphi$	0	0	0	$-\cos\varphi\sin\varphi$
$\cos^2\varphi$	$\sin^2\varphi$	0	0	0	$\cos\varphi\sin\varphi$
$\cos^2\psi$	0	$\sin^2\psi$	0	$\cos\varphi\sin\psi$	0
$2\cos\varphi\cos\psi$	0	0	$\sin\varphi\sin\psi$	$\cos\varphi\sin\psi$	$\sin\varphi\cos\psi$
$2\cos\varphi\cos\psi$	0	0	$-\sin\varphi\sin\psi$	$\cos\varphi\sin\psi$	$-\sin\varphi\cos\psi$
$2\cos^2\varphi$	$-2\sin^2\varphi$	0	0	0	0

Par l'équation (V) du ch. V, il en résulte :

1) $a_{11} = 2\alpha_{11}\cos^4\varphi + \alpha_{33}\cos^4\psi + 8\alpha_{44}\cos^2\varphi\cos^2\psi$
$+ 4\alpha_{66}\cos^4\varphi + 2\alpha_{12}\cos^4\varphi + 4\alpha_{13}\cos^2\varphi\cos^2\psi$

2) $a_{22} = 2\alpha_{11}\sin^4\varphi \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
$+ 4\alpha_{66}\sin^4\varphi + 2\alpha_{12}\sin^4\varphi \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

3) $a_{33} = \ldots\ldots \ldots + \alpha_{33}\sin^4\psi \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

4) $a_{44} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + 2\alpha_{44}\sin^2\varphi\sin^2\psi \ldots\ldots\ldots$

5) $a_{55} = \ldots\ldots\ldots + \alpha_{33}\sin^2\psi\cos^2\psi + 2\alpha_{44}\cos^2\varphi\sin^2\psi \ldots\ldots$

6) $a_{66} = 2\alpha_{11}\cos^2\varphi\sin^2\varphi \ldots\ldots\ldots + 2\alpha_{44}\sin^2\varphi\cos^2\psi \ldots\ldots$
$\ldots\ldots\ldots\ldots \ldots - 2\alpha_{12}\cos^2\varphi\sin^2\varphi \ldots\ldots$

7) $a_{12} = 2\alpha_{11}\cos^2\varphi\sin^2\varphi \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
$+ 4\alpha_{66}\cos^2\varphi\sin^2\varphi + 2\alpha_{12}\cos^2\varphi\sin^2\varphi + 2\alpha_{13}\sin^2\varphi\cos^2\psi$

8) $a_{13} = \ldots\ldots\ldots \alpha_{33}\sin^2\psi\cos^2\psi \ldots\ldots\ldots$
$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + 2\alpha_{13}\cos^2\varphi\sin^2\psi$

9) $a_{23} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + 2\alpha_{13}\sin^2\varphi\sin^2\psi$

10) $a_{15} = \ldots\ldots\ldots \alpha_{33}\sin\psi\cos^3\psi + 4\alpha_{44}\cos^2\varphi\sin\psi\cos\psi \ldots\ldots\ldots$
$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + 2\alpha_{13}\cos^2\varphi\sin\psi\cos\psi$

11) $a_{25} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + 2\alpha_{13}\sin^2\varphi\sin\psi\cos\psi$

12) $a_{35} = \ldots\ldots\ldots \alpha_{33}\sin^3\psi\cos\psi \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

13) $a_{46} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2\alpha_{44}\sin^2\varphi\sin\psi\cos\psi \ldots\ldots\ldots;$

et pour les relations entre les a provenant de l'élimination des α :

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{a_{44}}{a_{46}} = \frac{a_{33}}{a_{35}} = \frac{a_{23}}{a_{25}} \quad \text{(par 3, 4, 9, 11, 12 et 13)},$$

$$a_{55} = \frac{a_{33}}{\operatorname{tg}^2\psi} + \frac{a_{44}}{\operatorname{tg}^2\varphi}, \quad a_{13} = \frac{a_{33}}{\operatorname{tg}^2\psi} + \frac{a_{23}}{\operatorname{tg}^2\varphi},$$

$$a_{15} = \frac{a_{35}}{\operatorname{tg}^2\psi} + \frac{a_{25}}{\operatorname{tg}^2\varphi} + \frac{2a_{46}}{\operatorname{tg}^2\varphi} \quad \text{(par 5, 8, 10 et les précédentes)},$$

$$a_{11} = \frac{a_{22}}{\operatorname{tg}^4\varphi} + \frac{a_{33}}{\operatorname{tg}^4\psi} + \frac{4a_{23} + 4a_{44}}{\operatorname{tg}^2\psi + \operatorname{tg}^2\varphi} \quad \text{(par 1 et 2)}.$$

De 2, 6 et 7 on ne peut tirer que les valeurs de α_{66}, $\alpha_{11} + \alpha_{12}$ et $\alpha_{11} - \alpha_{12}$.

En opérant une rotation autour de Oy, qui est un axe de l'ellipsoïde E, on rapporterait le milieu aux axes de cet ellipsoïde, ce qui réduirait à 12 les coefficients. Après cette rotation, les nouveaux a'_{35} et a'_{46} obtenus devront être égaux. Si l'on pose cette égalité et que l'on utilise les formules de rotation (1) du ch. V, on trouve :

$$[a_{44} - a_{23} - (a_{66} - a_{12})]pq = (a_{46} - a_{25})(p^2 - q^2),$$

où en appelant α l'angle de rotation, A et C les différences hétérotatiques $\alpha_{44} - \alpha_{13}$ et $\alpha_{66} - \alpha_{12}$,

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{A\sin 2\psi}{A\cos 2\psi - 4C\cos^2\varphi}.$$

Si l'on y joint :

$$\lambda = \cos\varphi\cos\psi, \quad \cos 2\psi = \nu,$$

on aura toutes les formules nécessaires pour une vérification expérimentale.

Si l'arête $O\zeta$ est perpendiculaire sur la base, on obtient un prisme orthorhombique de déterminant à 9 constantes, mais liées par 3 relations :

$$\operatorname{tg}^2\varphi = \frac{a_{44}}{a_{55}} = \frac{a_{23}}{a_{13}} = \frac{\sqrt{a_{11}}}{a_{22}},$$

ce qui la réduit à 7 indépendantes, plus l'angle φ.

On obtiendra le même déterminant :

$$\begin{array}{cccccc} 11 & 12 & 13 & 0 & 0 & 0 \\ & 22 & 23 & 0 & 0 & 0 \\ & & 33 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 44 & 0 & 0 \\ & & & & 55 & 0 \\ & & & & & 66 \end{array}$$

et les mêmes relations, si dans le cas général l'angle ψ étant quelconque on prend pour axes $O\zeta$, la diagonale Ox de la base et une perpendiculaire à ces droites. Il en résulte que le plan parallèle à $O\zeta$ passant par la deuxième diagonale est un plan de symétrie oblique.

Quant à la surface F, la forme plus compliquée de son équation ne permet pas de déterminer facilement ses diamètres. Elle est symétrique relativement au plan xOy de symétrie droite ; l'axe Oy est un rayon vecteur maximum, et il s'en trouve un ou trois dans le plan qui lui est perpendiculaire.

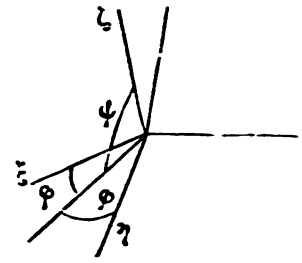
§ **6**. *Prisme asymétrique.* — Si l'on admet que les trois plans principaux du cristal sont de symétrie oblique, son déterminant relatif à ce système de coordonnées sera :

(9 const.)
$$\begin{array}{cccccc} 11 & 12 & 13 & 0 & 0 & 0 \\ & 22 & 23 & 0 & 0 & 0 \\ & & 33 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 44 & 0 & 0 \\ & & & & 55 & 0 \\ & & & & & 66. \end{array}$$

Il sera possible de rapporter le milieu à des axes rectangles, et le déterminant y relatif aura 21 coefficients fonctions des 9 cons-

tantes précédentes et des 3 angles des axes. Par un choix d'axes convenable (les axes de l'ellipsoïde E), on pourra réduire le nombre des coefficients à dix-huit liés par 9 relations.

Si, pour les applications, on choisit les axes rectangles suivants : Oy perpendiculaire à un plan diagonal du prisme, Ox suivant la diagonale d'une face, Oz perpendiculaire aux droites précédentes; si l'on désigne par ψ l'angle de l'arête $O\zeta$ avec Oz,



par θ l'inclinaison sur xOy de la face $\xi O\tau_1$ et par φ et φ' les angles de la diagonale Ox de cette face avec ses arêtes $O\xi$ et $O\tau_1$; les axes des 3 axes rectangles avec ceux $\xi\tau_1\zeta$ auront pour cosinus directeurs :

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= \cos\varphi', & \beta_1 &= \cos\varphi, & \gamma_1 &= \cos\psi,\\
\alpha_2 &= -\sin\varphi'\sin\theta, & \beta_2 &= \sin\varphi\sin\theta, & \gamma_2 &= 0,\\
\alpha_3 &= -\sin\varphi'\cos\theta, & \beta_3 &= \sin\varphi\cos\theta, & \gamma_3 &= \sin\psi.
\end{aligned}$$

Il sera alors facile de former, en suivant la méthode déjà indiquée, d'obtenir les nouveaux coefficients en fonction des anciens. Le résultat me paraît trop compliqué et assez peu utile pour le transcrire, surtout en l'absence de toute expérience relative à ce sujet.

Il résulte de l'analyse de ce chapitre que le nombre des constantes nécessaires pour caractériser les cristaux homoèdres des différents types cristallins seraient respectivement trois, six et neuf pour le cube, le prisme quadratique et le prisme orthorhombique, de trois plus l'angle du solide pour le rhomboèdre, de trois pour le prisme hexagonal, de six plus les deux angles du solide pour le type monoclinique, de neuf plus les trois angles du solide pour le prisme triclinique.

RÉSUMÉ ET APPLICATION.

Afin de simplifier la tâche de l'expérimentateur et même de lui éviter la lecture de formules au milieu desquelles il risquerait de se perdre, je résume, en terminant, l'idée principale de ce mémoire et j'indique une vérification expérimentale en considérant le cas simple du rhomboèdre.

On admet, avec Green, que l'énergie élastique de l'unité de volume d'un milieu anisotrope déformé, rapportée à des axes rectangles d'orientation quelconque, est une fonction quadratique homogène des six déformations :

$$\frac{\partial u}{\partial x},\quad \frac{\partial v}{\partial y},\quad \frac{\partial w}{\partial z};\quad \frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y},\quad \frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z},\quad \frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x},$$

que je désigne pour abréger, respectivement par $x_1, x_2, \ldots, x_6$, et où u, v, w sont les projections du déplacement d'un point sur les axes x, y, z.

Cette fonction que j'écris :

$$\begin{aligned}
E = {} & (\tfrac{1}{2}a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 + a_{15}x_5 + a_{16}x_6)x_1 \\
& + (\tfrac{1}{2}a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 + a_{25}x_5 + a_{26}x_6)x_2 \\
& + (\tfrac{1}{2}a_{33}x_3 + a_{34}x_4 + a_{35}x_5 + a_{36}x_6)x_3 \\
& + (\tfrac{1}{2}a_{44}x_4 + a_{45}x_5 + a_{46}x_6)x_4 \\
& + (\tfrac{1}{2}a_{55}x_5 + a_{56}x_6)x_5 \\
& + \tfrac{1}{2}a_{66}x_6^2,
\end{aligned}$$

contient vingt et un coefficients réductibles et dix-huit par un choix d'axes convenables (axes des ellipsoïdes spécifiées au ch. V).

Si l'on définit un plan de symétrie mécanique par la condition

qu'étant pris pour plan de xOy, l'expression de l'énergie ne soit altérée par le changement de w en $-w$ et de z en $-z$, ou encore, ce qui revient analytiquement au même, qu'étant pris pour bissecteur du dièdre Oz, cette expression ne soit pas altérée par le changement de u en v et de x en y, il résulte du ch. V que l'on satisfait à la symétrie des formes homoèdres des types cubique, quadratique, terbinaire par les systèmes de coefficients suivants qui ne renferment respectivement que trois, six et neuf constantes :

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & a_{44} & 0 & 0 \\ & & & & a_{44} & 0 \\ & & & & & a_{44} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & a_{11} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & a_{44} & 0 & 0 \\ & & & & a_{44} & 0 \\ & & & & & a_{66} \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & a_{44} & 0 & 0 \\ & & & & a_{55} & 0 \\ & & & & & a_{66} \end{vmatrix}$$

Dans les systèmes cristallins autres que ceux énoncés précédemment, les axes choisis par les cristallographes sont obliques et il semble *à priori* probable que les calculs d'élasticité gagneraient en simplicité si on les rapportait à ses axes; sans même introduire aucune hypothèse, on pourrait profiter de l'indétermination des trois angles des axes de coordonnées pour réduire de dix-huit à quinze le nombre des coefficients. Mais c'est à une réduction plus grande que je veux arriver. Cette réduction ne se présente qu'en adoptant un système déterminé d'axes obliques qui définirait sans ambiguité la forme primitive du cristal, forme que les cristallographes doivent laisser quelque peu arbitraire, s'il n'ont recours à l'élasticité.

On arrive à cette réduction de deux façons, suivant que l'on

adopte pour expression de l'énergie une fonction quadratique homogène des six déformations définies soit au § 2, soit au § 3 du ch. II. Dans le premier cas, si :

$l, m, n,$ sont les cosinus des angles que font entre eux les axes de la forme primitive;

$u, v, w,$ les projections obliques sur ces axes du déplacement moléculaire;

$\dot{u}, \dot{v}, \dot{w},$ les quantités :

$$\begin{aligned}\dot{u} &= u + uv + mw,\\ \dot{v} &= nu + v + lw,\\ \dot{w} &= mu + lv + w;\end{aligned}$$

les six déformations sont définies par : $\frac{\partial \dot{u}}{\partial x}, \frac{\partial \dot{v}}{\partial y}, \ldots,$ etc. Dans le deuxième cas, si u, v, w gardant leur signification, on pose :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x + ny + mz,\\ \dot{y} &= nx + y + lz,\\ \dot{z} &= mx + ly + z,\end{aligned}$$

les six déformations sont définies par $\frac{\partial u}{\partial \dot{x}}, \frac{\partial v}{\partial \dot{y}}, \ldots,$ etc.

On démontre alors que l'expression proposée de l'énergie $\mathcal{E}$ se déduit de celle E admise en coordonnées rectangles; que les dérivées de l'énergie relativement à ces déformations sont six pressions définissant l'équilibre du milieu (§ 2, ch. IV); que ces pressions ou ces déformations considérées dans deux systèmes d'axes obliques s'expriment en fonction les unes des autres par des formules toutes semblables à celles rencontrées dans le cas d'axes rectangles (ch. II et ch. III).

Ces analogies aperçues, il est possible de faire un pas de plus, et d'admettre que les faces de la forme primitive ou leurs plans bissecteurs sont des plans de symétrie oblique, en définissant cette symétrie absolument comme on l'a fait pour des axes rectangles. Dès lors, les systèmes de coefficients des types rhomboé-

drique, monoclinique et anorthique, ne sont autres que ceux écrits plus haut pour les cristaux à axes rectangles. Aux trois, six, neuf constantes spécifiées, il faudra seulement adjoindre les angles entre elles des arêtes de la forme primitive (s'élevant au nombre de un, deux ou trois).

Prenons pour exemple simple le rhomboèdre. Rapporté à des axes rectangles dont l'un, Oz, la diagonale, est un axe ternaire et un autre, Ox, situé dans l'un des trois plans de symétrie équidistants qui contiennent la diagonale, il a pour système de coefficients le suivant :

$$\text{(6 const.)} \left\{ \begin{array}{cccccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & a_{15} & 0 \\ & a_{11} & a_{13} & 0 & -a_{15} & 0 \\ & & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & a_{44} & 0 & -a_{15} \\ & & & & a_{44} & 0 \\ & & & & & \frac{a_{11}-a_{12}}{2} \end{array} \right.$$

Rapporté aux faces du rhomboèdre que l'on considèrera par hypothèse comme des plans de symétrie oblique tandis que leurs plans bissecteurs seront des plans de symétrie droite, le système de ses coefficients ne contiendra plus que trois constantes et sera comme pour le type cubique le suivant :

$$\text{(3 const.)} \left\{ \begin{array}{cccccc} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & \alpha_{11} & \alpha_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & \alpha_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \alpha_{44} & 0 & 0 \\ & & & & \alpha_{44} & 0 \\ & & & & & \alpha_{44}. \end{array} \right.$$

Il se présente alors une première vérification des idées émises. Elle consiste en ce que, si l'on passe de ces coordonnées obliques aux premières coordonnées rectangles, les vingt et un coefficients que l'on trouvera, a_{11}, ..., devront être précisément ceux du déterminant à six const. C'est ce à quoi conduisent les calculs

du ch. VI. Les seuls coefficients qui ne sont pas nuls sont :

$$a_{11} = a_{22} = \frac{3}{8}\sin^4\varphi \qquad (3\alpha_{11} + 6\alpha_{44} + 3\alpha_{12}),$$

$$a_{33} = \frac{3}{8}\cos^4\varphi \qquad (8\alpha_{11} + 32\alpha_{44} + 16\alpha_{12}),$$

$$a_{44} = a_{55} = \frac{3}{8}\sin^2\varphi\cos^2\varphi\,(4\alpha_{11} + 4\alpha_{44} - 4\alpha_{12}),$$

$$a_{66} = \frac{3}{8}\sin^4\varphi \qquad (\alpha_{11} + 4\alpha_{44} - \alpha_{12}),$$

$$a_{12} = \frac{3}{8}\sin^4\varphi \qquad (\alpha_{11} - 2\alpha_{44} + 5\alpha_{12}),$$

$$a_{13} = a_{23} = \frac{3}{8}\sin^2\varphi\cos^2\varphi\,(4\alpha_{11} - 8\alpha_{44} + 8\alpha_{12}),$$

$$-a_{46} = -a_{25} = a_{15} = \frac{3}{8}\sin^3\varphi\cos\varphi\,(2\alpha_{11} - 4\alpha_{44} - 2\alpha_{12}),$$

où φ est l'angle d'une arête du rhomboèdre avec la diagonale. On vérifie immédiatement la relation obligée indépendante de φ,

$$2a_{66} = a_{11} - a_{12};$$

puis par élimination des α, on a :

$$2\frac{a_{66} - a_{12}}{\sin^2\varphi} = \frac{a_{44} - a_{13}}{\cos^2\varphi},$$

$$\frac{a_{13}}{\cos^2\varphi} - 2\frac{a_{13}}{\sin^2\varphi} = \frac{a_{15}}{\sin\varphi\cos\varphi},$$

$$4\frac{a_{11}}{\sin^4\varphi} - \frac{a_{13}}{\cos^4\varphi} = 2\frac{a_{15}}{\sin^3\varphi\cos\varphi}.$$

La détermination expérimentale des six coefficients $a_{11}, a_{12}, \ldots$, exige, comme dans le cas général, que l'on ait recours à la fois aux phénomènes d'extension et de torsion, ce qui peut rendre pénible la vérification de ces trois relations. Mais une combinaison d'entre elles est vérifiable, en ne s'adressant qu'à des expériences d'extension.

En éliminant, en effet, a_{15} entre les deux dernières, on obtient :

(A) $$4(a_{11} + a_{12}) = a_{33}\operatorname{tg}^4\varphi + 2a_{13}\operatorname{tg}^2\varphi.$$

D'autre part, étant donné un cristal rhomboédrique taillé en parallélipipède rectangle dont deux arêtes sont parallèles, l'une, Oz, à la diagonale, l'autre, Ox, dans un plan de symétrie, toute pression p exercée suivant Oz laisse nulles les déformations x_4, x_5, x_6, et les équations d'équilibre à la surface donnent :

$$\begin{aligned} x_1 &= x_2, \\ (a_{11} + a_{12})x_1 + a_{13}x_3 &= 0, \\ 2a_{13}x_1 + a_{33}x_3 &= p. \end{aligned}$$

Une pression p' exercée suivant Ox laisse nulles x_4 et x_6, et, par l'élimination de x_5 entre les équations d'équilibre à la surface, on a :

$$\begin{aligned} (a_{11} + a_{12})(x_1' + x_2') + 2a_{13}x_3' &= p', \\ a_{13}(x_1' + x_2') + a_{33}x_3' &= 0. \end{aligned}$$

Connaissant les pressions p et p', les déformations correspondantes $x_1, \ldots, x_1', \ldots$, et l'angle φ, on tirera de ces relations les valeurs de $(a_{11} + a_{12})$, $a_{13}, \ldots$, outre une équation de condition entre les déformations. Il sera donc possible de vérifier (A). Lorsque l'on considère les déformations du second genre, (A) se change en la suivante :

$$(A') \qquad (a_{31} + a_{12}) = 4a_{33}\cot^4\varphi + 2a_{13}\cot^2\varphi,$$

vérifiable par le même procédé.

TABLE DES MATIÈRES

Liste des présidents et vice-présidents de la Société de 1853 à 1886.
Liste des membres de la Société pour l'année 1886-87.
Extrait des Procès-verbaux des séances. — Année 1884-85..... I
Extrait des Procès-verbaux des séances. — Année 1885-86..... XIX

ANDRÉIEF (C.). — Note sur une relation entre les intégrales définies des produits des fonctions..... 1
QUÉLET (L.). — Aperçu des qualités utiles ou nuisibles des champignons..... 15
LAVAL (E.). — Évaporation des dissolutions et des liquides qui renferment des corps solides en suspension..... 37
BONEL (A.). — Les réseaux téléphoniques de Bordeaux..... 63
MILLARDET (A.). — Note sur le chancre du pommier et du poirier (avec une planche)..... 83
FIGUIER (A.). — Note sur une nouvelle pile à gaz et l'action chimique de l'effluve électrique (avec une planche)... 91
O. DE LACOLONGE. — Théorie du parallélogramme de Watt (avec une planche)..... 101
BRUNEL (G.). — Note sur l'analyse indéterminée et la géométrie à *n* dimensions..... 129
BAULE. — Note sur un résultat magnétique obtenu à bord du paquebot *Niger*..... 143
JOANNIS (A.). — Note sur les oxydes de cuivre..... 147
HAUTREUX. — Températures de la mer et coups de vent de Bordeaux à New-York..... 153
RAYET (G.). — Note sur la position géographique de la flèche Ouest de Saint-André..... 169
TANNERY (P.). — Autolycos de Pitane..... 173